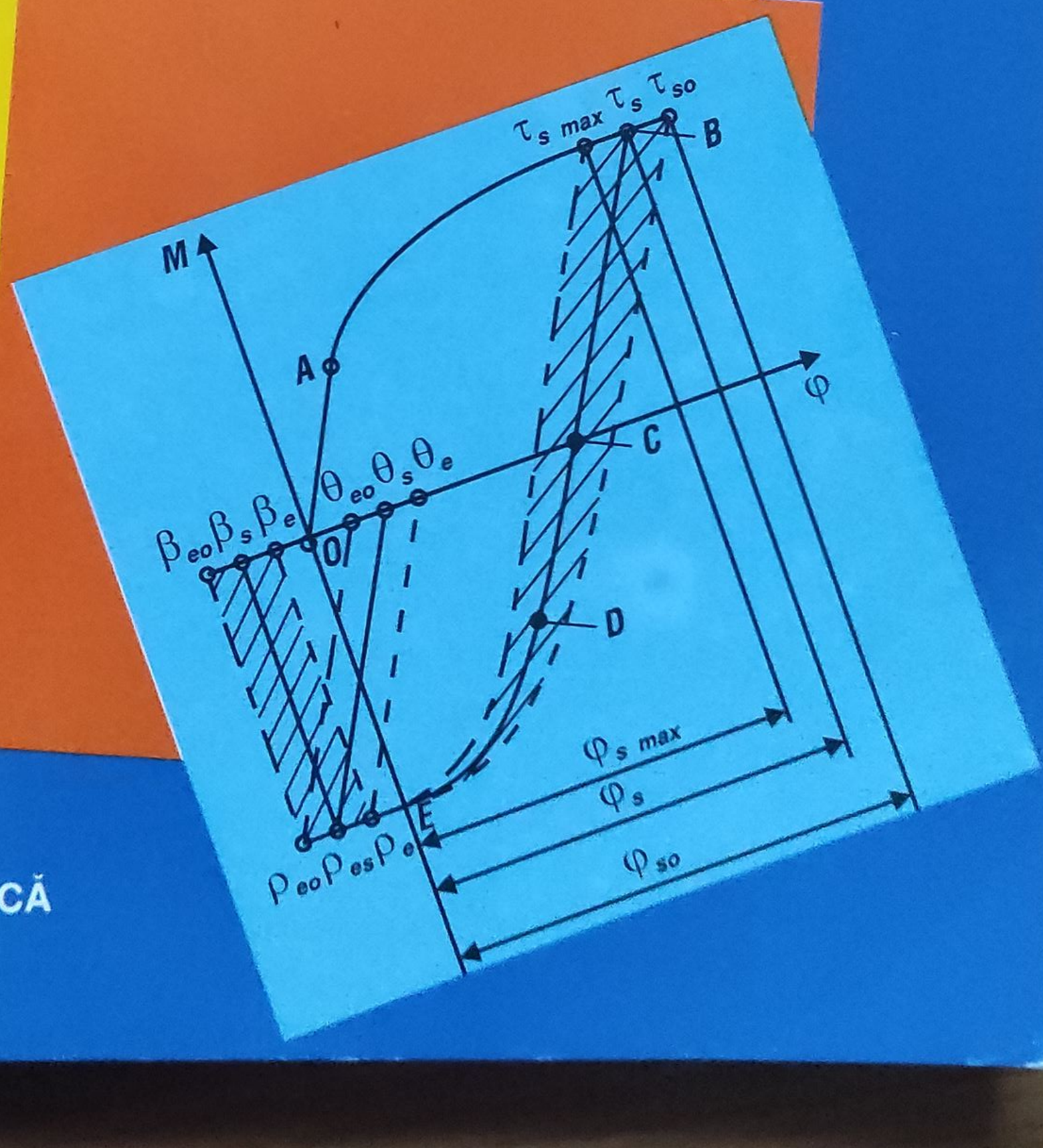
TRAIAN CHERAN
BORIS DUMITRU PALADE • IOSIF CURTA

ELEMENTE ELASTICE ÎN CONSTRUCȚIA APARATELOR DE MECANICĂ FINĂ



EDITURA TEHNICĂ

Prof.dr.doc.ing.
Traian Demian

Dr.ing.
Doru Dumitru Palade

Dr.ing.
Iosif Curița

ELEMENTE ELASTICE ÎN CONSTRUCȚIA APARATELOR DE MECANICĂ FINĂ

Editura Tehnică
București, 1994

PREFAŢĂ

Prin lucrarea "Elemente elastice în construcţia aparatelor de mecanică fină" se urmăreşte punerea la dispoziţia proiectanţilor de aparate şi specialiştilor în activitatea de întreţinere şi service a unei monografii cuprinzătoare, în care sunt prezentate aspectele constructive şi de calcul ale acestor elemente, frecvent utilizate în aparatele de toate tipurile.

În tratarea materialului s-au avut în vedere capitole distincte legate de sistemele de traducere a semnalelor cum sunt: elementele dinamometrice, traductoarele de presiune, elementele manometrice, elementele elastice bimetalice. S-au dezvoltat elementele elastice utilizate pentru ghidarea mişcării de rotaţie (arcurile de torsiune, articulaţiile de încovoiere) şi pentru ghidarea mişcării de translaţie. Într-un capitol separat sunt prezentate elementele folosite pentru sistemele de acţionare din aparate (arcurile spirale plane şi în formă de S). Sunt studiate elementele elastice din sistemele oscilante şi de precizie, precum şi cele legate de izolarea şocurilor şi vibraţiilor şi care au caracter de amortizare (din cauciuc şi cele din materiale metalice).

Lucrarea reflectă bogata experienţă de cercetare, proiectare şi universitară a autorilor şi este bazată pe cele mai moderne date de specialitate. Este adresată specialiştilor din construcţia de aparate, studenţilor din domeniile mecanicii fine, electronicii şi telecomunicaţiilor, altor specialişti care construiesc şi exploatează aparatele de diverse categorii.

AUTORII

CUPRINS

PREFAŢĂ 7
1. SISTEME ELASTICE DE TRADUCERE A SEMNALELOR 9
1.1. Consideraţii generale 9
1.1.1. Noţiuni de bază. Clasificare 9
1.1.2. Materiale de bază. 10
1.1.3. Parametri de bază. Caracteristici. 13
1.2. Elemente elastice dinamometrice 18
1.2.1. Construcţie şi calcul 18
1.2.1.1. Clasificarea elementelor dinamometrice 18
1.2.1.2. Tipuri constructive. Proiectare-Calcul 18
1.2.2. Captoare cu elemente elastice dinamometrice 38
1.2.2.1. Generalităţi
1.2.2.2. Captoare pentru măsurarea forţelor 39
1.2.2.3. Captoare pentru măsurarea momentelor de răsucire 41
1.3. Elemente elastice manometrice 45
1.3.1. Construcţie şi calcul 45
1.3.1.1. Clasificarea elementelor manometrice 45
1.3.1.2. Membrane 46
1.3.1.3. Tuburi ondulate (silfoane) 71
1.3.1.4. Tuburi manometrice 84
1.3.2. Captoare cu elemente elastice manometrice 94
1.3.2.1. Generalităţi 94
1.3.2.2. Convertirea presiunilor în deplasări 94
1.3.2.3. Convertirea presiunilor în deformaţii 98
1.3.2.4. Convertirea presiunilor în forţe 100
1.4. Elemente elastice bimetalice 100
1.4.1. Construcţie şi calcul 100
1.4.1.1. Generalităţi. Tipuri constructive 100
1.4.1.2. Proiectare. Calcul 105
1.4.2. Captoare cu elemente elastice bimetalice 113
1.4.2.1. Generalităţi 113
1.4.2.2. Aplicaţii la măsurarea mărimilor neelectrice 113
1.4.2.3. Aplicaţii la măsurarea mărimilor electrice 117
2.ELEMENTE ELASTICE PENTRU REZEMAREA SISTEMELOR MOBILE ALE APARATELOR 119
2.1. Caracterizare 119
2.2. Lagărele cu elemente elastice 119
2.2.1. Clasificare. Generalităţi 119
2.2.2. Lagăre cu elemente elastice de torsiune 120
2.2.1. Torsiunea elementelor elastice de secţiune circulară 120
2.2.2.2. Torsiunea elementelor elastice de secţiune dreptunghiulară 123
2.2.2.3. Probleme constructive 126
2,2,3. Lagăre cu elemente elastice de încovoiere 128
2.3. Ghidaje cu elemente elastice 136
2.3.1. Ghidaje cu arcuri lamelare 136
2.3.2. Ghidaje cu membrane 140
2.4. Ghidaje cu bandă 142
3. SISTEME CU ELEMENTE ELASTICE DE ACŢIONARE 147
3.1. Consideraţii generale 147
3.1.1. Definiri. Clasificare 147
3.1.2. Prescripţii referitoare la materiale 147
3.2. Arcuri lamelare simple, curbate-preformate, de secţiune constantă 148
3.2.1. Generalităţi. Tipuri constructive 148
3.2.2. Proiectare. Calcul 148
3.3. Arcuri spirale plane motoare 155
3.3.1. Generalităţi. Tipuri constructive 155
3.3.2. Proiectare. Calcul 159
3.3.2.1. Elemente generale de calcul 159
3.3.2.2. Metode de calcul 160
3.4. Arcuri elicoidale 165
3.4.1. Generalităţi. Tipuri constructive 165
3.4.2. Proiectare. Calcul 167
3.4.2.1. Introducere 167
3.4.2.2. Arcuri elicoidale cilindrice de compresiune 167
3.4.2.3. Arcuri elicoidale cilindrice de tracţiune 171
3.4.2.4. Arcuri elicoidale conice 172
3.4.2.5. Arcuri elicoidale de torsiune 174
3.4.2.6. Elemente constructive. Materiale 177
3.5. Sisteme de arcuri elicoidale 179
3.5.1. Generalităţi. Tipuri constructive 179
3.5.2. Proiectare. Calcul 182
3.6. Arcuri plane motoare speciale, folosite în orologerie 183
3.6.1. Generalităţi. Tipuri constructive 183
3.6.2. Probleme specifice 185
3.6.2.1. Modul de lucru al porţiunii în formă de S a arcului. Diagrama caracteristicii de lucru 185
3.6.2.2. Metoda pentru sinteza (construcţia) formei libere a arcului în formă de S,în baza unei diagrame date 192
3.6.2.3. Determinarea numărului de spire a părţii libere ale arcului 193
3.6.3. Proiectare. Calcul. 196

4.SISTEME OSCILANTE MECANICE DE PRECIZIE CU ELEMENTE ELASTICE 197
4.1. Noţiuni de bază. Clasificări 197
4.2. Sisteme oscilante mecanice cu masa concentrată 198
4.2.1. Tipuri constructive reprezentative. Principiu funcţional. Materiale 198
4.2.2. Perioada de oscilaţie a sistemului oscilant balansier-arc spiral 203
4.2.3. Lungimea arcului spiral considerat ca o spirală a lui Arhimede 205
4.2.4. Perturbaţiile perioadei sistemului oscilant balansier-arc spiral 207
4.2.4.1. Generalităţi 207
4.2.4.2. Frecările 207
4.2.4.3. Eşapamentul 208
4.2.4.4. Şocurile 208
4.2.4.5. Defectele de echilibru ale balansierului 209
4.2.4.6. Defectele de echilibru ale ancorei 209
4.2.4.7. Defectele de echilibru ale arcului spiral 213
4.2.4.8. Determinarea centrului de greutate a arcului spiral plan arhimedic 214
4.2.4.9. Metoda readucerii centrului de greutate în originea curbei 217
4.2.4.10.Deplasarea centrului de greutate a arcului spiral plan în timpul mişcării balansierului 219
4.2.4.11.Influenţa poziţiei punctului de reglare a arcului spiral plan de virolă 219
4.2.4.12.Curbele terminale 222
4.2.4.13.Jocul arcului spiral între ştifturile conice ale compasului de reglare 232
4.2.4.14.Modificările elasticităţii arcului spiral 233
4.2.4.15.Influenţa temperaturii 237
4.2.4.16.Forţa centrifugă 240
4.2.4.17.Inerţia arcului spiral 241
4.2.4.18. Variaţia presiunii barometrice 243
4.2.4.19.Câmpurile magnetice 244
4.2.4.20. Influenţa câmpului magnetic asupra amplitudinii 246
4.2.4.21.Influenţa câmpului magnetic asupra mersului ceasornicelor 247
4.2.4.22.Protecţia ceasornicelor împotriva efectelor câmpului magnetic 247
4.3. Sisteme oscilante mecanice cu masa distribuită uniform 248
4.3.1. Tip constructiv reprezentativ. Caracteristici 248
4.3.2. Aplicaţii 255

5.SISTEME CU ELEMENTE ELASTICE DE IZOLARE ÎMPOTRIVA VIBRAŢIILOR MECANICE ŞI A ŞOCURILOR MECANICE 261
5.1. Consideraţii generale 261
5.1.1. Domeniu de aplicaţie. Caracteristici 261
5.1.2. Material. Aspecte tehnologice. Particularităţi de comportare 262
5.2. Noţiuni de bazele teoriei vibraţiilor mecanice şi a şocurilor mecanice 265
5.2.1. Generalităţi 265
5.2.2. Sisteme elastice în contextul amortizării 265
5.2.3. Tipuri de excitaţie 266
5.2.4. Fenomenul fizic al vibraţiilor mecanice 267
5.2.5. Fenomenul fizic al şocurilor mecanice 268
5.2.6. Principiile izolării vibraţiilor mecanice 269
5.2.7. Principiile reducerii zgomotului 270
5.2.7.1. Introducere 270
5.2.7.2. Zgomotul ca fenomen 270
5.2.7.3. Procedee tehnice 271
5.3.Concepte şi relaţii de bază în analiza vibraţiilor mecanice şi a şocurilor mecanice 271
5.3.1. Frecvenţă proprie 271
5.3.2. Perioada vibraţiei 271
5.3.3. Frecvenţa proprie a vibraţiilor torsionale 272
5.3.4. Raport de amortizare 272
5.3.5.Frecvenţă proprie a unui sistem unic masă-arc incluzând amortizarea 272
5.3.6. Transmisibilitate 272
5.3.7. Raport de frecvenţă 273
5.3.8. Transmisibilitate cu amortizare neglijabilă 273
5.3.9. Transmisibilitate maximă 273
5.3.10.Caracteristicile testării calităţii de izolare a şocurilor mecanice 273
5.4. Reflecţii asupra izolării vibraţiilor mecanice într-un caz particular 276
5.5. Consideraţii asupra amortizării 276
5.6. Aspecte specifice ale izolatorilor de vibraţie neliniari 277
5.7. Cuplare 278
5.8. Determinarea sarcinii statice la sistemele uzuale 278
5.9.Analiza vibraţiei mecanice a izolatorului de vibraţie fundamental şi a configuraţiilor izolatorului de şoc 280
5.10.Tipuri constructive 288
5.11.Proiectare. Calcul 294
5.12.Exemple privind structura cererilor de amortizare a vibraţiilor mecanice, respectiv de amortizare a şocurilor mecanice şi modul lor de îndeplinire 302
ANEXE 309
BIBLIOGRAFIE 312

1 SISTEME CU ELEMENTE ELASTICE DE TRADUCERE A SEMNALELOR

1.1. Consideraţii generale

1.1.1. Noţiuni de bază. Clasificare

Prin *sistem* se înţelege ansamblul format din unul sau mai multe corpuri solide, caracterizate prin legăturile lor mecanice, interioare sau exterioare. Un *sistem* se consideră *elastic*, dacă în componenţa acestuia există cel puţin un element care se deformează elastic.

Trăsătura funcţională comună a celor mai multe sisteme elastice, care fac parte din domeniul mecanicii fine, este de a stabili relaţii între valorile de intrare şi cele de ieşire, care sunt *semnale purtătoare de informaţii în aparate*. Studiul transmiterii semnalelor permite să se determine legile de funcţionare ale acestor sisteme.

Criteriul calitativ caracteristic al sistemelor elastice de mecanică fină este *fidelitatea*, respectiv *precizia transmiterii fluxului de semnale şi de valori funcţionale* care le traversează(fig.1.1).

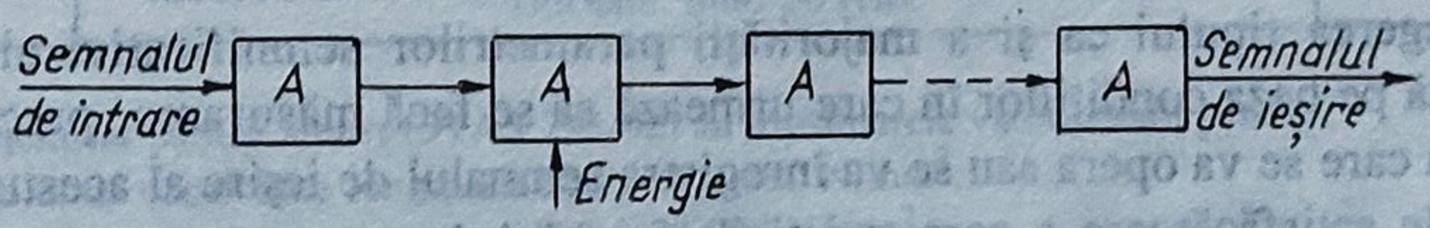


Fig.1.1

La orice aparat, între sursa de informaţii şi cea de recepţie, este interpus un lanţ de aparate purtătoare de semnale, printr-unul sau mai multe canale de comunicaţie. Semnalele, materializate foarte variat, între altele sub formă de forţe, momente, presiuni etc., determină şi diversitatea deosebit de mare a aparatelor.

Subansamblul de intrare (de captare) are rolul de a transforma semnalele provenite de la *măsurand* în semnale ce pot fi prelucrate, în continuare, de către subansamblul prevăzut cu această funcţie. După prelucrare, semnalele de măsurare sunt prezentate de către subansamblul de ieşire sub o formă care să permită evaluarea şi valorificarea acestora de către un sistem centralizat.

În consecinţă, *subansamblul de captare* sau *captorul* realizează conversiunea unei informaţii de măsurare, reprezentată printr-o mărime fizică, într- alta de natură accesibilă, care să admită o mai uşoară operare, observare, telemăsurare, înregistrare etc.

Prin termenul de *captor* se defineşte, în principiu, un anumit *dispozitiv* sau *aparat care transformă variaţia unei mărimi mecanice într- un semnal electric proporţional cu variaţia mărimii ce se examinează*.

Foarte frecvent, în structura unui captor se includ *unul* sau *mai multe traductoare*, construite ca dispozitive de *uz general* bine individualizate, ce se disting clar în ansamblul acestuia. Uneori, însă, această diferenţiere cu greu poate fi făcută şi, ca atare , noţiunile de captor şi de traductor tind să se confunde.

Captoarele ce se utilizează pentru măsurarea mărimilor mecanice au o mare varietate de tipuri constructive, ca forme şi dimensiuni, destinate unor domenii foarte diverse ale tehnicii şi ştiinţei, în care se impun, în unele cazuri, condiţii foarte severe privind cotele limită de gabarit, temperatura de lucru, presiunea etc. În prezent, aproape că nu există domeniu de activitate în care să nu se folosească astfel de captoare. Acestea se întâlnesc în industria aviatică, în practica medicinei, în biomecanică, în industria energetică şi cea petrolieră, în domeniile cercetării şi învăţământului.

Se află în uz captoare de înaltă precizie fabricate de firme specializate, dar se întâlnesc tot mai des construcţii originale, realizate în diferite laboratoare şi ateliere, în scopul rezolvării unor probleme proprii de cercetare sau de producţie.

O clasificare a captoarelor, corespunzând tipului mărimii mecanice ce se măsoară şi care interesează în mod expres sistemele elastice din domeniul mecanicii fine, este următoarea:

- *captoare de forţe şi de momente de răsucire,* vizând *elementele elastice dinamometrice;*
- *captoare de presiune,* implicând *elementele elastice manometrice;*
- *captoare de temperatură,* ce apelează la *elementele elastice bimetalice.*

La proiectarea şi utilizarea captoarelor menţionate trebuie avute în vedere o serie de caracteristici metrologice, constructive şi funcţionale ale acestora.

Alegerea tipului ca şi a majorităţii parametrilor semnificativi ai captorului se concretizează pe baza condiţiilor în care urmează să se facă măsurarea, precum şi a felului aparaturii cu care se va opera sau se va înregistra semnalul de ieşire al acestuia. O adaptare insuficient de satisfăcătoare a caracteristicilor tipului de captor la cele ale aparaturii de măsurare duce la compromiterea procesului de măsurare sau la denaturarea fenomenului de examinat.

1.1.2.Materiale de bază

Obişnuit, elementele elastice de traducere ale semnalului se execută din *oţeluri carbon* cu un conţinut de *0,4...1,25%C,* pentru care temperatura de regim maximă, în cazul solicitării permanente, nu trebuie să depăşească *180°C*, şi din *oţeluri aliate cu Si, Cr, Mn, V* (v. tabelul 1.1.), precum şi din *materiale neferoase*, ca: alama, bronzurile (pe bază de zinc, siliciu, beriliu), aliajele de nichel.

În tabelul 1.2 sunt prezentate caracteristicile mecanice şi domeniile de aplicare ale unor materiale neferoase, iar în tabelul 1.3 - caracteristicile mecanice ale unor semifabricate, toate privind aceleaşi elemente elastice.

Tabelul 1.1. **Caracteristicile mecanice ale unor oţeluri pentru elementele elastice de traducere a semnalelor**

Marca	Limita de curgere $R_{p\,0,2}$ [N/mm^2]	Rezistenţa la rupere la tracţiune R_m [N/mm^2]	Alungirea la rupere A_5 [%]	Observaţii
OLC 55 A	880	1 080	6	Oţeluri carbon şi aliate pentru arcuri STAS 795-92
OLC 65 A	780	980	10	
OLC 75 A	880	1 080	9	
OLC 85 A	980	1 130	8	
51 Si 17 A	1 080	1 180	6	
51 V Cr 11 A	1 180	1 320	6	
56 Si 17 A	1 080	1 270	6	
60 Si 15 A	1 270	1 470	6	
65 2S W	1 868	1 164	5	STAS 11 513-88
12 Ni Cr 180	200	500	45	Oţeluri inoxidabile STAS 358-90
12 Cr 130	410	587	20	
40 Cr 130	Duritate, min. 50 HRC			

Observaţii: Oţelurile pentru arcuri (STAS 795-92) au următoarele valori medii pentru :
modulul de elasticitate longitudinal, $E \approx 206\,000$ N/mm^2;
modulul de elasticitate transversal, $G \approx 78\,000$ N/mm^2.

Tabelul 1.2. **Caracteristicile mecanice şi domeniile de aplicaţie ale unor materiale neferoase pentru elementele elastice de traducere a semnalelor**

Materialul neferos	Elementele principale din compoziţia chimică [%]	Caracteristicile mecanice[daN/mm^2]					Domeniul de aplicaţie
		Limita de elasticitate σ_e	Rezistenţa la rupere la tracţiune R_m	Rezistenţa la rupere la torsiune τ_{rt}	Modulul de elasticitate		
					longitudinal E	transversal G	
Alamă	Cu 67,0; Zn 33,0	28...42	70...90	43...63	10 500	3 900	Pentru solicitări mici şi cerinţe de bună conductivitate electrică
Bronz cu staniu	Cu 90 min; Sn 0.8; P 0.3 max	42...77	70...105	49...77	10 500	4 600	Pentru solicitări mai mari decât la alamă şi cerinţe de bună conductivitate electrică
Bronz cu siliciu	Cu 97,5; Si 2,5	42...77	70...105	49...77	10 500	4 600	Idem ca bronzul cu staniu

Tabelul 1.2.(continuare)

Materialul neferos	Elementele principale din compoziţia chimică [%]	Caracteristicile mecanice[daN/mm²]					
		Limita de elasticitate σ_e	Rezistenţa la rupere la tracţiune R_m	Rezistenţa la rupere la torsiune τ_{rt}	Modulul de elasticitate		Observaţii
					longitudinal E	transversal G	
Bronz cu beriliu	Cu 98,0; Be 2,0	77...105	112...114	70...91	13 400	4 900	Pentru solicitări mari, având o foarte bună conductivitate electrică şi rezistenţă la coroziune ca şi cuprul
Monel K	Ni 66,0; Cu 31,0; Al 3,0	77...105	112...140	70...80	18 300	6 700	Pentru solicitări mari până la temperatura de 230°C, fiind rezistent la coroziune şi amagnetic până la - 100°C
Iconel	Ni 76,0; Cr 16,0; Fe 8,0	77...105	112...140	70...88	21 800	7 700	Pentru solicitări ridicate până la temperatura de 370°C, fiind rezistent la coroziune şi amagnetic până la - 40°C
Iconel X	Ni 70,0 min; C 16,0; Fe 8,0; Ti 2,5	77...105	112...140	70...88	21 800	7 700	Pentru solicitări ridicate până la temperatura de 480°C, fiind rezistent la coroziune şi amagnetic până la - 173°C

Tabelul 1.3. **Caracteristicile mecanice ale unor semifabricate pentru elementele elastice de traducere a semnalelor**

Semifabricatul pentru arc	Modulul de elasticitate [N/mm²]		Rezistenţa admisibilă [N/mm²]											
			Semifabricat fără revenire						Semifabricat cu revenire					
	E	G	σ_a	σ_{oa}	σ_{-1a}	τ_a	τ_{oa}	τ_{-1a}	σ_a	σ_{oa}	σ_{-1a}	τ_a	τ_{oa}	τ_{-1a}
Bandă din oţel pentru arc	21×10^4	80×10^3	1 800	1 400	–	–	–	–	1 800	1 400	–	–	–	–
Bandă din oţel călită	21×10^4	80×10^3	750	600	500	–	–	–	1 000	800	700	–	–	–
Bandă din oţel tare inoxidabil	18×10^4	73×10^3	400	370	300	–	–	–	480	440	360	–	–	–
Tablă din bronz (Bz6)	$10,7 \times 10^4$	42×10^3	350	300	110	–	–	–	420	360	130	–	–	–

Tabelul 1.3. (continuare)

Semifabricatul pentru arc	Modulul de elasticitate [N/mm^2]		Rezistenţa admisibilă [N/mm^2]											
			Semifabricat fără revenire						Semifabricat cu revenire					
	E	G	σ_a	σ_{oa}	σ_{-1a}	τ_a	τ_{oa}	τ_{-1a}	σ_a	σ_{oa}	σ_{-1a}	τ_a	τ_{oa}	τ_{-1a}
Tablă din bronz cu siliciu	12 x 10^4	42 x 10^3	180	150	550	–	–	–	220	180	65	–	–	–
Tablă din alpaca	12 x 10^4	45 x 10^3	320	270	100	–	–	–	380	320	120	–	–	–
Tablă din nichelină tare	13,5 x 10^4	48 x 10^3	350	290	110	–	–	–	420	250	130	–	–	–
Tablă din alamă	10 x 10^4	35 x 10^3	220	180	65	–	–	–	260	220	68	–	–	–
Sârmă din oţel de arc	21 x 10^4	80 x 10^3	870	750	650	600	500	300	1200	1 000	770	840	700	420
Sârmă din oţel inoxidabil	18 x 10^4	73 x 10^3	450	400	300	350	300	200	630	560	420	490	420	280
Sârmă din bronz(Bz6)	10,7 x 10^4	42 x 10^3	400	320	180	230	170	90	560	450	250	320	240	120
Sârmă din alpaca	12 x 10^4	45 x 10^3	260	290	150	200	140	80	500	400	210	280	180	110
Sârmă din alamă	10 x 10^4	35 x 10^3	240	180	90	160	105	55	330	250	130	220	180	75

Observaţii: 1. Valorile din tabel sunt valabile numai pentru elementele elastice lamelare drepte. 2. Elementele elastice îndoite,cotite sau răsucite suferă, prin deformarea lor la rece, o modificare de structură şi, în afară de aceasta, la locurile de încovoiere suprafaţa devine mai casantă, aşa încât se reduce considerabil, mai ales, rezistenţa la oboseală.Aceasta condiţionează o corecţie a rezistenţei admisibile, aplicându- se factorii de corecţie c_1, c_2 şi c_3. Factorul c_1=0,7 se aplică la elementele elastice din tablă de oţel cu o rază de îndoire mimimă de 0,5 *h* (*h* fiind grosimea tablei), la elementele elastice din tablă neferoasă cu raza de îndoire minimă de 0,25 h, la elementele elastice din sârmă cu raza de îndoire de minimă de 1,5 *d* (*d* fiind diametrul sârmei). La elementele elastice din sârmă trebuie dată atenţie şi îndoirilor de la capetele sârmei. Factorul c_2=0,25 d se aplică atunci când locul de îndoire este foarte apropiat de locul de prindere, mai ales dacă există pericolul ca, prin îndoire, elementele elastice să capete fisuri. Razele de îndoire arătate pentru c_1 sunt valabile şi pentru c_2. Factorul c_3= 0,1 se aplică la elementele elastice pentru aparatele de măsurare, la care precizia măsurării depinde de încovoierea sau torsiunea lor. 3. Valorile din tabel sunt valabile numai pentru temperatura camerei. La temperaturi mai ridicate apare o considerabilă slăbire a arcuirii. Astfel, de exemplu, modulul de elasticitate al oţelului se reduce cu 10% dacă temperatura creşte cu 15°C.

1.1.3. Parametri de bază.Caracteristici

O importanţă deosebită pentru calculul şi folosirea elementelor elastice de traducere ale semnalelor în diverse scopuri prezintă aşa- numiţii *parametri de bază*. Aceştia sunt:

- *sarcina* sau *încărcarea elementului elastic*, care poate fi o forţă *F*, o presiune *p*, o solicitare termică sau un moment *M*, având, de cele mai multe ori, un rol de semnal exterior şi determinând felul solicitării;

- *săgeata, care constituie deformaţia elementului elastic* şi care, în raport de

solicitare şi de forma sa constructivă, poate fi o *deplasare liniară f* sau *unghiulară* Θ;

- *caracteristica elementului elastic*, care reprezintă dependenţa dintre semnal şi deformaţie şi care este cel mai important dintre parametrii acestuia. Analitic, caracteristica se poate exprima, corespunzător felului sarcinii de acţionare, prin una din relaţiile:

$$F = \varphi(f) \text{ sau } M_t = \psi(\theta). \tag{1.1}$$

Reprezentarea grafică a caracteristicii poate fi liniară, zisă şi constantă, sau neliniară, progresivă sau regresivă, distingându- se patru tipuri de bază: caracteristică liniară fără sarcină iniţială (fig. 1.2, *a*); caracteristică liniară cu sarcină iniţială (fig. 1.2, *b*); caracteristică neliniară fără sarcină iniţială (fig. 1.2, *c*); caracteristică neliniară cu sarcină iniţială (fig. 1.2, *d*).

Multe elemente elastice activează numai pe o parte din curba caracteristică sarcină-deformaţie. Domeniul de lucru este definit prin valorile limită ale sarcinii şi deformaţiei;

- *rigiditatea elementului elastic c, respectiv c'*, definită analitic prin relaţiile

$$c = \mathrm{d}F/\mathrm{d}f \text{ respectiv } c' = \mathrm{d}M_t/\mathrm{d}\theta. \tag{1.2}$$

În cazul când c (c') = const., rigiditatea se mai numeşte şi **constanta elementului elastic,** relaţiile modificându- se, astfel:

$$c = F/f \text{ sau } c' = M_t/\theta. \tag{1.3}$$

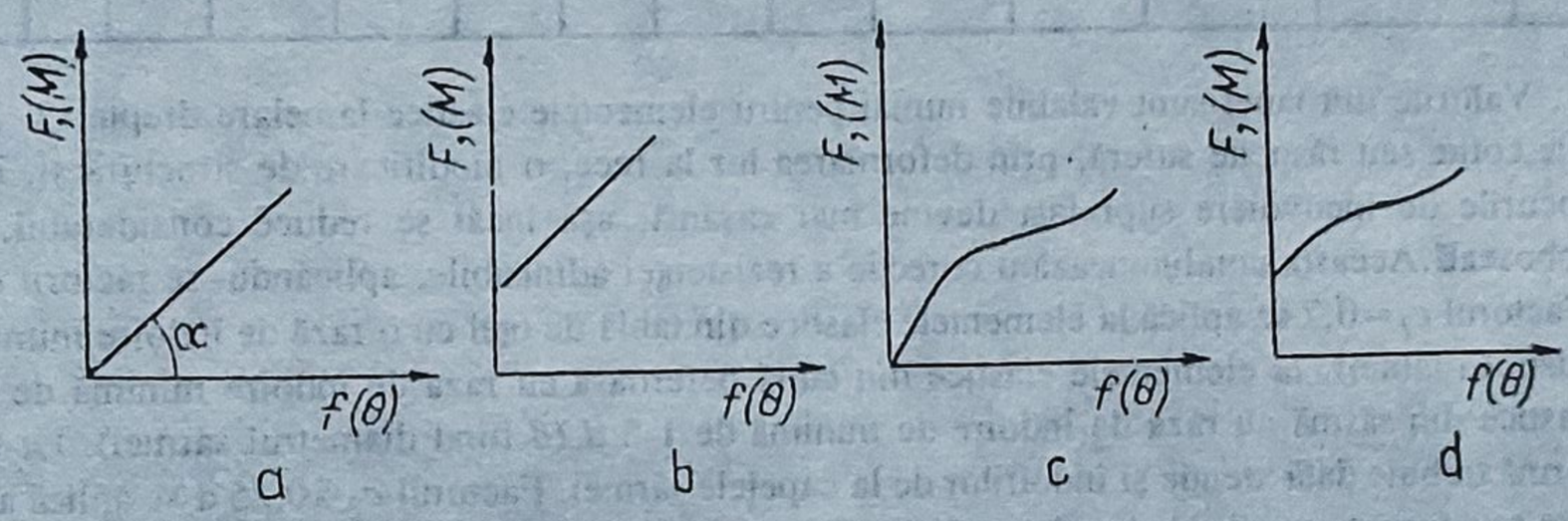


Fig. 1.2

Din punct de vedere geometric, rigiditatea elementului elastic poate fi reprezentată prin *tangenta unghiului* α (fig.1.2, *a*) la curba caracteristică, semnificând *panta caracteristicii*, cu relaţia

$$\operatorname{tg}\alpha = \mathrm{d}F/\mathrm{d}f \text{ sau } \operatorname{tg}\alpha = \mathrm{d}M_t/\mathrm{d}\theta; \tag{1.4}$$

- *sensibilitatea elementului elastic* s, respectiv s', care este inversa rigidităţii, dată de relaţiile

$$s = 1/c = \mathrm{d}f/\mathrm{d}F \text{ sau } s' = 1/c' = \mathrm{d}\theta/\mathrm{d}M_t\ ; \tag{1.5}$$

- *energia acumulată în procesul de deformare elastică*, E_a , ce caracterizează, în mare măsură, posibilităţile de folosire ale elementelor elastice, fiind dată de mărimea ariei suprafeţei cuprinse între curba caracteristică a acestora şi axa abscielor(fig. 1.3, *a* şi *b*).

Relaţiile de calcul sunt

$$E_a = \int_0^{f_n} F df \text{ sau } E_a = \int_0^{\theta_n} M_t \, d\theta \quad (1.6)$$

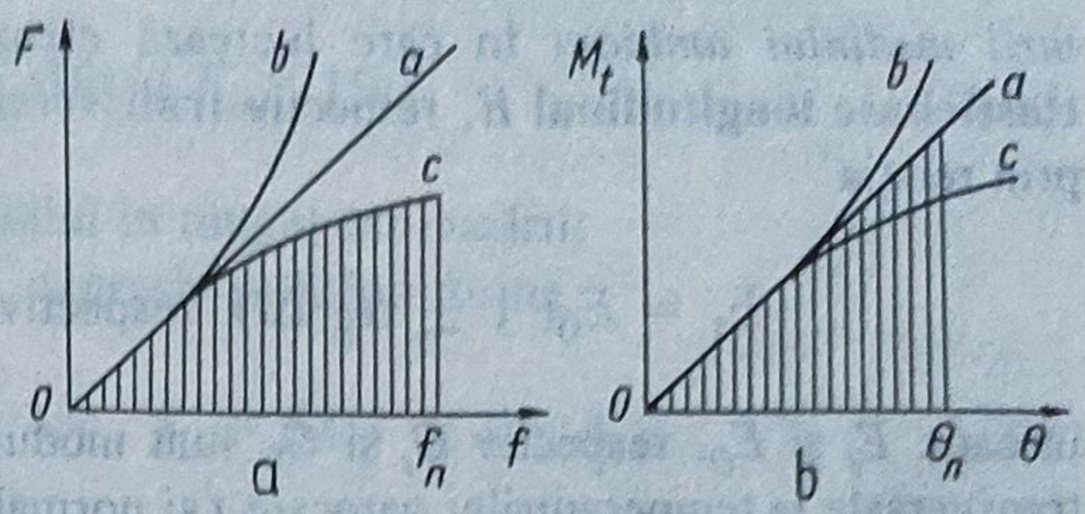


Fig. 1.3

Dacă rigiditatea este constantă, $F = c.\, f_n$, respectiv $M_t = c'.\theta_n$, atunci şi energia acumulată în procesul de deformare elastică are expresiile

$$E_a = (F \cdot f_n)/2 = c \cdot f_n^2/2$$

sau (1.7)

$$E_a = (M_t \cdot \theta_n)/2 = (c'\, \theta_n^2)/2.$$

Expunerea relaţiilor privind caracteristica elementelor elastice s-a limitat la aspectul lor teoretic, neţinându- se seama de fenomenele intime din structura materialului ce introduc aşa- numitele *erori de caracteristică*, care constituie unul din parametrii de bază ce trebuie avuţi în vedere la calcul.

Astfel, unele din cauzele generatoare de asemenea erori le reprezintă *fenomenele fizice de relaxare elastică şi de histerezis elastic*. Datorită relaxării elastice, după încetarea acţiunii semnalului, elementul elastic continuă să se deformeze (fig. 1.4, *a* - porţiunea *AB* la sarcina F_2 şi *CO* la sarcina $F = 0$), iar, corespunzător influenţei histerezisului elastic, curba de încărcare nu coincide cu cea de descărcare (fig.1.4, *b*). În practică, fenomenele menţionate se petrec concomitent şi sunt inseparabile. Ca urmare, conform figurii 1.4, *a* apare eroarea absolută

$$\Delta\gamma = f_1' - f_1, \quad (1.8)$$

de unde eroarea relativă devine

$$\epsilon_{r,h} = (\Delta\gamma \cdot 100)/f_{max} \ (\%), \quad (1.9)$$

în care f_{max} este deformaţia maximă a elementului elastic produsă în timpul exploatării.

Procesele de relaxare elastică şi de histerezis elastic se explică prin aceea că o parte din energia acumulată de elementul elastic se consumă în cadrul frecării interne dintre moleculele materialului. Aceasta constituie *o energie disipată*, ceea ce reprezintă un dezavantaj pentru elementele elastice din structura aparatelor de măsurare. În vederea eliminării acestuia, precum şi a efectului de relaxare elastică, care se observă la aplicarea îndelungată a sarcinii, înainte de montarea elementului elastic în dispozitiv se efectuează *operaţia de stabilizare*, care constă în supunerea acestuia unor sarcini şi, uneori, unor temperaturi constante sau variabile.

Un al treilea factor care introduce anumite erori îl reprezintă *variația temperaturii mediului ambiant* în care lucrează elementul elastic, ce modifică **modulul de elasticitate longitudinal** E, respectiv **transversal** G. Aceasta se poate lua în considerare prin relația

$$E_t = E_0(1 \pm \alpha_E \cdot \Delta t) \text{ respectiv } G_t = G_0(1 \pm \alpha_G \cdot \Delta_t), \qquad (1.10)$$

în care: E_t și E_0, respectiv G_t și G_0 sunt modulele de elasticitate longitudinale respectiv transversale la temperaturile: oarecare t și normală de lucru t_0; α_E, α_G - coeficientul termic al modulului de elasticitate longitudinal E, respectiv transversal G; $\Delta t = t - t_0$ - diferența de temperatură.

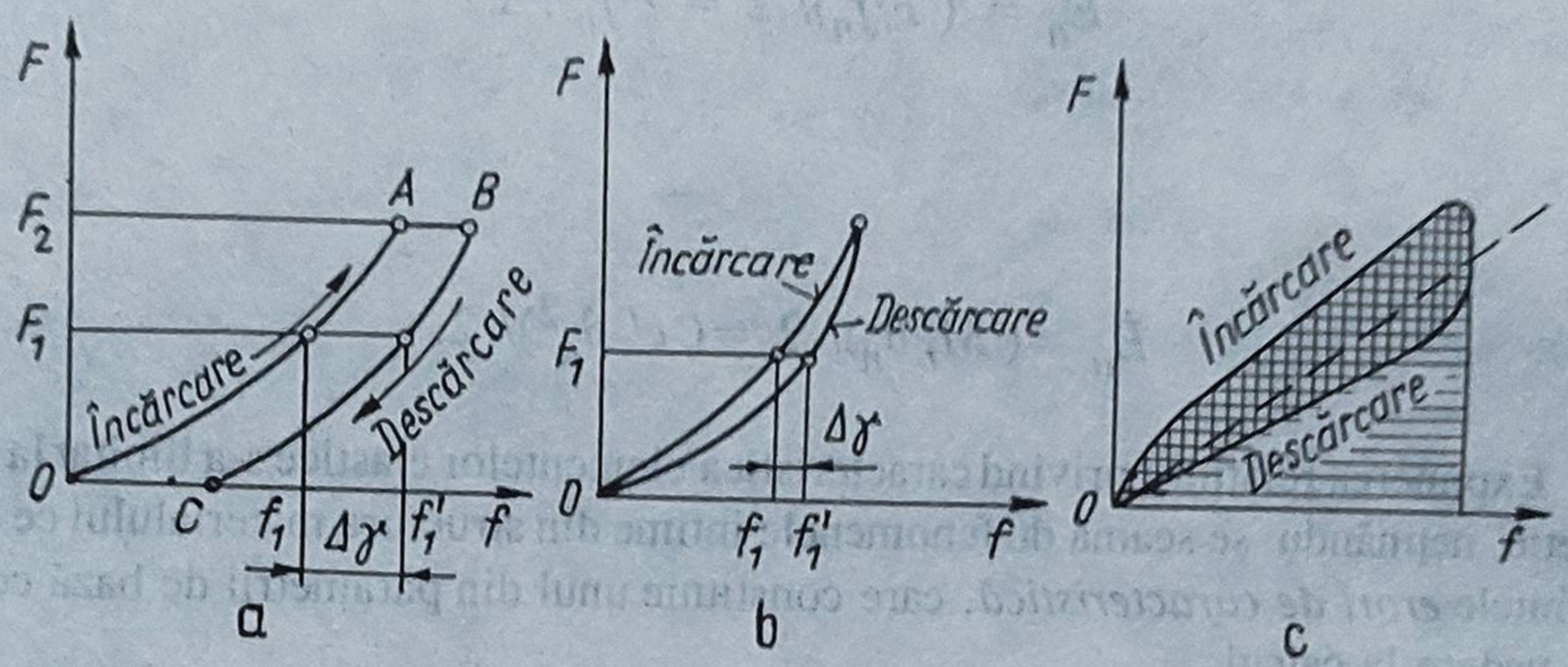


Fig. 1.4

Eroarea absolută la modulul de elasticitate longitudinal, respectiv transversal, la temperatura oarecare t, ΔE_t respectiv ΔG_t este

$$\Delta E_t = \pm E_0 \cdot \alpha_E \cdot \Delta t \text{ respectiv } \Delta G_t = \pm G_0 \cdot \alpha_G \cdot \Delta t, \qquad (1.11)$$

iar eroarea relativă la aceleași module devine

$$\epsilon_{Et} = (\Delta E_t \cdot 100)/ E_{max} \, [\%] \text{ respectiv } \epsilon_{Gt} = (\Delta G_t \cdot 100)/ G_{max} \, [\%], \qquad (1.12)$$

unde E_{max} și G_{max} reprezintă valorile maxime ale lui E și G în timpul exploatării.

Modificarea modulului de elasticitate E, respectiv G, datorită variației temperaturii, se repercutează asupra:

- *semnalului*, relația acestuia devenind

$$F_t = F_0(1 \pm \alpha_E \cdot \Delta t) \text{ respectiv } F_t = F_0(1 \pm \alpha_G \cdot \Delta_t), \qquad (1.13)$$

în care F_t și F_0 sunt valorile semnalului la temperaturile: oarecare t și normală de lucru t_0.

Eroarea absolută la semnal, la temperatura oarecare t, este

$$\Delta F_t = F_0 \cdot \alpha_E \cdot \Delta t \text{ respectiv } \Delta F_t = F_0 \cdot \alpha_G \cdot \Delta t, \qquad (1.14)$$

iar eroarea relativă va fi

$$\epsilon_{Ft} = (\Delta F_t \cdot 100)/ F_{max}\ [\%], \tag{1.15}$$

unde F_{max} este valoarea maximă a semnalului în timpul exploatării;

- *deformaţiei elementului elastic*, expresia sa luând forma

$$f_t = f_0(1 \pm \alpha_E \cdot \Delta t) \text{ sau } f_t = f_0(1 \pm \alpha_G \cdot \Delta_t), \tag{1.16}$$

în care f_t şi f_0 sunt valorile săgeţii la temperaturile: oarecare t şi normală de lucru t_0.

Eroarea absolută la deformaţie, la temperatura oarecare t, este

$$\Delta f_t = f_0 \cdot \alpha_E \cdot \Delta t \text{ respectiv } \Delta f_t = f_0 \cdot \alpha_G \cdot \Delta t, \tag{1.17}$$

iar eroarea relativă va fi

$$\epsilon_{ft} = (\Delta f_t \cdot 100)/ f_{max}\ [\%]. \tag{1.18}$$

În vederea comparării diferitelor soluţii constructive ale elementelor elastice sunt utilizaţi anumiţi *parametri indicatori legaţi de energia acumulată în procesul de deformare elastică.*

Aceştia sunt:

-*coeficientul specific de utilizare sau de formă,* k_f, care arată influenţa formei constructive a elementului elastic şi felului solicitării asupra înmagazinării energiei în procesul de deformare elastică. Astfel, în cazul solicitării de întindere- compresiune rezultă

$$E_a = (F \cdot f)/2 = (F^2 \cdot l)/(2E \cdot A) = (A^2 \cdot \sigma_a^2 \cdot l)/(2E \cdot A) = \\ = (\sigma_a^2 \cdot V)/(2E) = (k_f \cdot \sigma_a^2 \cdot V)/(2E),\ k_f = 1; \tag{1.19}$$

-*coeficientul de utilizare volumetrică,* k_v, care exprimă raportul dintre cantitatea de energie acumulată de elementul elastic şi volumul acestuia, având relaţia

$$k_V = E_a/V = (k_f \cdot \sigma_a^2 \cdot V)/(2E \cdot V) = (k_f \cdot \sigma_a^2)/(2E). \tag{1.20}$$

Acest coeficient oferă informaţii asupra utilizării volumului pentru acumularea energiei în procesul de deformare elastică;

- *coeficientul de utilizare gravimetrică,* k_{Ge}, care dă indicaţii asupra folosirii greutăţii elementului elastic din punct de vedere al acumulării energiei în procesul de deformare elastică.

Expresia analitică a acestui coeficient este

$$k_{Ge} = E_a/G_e = (k_f \cdot \sigma_a^2 \cdot V)/(2E \cdot \gamma \cdot V) = k_V/\gamma, \tag{1.21}$$

unde G_e reprezintă greutatea elementului elastic, iar γ - greutatea specifică a materialului acestuia.

Relaţiile pentru energia acumulată în procesul de deformare elastică, stabilite anterior, sunt valabile dacă părţile componente ale elementului elastic nu se află în contact,

deci este evitată frecarea dintre acestea.La unele categorii de elemente elastice, datorită frecării, curba caracteristică are o formă similară celei din figura 1.4, *c*. Suprafaţa haşurată dublu, cuprinsă de această curbă, reprezintă energia consumată de elementul elastic pentru învingerea frecării.

Un alt parametru de bază poate fi şi *randamentul elementului elastic, η*. Dacă se consideră diagrama din figura 1.3, *c* şi se notează cu *A* aria suprafeţei de sub linia de încărcare, care semnifică energia E_a absorbită de elementul elastic la încărcare, aria suprafeţei *A'* de sub linia de descărcare va fi energia E_c cedată de elementul elastic la descărcare. În consecinţă, aria suprafeţei închisă de buclă, adică aria *A - A'*, va reprezenta energia consumată prin frecare. Deci, randamentul elementului elastic se exprimă ca un raport, astfel:

$$\eta = A'/A = E_c/E_a, \tag{1.22}$$

1.2. Elemente elastice dinamometrice

1.2.1. Construcţie şi calcul

1.2.1.1. Clasificarea elementelor dinamometrice. Criteriul cel mai indicat pentru *clasificarea elementelor elastice cu rol dinamometric* este cel *constructiv*, conform căruia, pentru domeniul mecanicii fine, se pot menţiona următoarele categorii:

a)pentru calitatea de traductor de forţă

- *elementele elastice* constituite dintr- o singură lamelă sau dintr- un tub şi care, în raport de forma pe care o au, pot fi:

• *simple- drepte*, de *secţiune constantă* sau de *secţiune variabilă*(cu grosimea variind după o parabolă);

• *profilate,* care, la rândul lor pot fi: *drepte,* de secţiune variabilă şi *curbate*, de secţiune constantă, denumite şi *arcuri lamelare curbate- preformate*;

• *toroidale*, de secţiune inelară, constantă;

- *membranele profilate* de grosime variabilă;

b)pentru calitatea de traductor de moment de răsucire

- *arcurile spirale plane de rezistenţă;*
- *arcurile- bară de torsiune;*
- *arcurile elicoidale cilindrice de compresiune;*
- *arcurile elicoidale flexionale.*

1.2.1.2. Tipuri constructive. Proiectare- calcul. La acest paragraf se vor trata numai categoriile de elemente elastice al căror rol este preponderent dinamometric. Celelalte vor fi expuse, din punct de vedere constructiv şi de proiectare- calcul, la capitolele în care se încadrează corespunzător caracterului lor funcţional de bază.

A. Elemente elastice simple- drepte. Constituite dintr- o singură foaie de arc, au, în stare liberă, fibra medie după o linie dreaptă. Solicitarea lor principală este încovoierea. În domeniul mecanicii fine, deformaţiile datorate încovoierii se pot considera relativ mici faţă de lungimea lamelei, forma deformată fiind aproximativ apropiată de cea nedeformată.

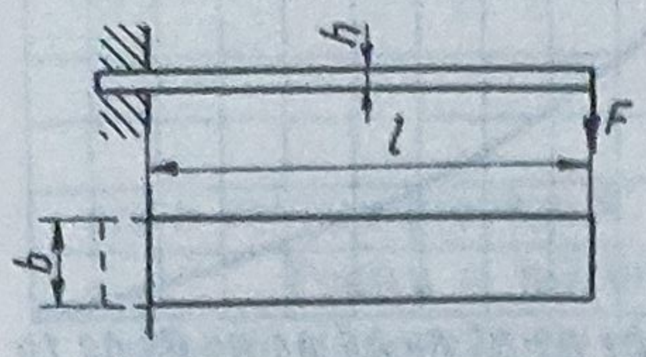


Fig.1.5

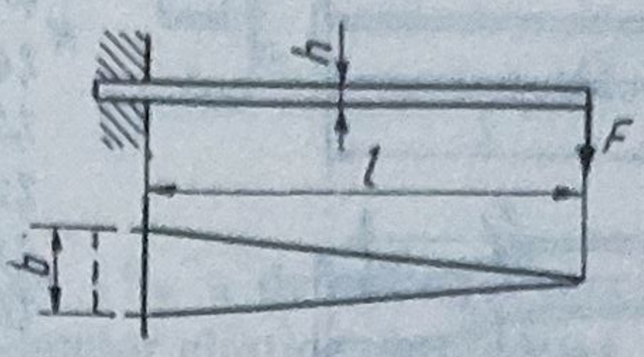


Fig.1.6

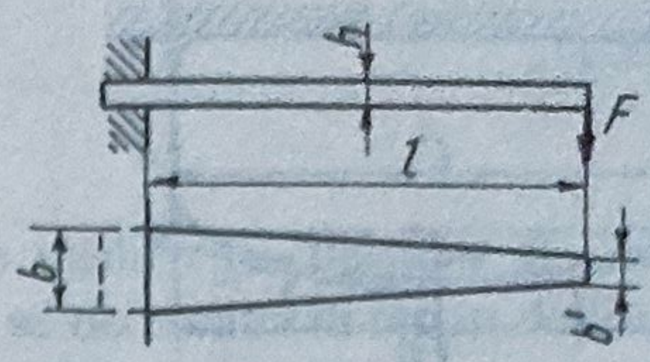


Fig.1.7

În general, elementele elastice simple- drepte au *secţiunea dreptunghiulară*, dar forma lor poate fi: dreptunghiulară(fig. 1.5), triunghiulară(fig. 1.6), trapezoidală (fig. 1.7) sau cu grosimea lamelei variind după o parabolă (fig.1.8).

De obicei, acestea se fixează rigid la unul din capete, ceea ce echivalează cu o încastrare, fiind încărcate la capătul liber cu o sarcină *F*.Se întâlnesc, însă, şi cazuri când ambele capete sunt încastrate (fig.1.9) sau sprijinite (fig.1.10) şi încărcate, obişnuit, centric. De asemenea, pentru preîntâmpinarea pierderii echilibrului suprafeţei de contact se utilizează gruparea în paralel a două elemente simple- drepte(fig. 1.11), care realizează mişcarea paralelă a capătului liber la locul de încastrare.

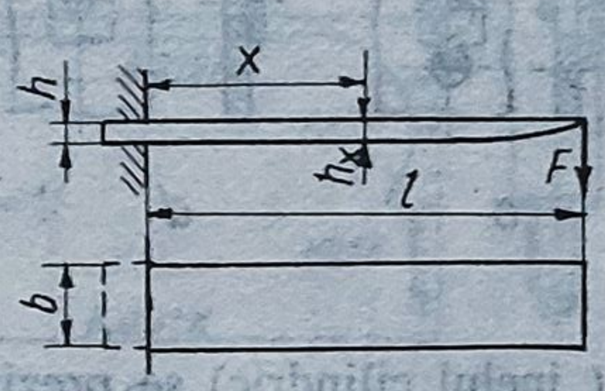


Fig.1.8

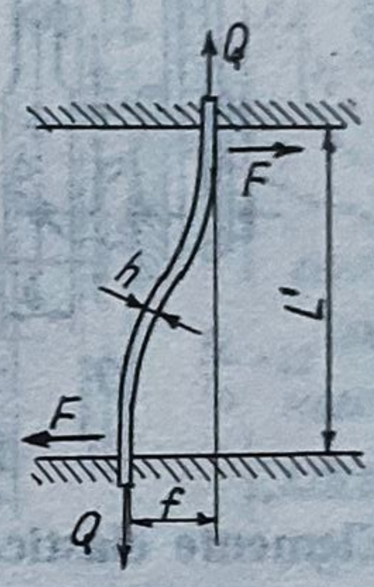


Fig.1.9

În ceea ce priveşte metoda de calcul, datorită multitudinii lor funcţionale - în practică întâlnindu- se foarte multe variante constructive - pot apărea, pentru elementele elastice simple- drepte, situaţiile următoare:

- cunoscându-se sarcina, dimensiunile şi materialul elementului, să se efectueze verificarea acestuia;
- cunoscându-se încărcarea şi materialul, să se determine parametrii constructivi şi funcţionali ai elementului;
- cunoscându-se dimensiunile şi materialul, să se stabilească sarcina maximă pe care o poate suporta elementul sau săgeata.

Relaţiile de calcul corespunzătoare cerinţelor acestor situaţii sunt prezentate astfel:

- în tabelul 1.4 pentru elementele elastice simple- drepte încastrate la unul din capete;
- în tabelul 1.5 pentru tipurile constructive reprezentate în figurile 1.9, 1.10 şi 1.11.

Prinderea elementelor elastice încastrate la un capăt trebuie să fie făcută în aşa fel încât suportul peste care se încovoaie arcul să fie suficient de rotunjit, iar lamelele asamblate cu şuruburi - de lăţime adecvată, pentru a nu slăbi secţiunea elementului elastic în această zonă (fig. 1.13, *a,b*). Şuruburile trebuie să fie asigurate împotriva autodesfacerii.

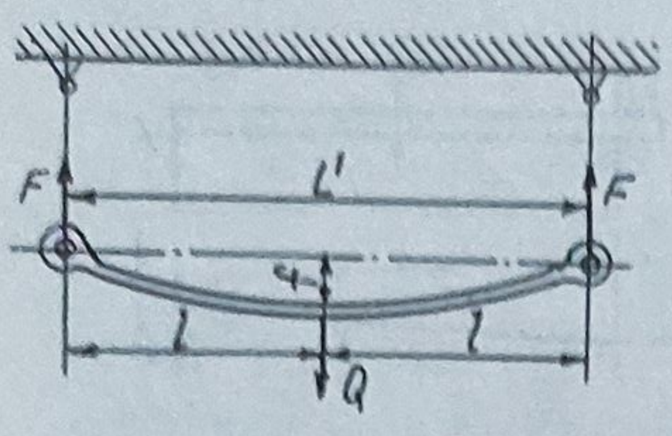


Fig. 1.10

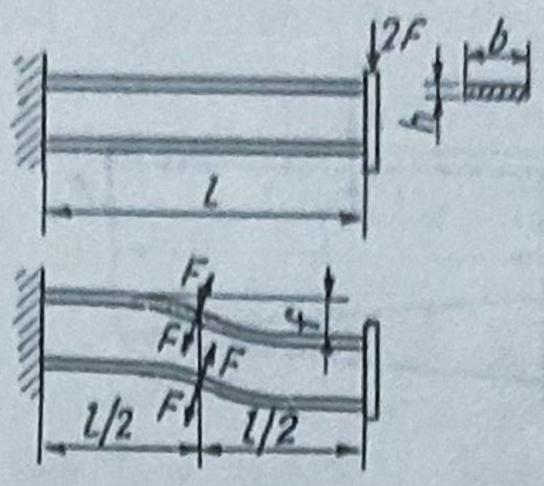


Fig.1.11

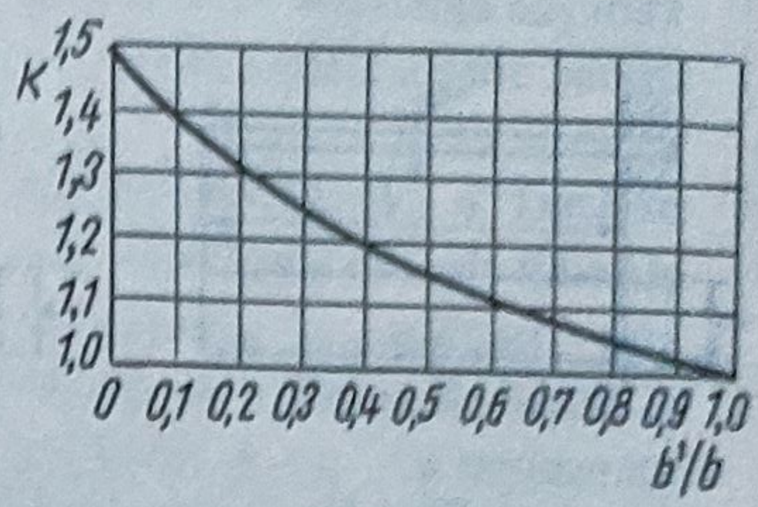


Fig.1.12

Se poate folosi numai un şurub de fixare şi o asigurare contra rotirii printr-o ureche (fig. 1.13, *c*). De asemenea, se pot utiliza şi alte mijloace de prindere, ca: nituirea şi imprimarea(fig. 1.13,*d*). Plăcile de rezemare *A*, care servesc la preluarea pretensionării în poziţia de repaus, trebuie să ajungă cât mai aproape de capătul liber al elementului.

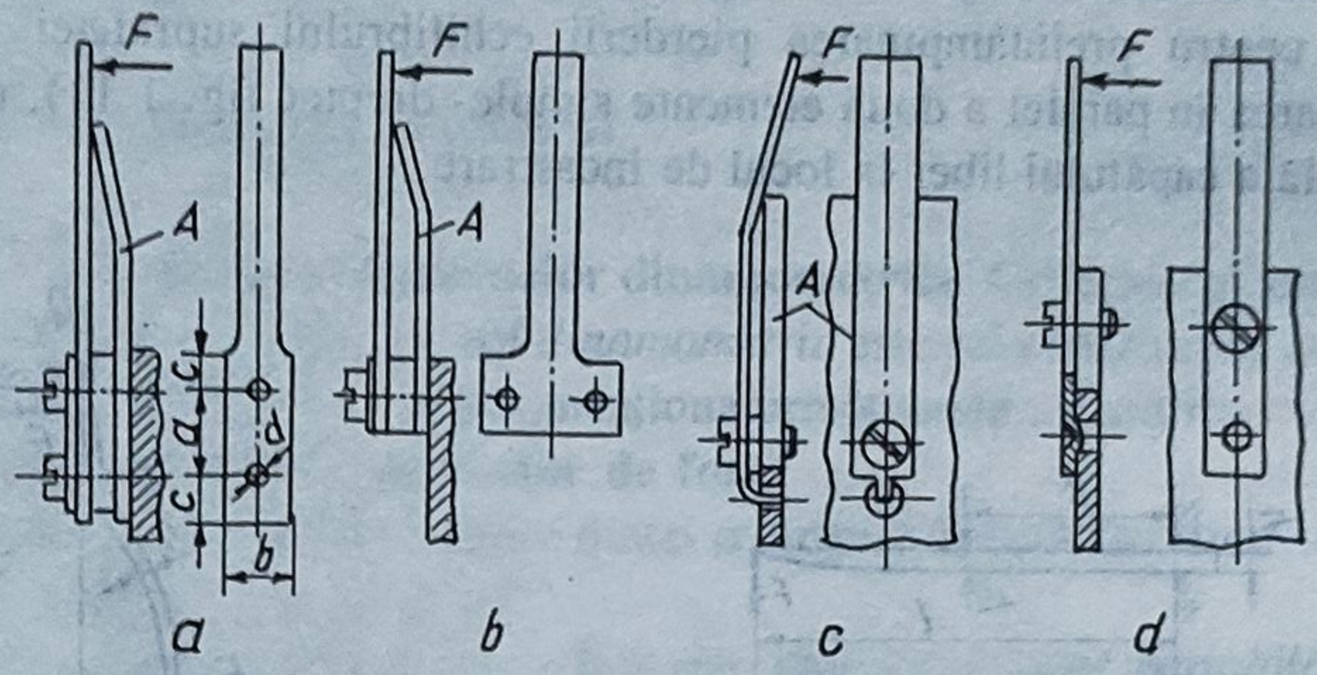


Fig.1.13

B.Elemente elastice toroidale. Torul (inelul cilindric) se prezintă sub formă tubulară, fără agent interior, caracterizat printr-o rigiditate axială mare.În fig. 1.14 este reprezentată o secţiune printr- un astfel de tor, ilustrându- se parametrii caracteristici: *r* - raza cercului generator; $d = 2r$; $D = 2R$; $A = 4\pi^2 Rr$; $V = 2\pi^2 Rr^2$.

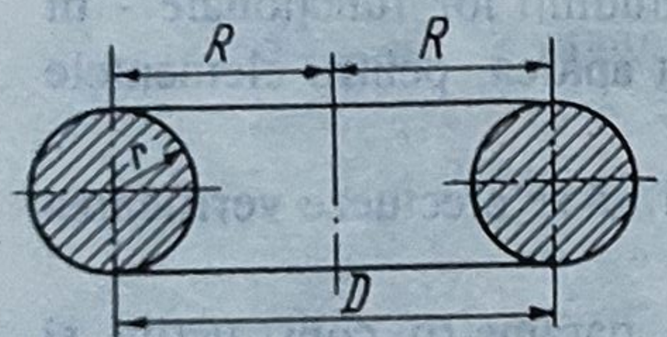


Fig.1.14

Proiectarea elementului elastic toroidal se efectuează, în general, corespunzător solicitărilor ce intervin în cadrul aplicaţiilor sale şi a condiţiilor oferite în locaşul practicat în ansamblul în care este integrat.

C.Elemente elastice profilate- drepte, de secţiune variabilă. Aceste elemente elastice sunt construcţii determinate pe cale experimentală, special pentru *captoarele cu traductoare rezistive.* Formele *a*, *b* şi *c* ale celor mai reprezentative tipuri de astfel de elemente elastice sunt ilustrate în figura 1.15, dimensiunile lor fiind exprimate în raport de o constantă K, ale cărei valori se stabilesc în funcţie de mărimea forţei nominale. Traductoarele rezistive se vor amplasa în zona mediană de lungime *L* a fiecărui element elastic, raportul dintre deformaţia specifică ϵ_i, măsurată pe suprafaţa interioară, şi ϵ_e, măsurată pe suprafaţa exterioară, fiind $\epsilon_i/\epsilon_e = 1,1$ - pentru tipurile *a* şi *b*, respectiv 1,2 - pentru tipul *c*.

Prin măriri sau micşorări la scară se pot obţine, în anumite limite, pentru orice forţă F dorită, dimensiunile corespunzător cărora deformaţia specifică medie,

$$\epsilon_m = (\epsilon_i + \epsilon_e)/2, \tag{1.23}$$

are o valoare prevăzută.

Pentru o mărime de 1‰ a deformaţiei specifice medii ϵ_m, constanta K, care defineşte dimensiunile elementelor elastice din figura 1.15, se determină în raport de forţa nominală F cu ajutorul curbelor reprezentate în figura 1.16. Astfel dimensionate, cele trei tipuri de elemente elastice profilate prezintă o abatere de la liniaritate mai mică sau egală cu 0,5%, în raport cu valoarea nominală $\epsilon = 1‰$.

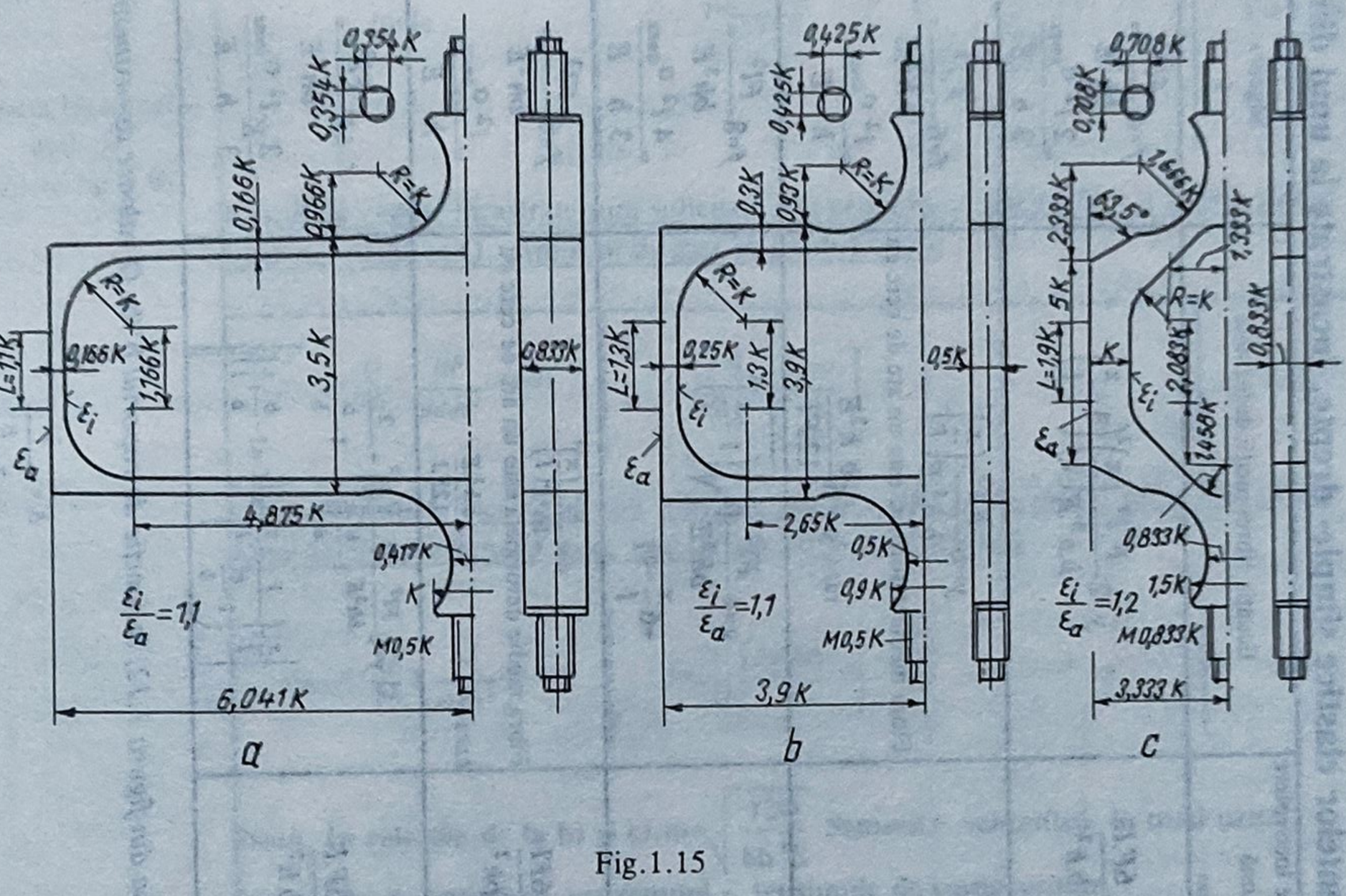


Fig.1.15

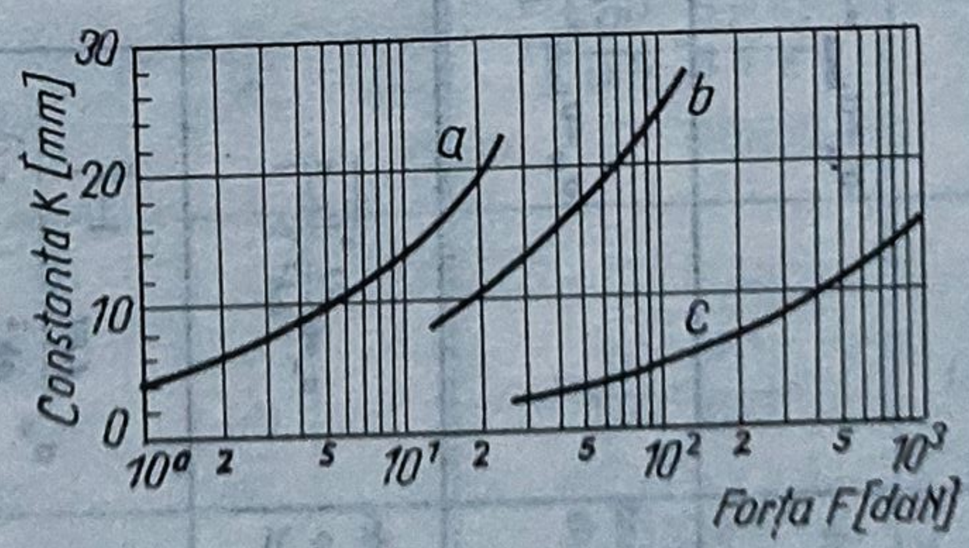


Fig.1.16

Tabelul 1.4. **Relaţiile de calcul ale elementelor elastice simple- drepte, încastrate la unul din capete**

Felul elementului elastic simplu- drept	Variaţia tensiunii de încovoiere σ_{ix}	Tensiunea de încovoiere maximă σ_{imax}	Ecuaţia fibrei medii deformate	Săgeata f	Lucrul mecanic de deformaţie L	Coeficientul de utilizare volumetrică, k. Volumul arcului, V.
Element de formă dreptunghiulară (fig. 1.5)	$\sigma_{ix}=\frac{6F.l}{b.h^2}\left(1-\frac{x}{l}\right)$	$\sigma_{imax}=\frac{6F.l}{b.h^2}$	$y=2\frac{F\,l^3}{b.h^3.E}\left(\frac{x}{l}\right)^2\left(3-\frac{x}{l}\right)$	$f=4\frac{Fl^3}{bh^3E}=$ $=\frac{2}{3}\frac{l^2}{h}\frac{\sigma_{imax}}{E}$	$L=\frac{Ff}{2}=\frac{1}{18}\frac{bhl}{E}\sigma^2_{imax}=$ $=\frac{1}{18}\frac{V}{E}\sigma^2_{imax}$	$k=\frac{1}{18}$; $V=bhl$
Element de formă triunghiulară (fig.1.6)	$\sigma_{ix}=\sigma_{imax}=\frac{6Fl}{bh^2}$		$y=6\frac{F.l^3}{b.h^3.E}\left(\frac{x}{l}\right)^2$. Fibra medie deformată este un arc de cerc cu raza $\rho=6\frac{b\,h^3E}{12Fl}$	$f=6\frac{F.l^3}{b.h^3.E}=$ $=\frac{l^2}{h}\frac{\sigma_{imax}}{E}$	$L=\frac{Ff}{2}=\frac{1}{12}\frac{b.h.l}{E}\sigma^2_{imax}=$ $=\frac{1}{6}\frac{V}{E}\sigma^2_{imax}$	$k=\frac{1}{6}$; $V=\frac{bhl}{2}$
Element cu grosimea variind după o parabolă obişnuită (fig.1.8)	$\sigma_{ix}=\sigma_{imax}=\frac{6Fl}{bh^2}$		$y=4\frac{Fl^3}{bh^3E}[4\sqrt{\left(1-\frac{x}{l}\right)^3}+$ $+6\frac{x}{l}-4]$	$f=8\frac{Fl^3}{bh^3E}=$ $=\frac{4}{3}\frac{l^2}{h}\frac{\sigma_{imax}}{E}$	$L=\frac{Ff}{2}=\frac{1}{9}\frac{bhl}{E}\sigma^2_{imax}=$ $=\frac{1}{6}\frac{V}{E}\sigma^2_{imax}$	$k=\frac{1}{6}$; $V=\frac{2}{3}bhl$
Element cu grosimea lamelei variind după o parabolă cubică (fig.1.8)	$\sigma_{ix}=6\frac{F.l}{b.h^2}\cdot\sqrt[3]{1-\frac{x}{l}}$	$\sigma_{imax}=\frac{6Fl}{bh^2}$	$y=6\frac{Fl^3}{bh^3E}\left(\frac{x}{l}\right)^3$. Fibra medie deformată este un arc de cerc cu raza $\rho=\frac{b.h^3.E}{12F.l}$	$f=6\frac{Fl^3}{bh^3E}=$ $=\frac{l^2}{h}\frac{\sigma_{imax}}{E}$	$L=\frac{Ff}{2}=\frac{1}{12}\frac{bhl}{E}\sigma^2_{imax}=$ $=\frac{1}{9}\frac{V}{E}\sigma^2_{imax}$	$k=\frac{1}{9}$; $V=\frac{3}{4}bhl$
Element de formă trapezoidală (fig.1.7)	$\sigma_{ix}=\frac{6Fl}{bh^2}\frac{1-\frac{x}{l}}{1-\left(1-\frac{b'}{b}\right)\frac{x}{l}}$	$\sigma_{imax}=\frac{6F.l}{b.h^2}$	$y=6\frac{Fl^3}{bh^3E}\frac{1}{1-\frac{b'}{b}}\left\{\left(\frac{x}{l}\right)^2+\frac{2}{1-\frac{b'}{b}}\cdot\right.$ $\left.\cdot\left[\frac{x}{l}-\left(\frac{1}{1-\frac{b'}{b}}-\frac{x}{l}\right)\cdot\ln\left(1-(1-\frac{b'}{b})\frac{x}{l}\right)\right]\right\}$	$f=4K\frac{Fl^3}{bh^3E}=$ $=\frac{2}{3}K\frac{l^2}{h}\frac{\sigma_{imax}}{E}$	$L=\frac{Ff}{2}=\frac{K}{18}\frac{bhl}{E}\sigma^2_{imax}=$ $=\frac{K}{9}\frac{1}{1+\frac{b'}{b}}\frac{V}{E}\sigma^2_{imax}$	$k=\frac{1}{9}\frac{K}{1+\frac{b'}{b}}$ $V=\frac{bhl}{2}\left(1+\frac{b'}{b}\right)$

Notă. *Mărimea coeficientului K se deduce din diagrama din figura 1.12, în funcţie de raportul b'/b. O valoare aproximativă, corespunzătoare, poate fi obţinută şi cu relaţia*

$$K=\frac{3}{2+\frac{b'}{b}}$$

Tabelul 1.5. **Relaţiile de calcul ale tipurilor constructive din figurile 1.9, 1.10 şi 1.11**

Tipul constructiv	Tensiunea de încovoiere maximă σ_{imax}	Săgeata maximă f_{max}	Lucrul mecanic de deformaţie L	Coeficientul de utilizare volumetrică, k. Volumul, V.
Element încastrat la ambele capete(fig.1.9)	a)Ambele capete sunt solicitate numai prin câte o sarcină F în sensuri contrare			
	$\sigma_{imax}=\frac{6Fl}{bh^2}$, unde $l=L'/2$	$f=\frac{4l^2}{3h}\frac{\sigma_{ai}}{E}$	$L=\frac{Ff}{2}=\frac{1}{18}\frac{bhL'}{E}\sigma_{ai}^2=\frac{1}{18}\frac{\sigma_{ai}^2}{E}V$	$V=bhL'$ $k=1/18$
	b)Ambele capete încastrate sunt solicitate atât prin câte o sarcină F, cât şi prin câte o forţă de tracţiune Q, care sunt dirijate în sensuri opuse			
	$\sigma_{imax}=\frac{Q}{bh}\pm\frac{6F}{mbh^2}th(ml)$	$f=2\frac{F}{Q}\left[1-\frac{th(ml)}{m}\right]$	–	–
	c)Ambele capete încastrate sunt solicitate atât prin câte o sarcină F, cât şi prin câte o forţă de compresiune Q, care sunt dirijate în sensuri contrare			
	$\sigma_{imax}=-\frac{Q}{bh}\pm\frac{6F}{mbh^2}tg(ml)$	$f=2\frac{F}{Q}\left[\frac{tg(ml)}{m}-l\right]$	–	–
	Notă. În relaţiile de la b) şi c), $m=\sqrt{\frac{12Q}{bh^3E}}$ **.Semnul+ semnifică, în mod uzual, tensiunile de întindere, iar semnul -, tensiunile de compresiune.**			
Element sprijinit la ambele capete (fig.1.10)	$\sigma_{imax}=3\frac{Ql}{bh^2}$	$f=2\frac{Ql^3}{bh^3E}=\frac{2}{3}\frac{l^2}{h}\frac{\sigma_{ai}}{E}$	$L=\frac{Ff}{2}=\frac{1}{9}\frac{bhL'}{E}\sigma_{ai}^2=\frac{1}{18}\frac{\sigma_{ai}^2}{E}V$	$k=\frac{1}{18}$ $V=bhL'$
Sistem de două elemente elastice simple- drepte, legate în paralel(fig.1.11)	$\sigma_{imax}=\frac{3Fl}{bh^2}$	$f=\frac{Fl^3}{12EI}=\frac{Fl^3}{Ebh^3}=\frac{1}{3}\frac{l^2}{h}\frac{\sigma_{ai}^2}{E}$	$L=\frac{Ff}{2}=\frac{1}{18}\frac{bhl}{E}\sigma_{ai}^2=\frac{1}{18}\frac{\sigma_{ai}^2}{E}V$	$k=\frac{1}{18}$ $V=bhl$

D. Arcuri spirale plane de rezistenţă. Acestea, pe lângă că realizează un moment rezistent necesar readucerii elementului indicator în poziţia iniţială, pot servi şi la transmiterea curentul electric de la echipamentul mobil al aparatului la cel fix. Întrucât arcurile spirale plane de rezistenţă reprezintă elementele cele mai importante în stabilirea calităţii şi preciziei aparatului, trebuie să îndeplinească condiţiile următoare: o strictă proporţionalitate între momentul de acţionare şi unghiul de răsucire; proprietăţi mecanice constante (în timp) şi deformaţii remanente minime; coeficient termic mic al modulului de elasticitate longitudinal; lipsa proprietăţilor magnetice (în cazul aparatelor electrice de măsurare); rezistenţă la coroziune; rezistenţă electrică redusă.

Ca materiale se întrebuinţează aliaje neferoase, ca: bronz fosforos, bronz cu staniu şi zinc, bronz cu beriliu şi bronz cu cadmiu, precum şi oţeluri carbon pentru scule, STAS 1 700- 90, de mărcile OSC 8 şi OSC 9. În cazul aparatelor mecanice de măsurare se mai întrebuinţează oţeluri inoxidabile şi aliaje Ni+Fe, compensatoare de temperatură, cunoscute sub denumirea de NIVAROX^{R} sau NIVAFLEX^{R}.

În tabelul 1.6 sunt date aliajele întrebuinţate pentru aceste arcuri de către firma" Carl Haas", Germania, la aparatele electrice de măsurare, cu precizarea unor caracteristici de rezistenţă. De asemenea, în tabelul 1.7 se prezintă unele caracteristici mecanice ale unor materiale pentru benzi, folosite de preferinţă pentru arcurile spirale plane de rezistenţă.Criteriul absolut de selecţionare al aliajelor destinate acestor arcuri constă în conductivitatea electrică necesară şi în cele mai bune proprietăţi elastice.

În tabelul 1.8 sunt indicate *clasele de calitate ale arcurilor spirale plane de rezistenţă* pentru aparatele electrice de măsurare, conform " 27. Reguli pentru aparatele electrice de măsurare", instituite prin VDE 0410/1.53.

La toate arcurile spirale plane de rezistenţă pentru aparatele electrice de măsurare, capetele interioare şi exterioare ale acestora sunt fixate, prin *aliaje de lipit sau suduri*, de un suport de arc, în vederea realizării unei rezistenţe de trecere electrice constante şi pe cât posibil mici. Aliajele de lipit ascund, însă, la o execuţie mai incompetentă, un mare risc. De aceea, lipirea trebuie să aibă loc rapid şi la o încălzire locală mai mică, mai ales în cazul întrebuinţării aliajelor de lipit cu punct de topire inferior.

Tabelul 1.6. **Aliajele întrebuinţate pt. arcurile spirale plane de rezistenţă din aparatele electrice de măsurare, ordonate după conductivitatea lor electrică**

Aliajul	Compoziţia	Conductivitatea electrică medie [m/Ωmm^2]	Duritatea Vikers pentru profilarea la rece HV [N/mm^2]	Rezistenţa de rupere la tracţiune R_m [N/mm^2]
Bronz cu staniu (Cu Sn 8)	92,0% Cu; 8,0% Sn	7	1 800...2 300	600...1 000
Bronz cu staniu (Cu Sn 6)	94,0% Cu; 6,0% Sn	8	1 700...1 900	600...800
Bronz cu beriliu (Cu Be 2)	98% Cu; 2% Be	13	≥2 200	900...1 200
Bronz cu beriliu (Cu Be 0,7)	99,3% Cu; 0,7% Be	18	1 900...2 200	600...800
Bronz cu staniu (Cu Sn 2)	98,0% Cu; 2,0% Sn	24,5	1 700...2 000	500...700
Bronz cu magneziu	99,4% Cu; 0,6% Mg	32	1 600...1 800	500...700
Bronz cu argint	99,0% Cu; 1,0% Ag	53	1 200...1 500	400...600

Tabelul 1.7. **Caracteristicile mecanice ale materialelor benzilor întrebuinţate,de preferinţă, pentru arcurile spirale plane de rezistenţă**

Materialul	Modulul de elasticitate longitudinal E [N/mm^2]	Duritatea Vickers HV [N/mm^2]	Rezistenţa la rupere la tracţiune R_m [N/mm^2]
Cu Sn 8, HV 190 (după DIN 17 662)	117 000	1 900...2 500	700
Cu Sn 2, HV 170 (după DIN 17 662)	130 000	1 700...2 000	550
Cu Be 0,7, HV 190	135 000	1 900...2 300	700
Cu Ag 1	126 500	1 200...1 500	500
NIVAROX^R	190 000	3 500...4 000	1 900

Tabelul 1.8. **Clasele de calitate ale arcurilor spirale plane de rezistenţă pentru aparatele electrice de măsurare**

Clasa de calitate	Domeniul de aplicaţie pentru aparatele de măsurare ale claselor	Materialul de execuţie	Momentul de torsiune pentru 90°C	Toleranţa momentului de torsiune [%]	Postacţiunea elastică maximă în % din cursa acului indicator pe întreaga scală(α = =90°C, t=1h)	Constanţa punctului zero, pentru perechi de arcuri, în % din cursa acului indicator pe întreaga scală/10°C
1	0,1 şi 0,2	Cu Sn 8 NIOX^R	După DIN 43 801	±3	0,03	0,02
2	0,5	Cu Sn 8 NIOX^R		±3	0,05	0,02
3	1,0;1,5;2,5;4,0	Aliaje obişnuite		±3	0,15	–

În cazul aparatelor de măsurare mecanice, capetele interioare ale arcurilor sunt prinse de arborele echipamentului mobil, de cele mai multe ori, prin aşa- numita *virolă*, confecţionată din alamă, în diferite moduri, ca în figura 1.17, şi anume:

- prin fixarea într-o crestătură, în formă de coardă, a virolei (fig.1.17,*a*);
- prin lipirea tot într-o crestătură, în formă de coardă, a virolei (fig.1.17,*b*);

- prin umplerea cu sudură, după introducerea într-o crestătură, în formă de coardă, a virolei (fig.1.17,*c*);

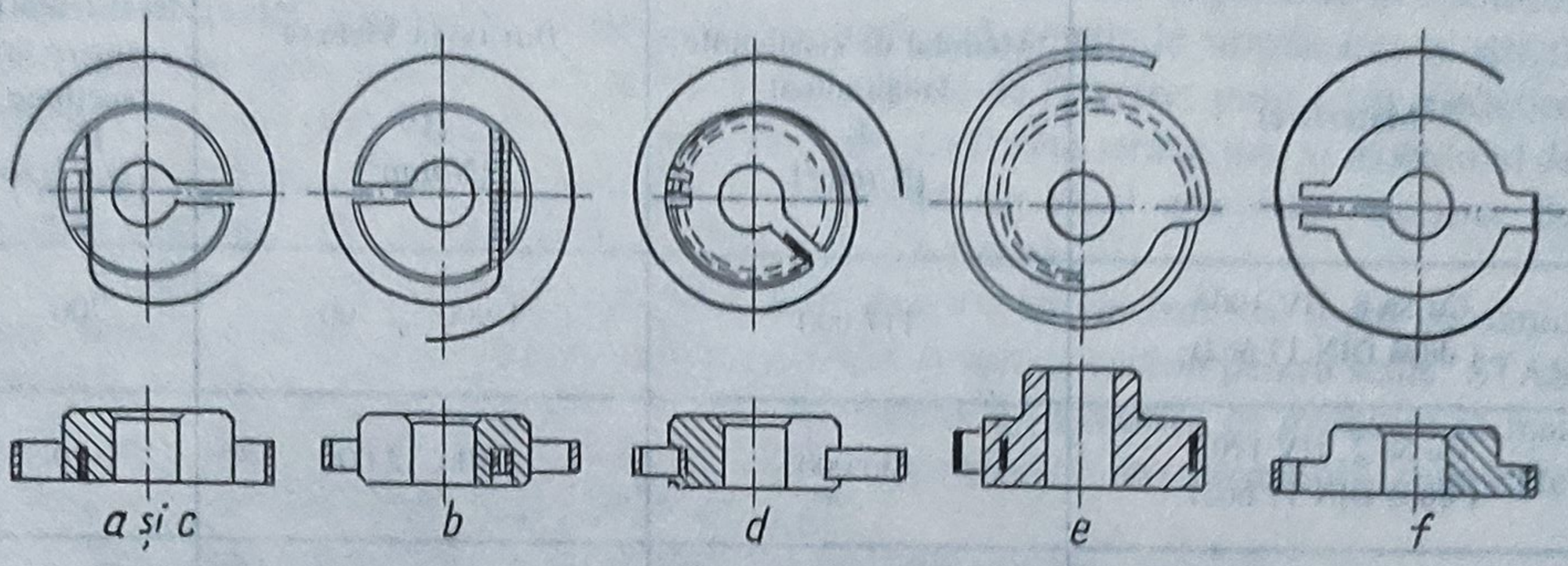


Fig.1.17

- prin strângerea spirei interioare într-o canelură perimetrală a virolei (fig.1.17,*d*);
- prin încastrarea într-o virolă din material plastic, de formă arhimedică, soluție posibilă doar la arcurile de dimensiuni mari (fig.1.17,*e*);
- prin îmbinarea prin sudură, cu ajutorul laserului, de o virolă profilată (fig.1.17,*f*).

Pentru tehnica mecanismelor de ceasornic, virolele sunt normalizate conform DIN 8 255. Procedeele de fixare prezentate în figurile 1.17 ,*b, d, e, f* produc la arborele echipamentului mobil al aparatului, bine centrat şi într-un plan vertical, torsiuni elastice orizontale.

De obicei, *capetele exterioare* ale acestor arcuri, în cazul aparatelor de măsurare mecanice, *se prind de partea lor fixă* sau *de şaiba corectorului* (fig.1.18). Prin corector se înţelege dispozitivul care serveşte la readucerea indicatorului în poziţie iniţială, când aceasta nu se realizează de către arc, datorită deformaţiilor remanente ale acestuia sau ale acului indicator, provocate de loviturile şi şocurile din timpul transportului.

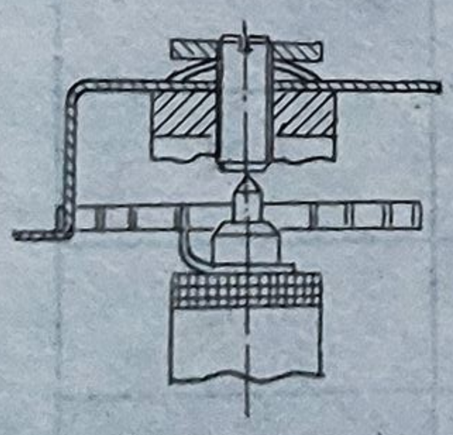


Fig.1.18

Pentru *proiectarea arcurilor spirale plane de rezistenţă* se utilizează metode de calcul corespunzătoare felului aparatelor de măsurare în care se integrează, *mecanice* sau *electrice*, precum şi mărimii momentelor de torsiune care le solicită.

a) Metoda în cazul aparatelor mecanice de măsurare. Pentru calculul arcurilor spirale plane de rezistenţă, caracterizate printr- un număr mai redus de spire şi cu un spaţiu intermediar între acestea, condiţia esenţială este stricta proporţionalitate *între momentul de acţionare* M_t şi *unghiul de rotire* θ. Pe această bază se determină dimensiunile *b*, *h* şi *l* pentru *arcul cu secţiunea dreptunghiulară* (fig.1.19, *a*, *b*) şi *d* şi *l* pentru cel *cu secţiunea circulară*(fig.1.19, *c*).

În timp ce *capătul interior al arcului este îmbinat rigid cu fusul, cel exterior poate fi fixat articulat*(fig.1.19,*a*) sau *încastrat*(fig.1.19, *b*, *c*). Cele două feluri de prindere ale capătului exterior conduc la o diferenţiere mică în ceea ce priveşte caracteristica arcului, însă mare din punct de vedere al solicitării arcului.

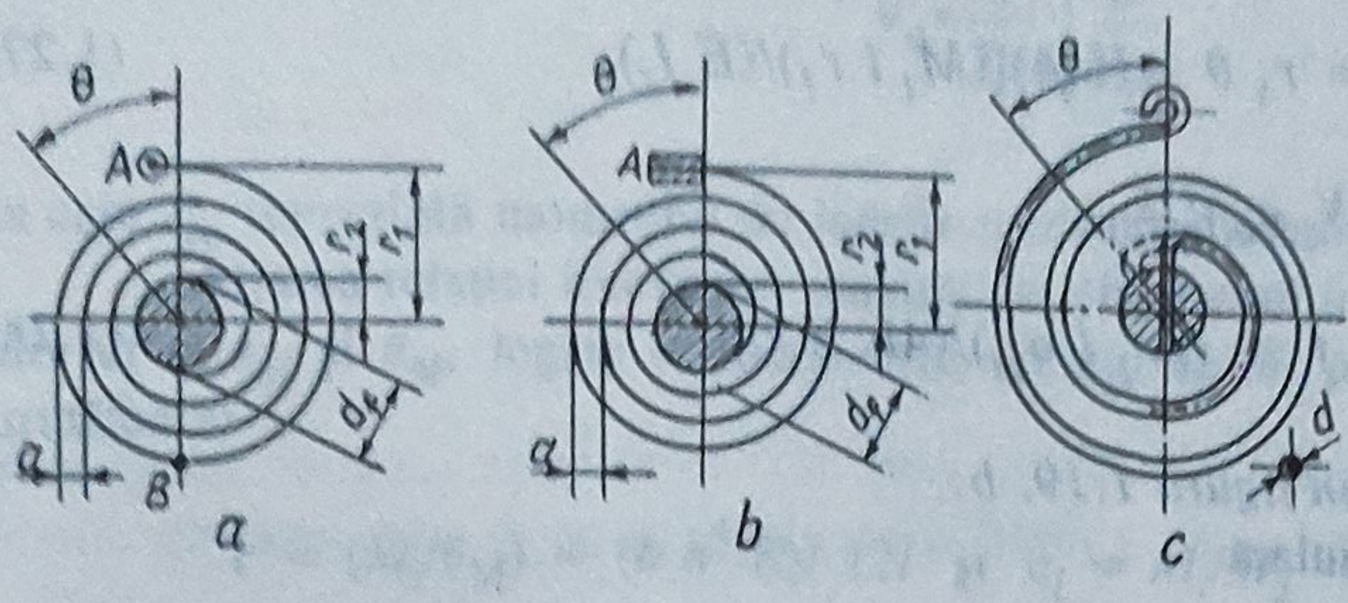


Fig.1.19

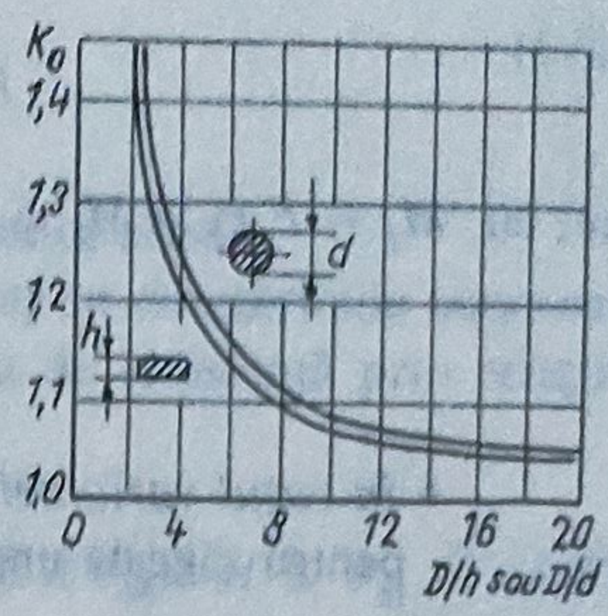


Fig. 1.20

Pe când în cazul figurii 1.19, *a*, în punctul *B* apare tensiunea de încovoiere maximă

$$\sigma_{imax} = (2k_o M_t)/W_z = (12k_o M_i)/(b\ h^2) \leq \sigma_{ai}, \qquad (1.24)$$

în cazul figurii 1.19, *b*, arcul este solicitat uniform pe întreaga sa lungime, tensiunea de încovoiere în secţiune fiind

$$\sigma_{imax} = (k_o M_t)/W_z^* = (6k_o M_i)/(b\ h^2) \leq \sigma_{ai}. \qquad (1.25)$$

Sub acest aspect, varianta constructivă din figura 1.19, *b* este preferabilă.

Relaţii similare se obţin şi în cazul secţiunii circulare(fig.1.19, *c*), cu diferenţa că W_z va corespunde formei geometrice a acesteia.

Din cauza micşorării rezistenţei admisibile la încovoiere datorită curbării arcului, în relaţiile (1.24) şi (1.25) s-a introdus factorul de corecţie k_o, ale cărui valori pot fi luate astfel:

- pentru *secţiunea dreptunghiulară* din tabelul 1.9 sau din nomograma din figura 1.20, în funcţie de raportul *D/h*, unde *D* este diametrul curburii arcului şi *h* grosimea lamelei;

Tabelul 1.9. **Valorile factorului de corecţie k_0 în funcţie de raportul D/h**

D/h	4	6	8	10	12	14	16	18
k_0	1,20	1,14	1,09	1,07	1,06	1,05	1,045	1,04

- pentru *secţiunea circulară* tot din nomograma din figura 1.20, în funcţie de raportul *D/d*, unde *d* este diametrul barei arcului.

Relaţiile de calcul ale celorlalţi parametri caracteristici sunt:

• *în cazul variantei din figura 1.19,a:*

- pentru săgeata unghiulară (după Van den Broek)

$$\theta = (5/4)/[(M_t\ l)/(E\ I_z)]. \qquad (1.26)$$

- pentru săgeata liniară

$$f = r_1\,\theta = (5/4)[(M_t\,l\,r_1)/(E\,I_z) \tag{1.27}$$

sau, cu $M_t = F\,r_1$ şi $M_t \le (W_z\,\sigma_{ai})/2k_0$,

$$f \le (5r_1\,l\,\sigma_{ai})/(4h\,E\,k_0); \tag{1.28}$$

• *în cazul variantei din figura 1.19, b*:

- pentru săgeata unghiulară

$$\theta = (M_t\,l)/(E\,I_z), \tag{1.29}$$

- pentru săgeata liniară

$$f = r_1\,\theta = (2\sigma_{ai}\,l\,r_1)/(E\,h\,k_0)\ ; \tag{1.30}$$

• *valabile în cazul ambelor variante*:

- pentru constanta elastică la torsiune

$$c' = (M_t/\theta) = (E\,I_z)/l = (E\,b\,h^3)/12l; \tag{1.31}$$

- pentru lungimea arcului

$$l = i\,\pi\,(r_1 + r_2), \tag{1.32}$$

unde: i este numărul spirelor; $r_2 = (d_f + h)/2$, d_f fiind diametrul fusului; $r_1 = r_2 + (i-1)(a+h)$;

- pentru distanţa dintre două spire consecutive

$$a = (\pi/l)(r_1^2 - r_2^2). \tag{1.33}$$

b) Metoda în cazul aparatelor electrice de măsurare. Arcurile spirale plane de rezistenţă folosite la aparatele electrice de măsurare, care funcţionează în condiţii de vibraţii, trebuie să respecte unele recomandări în ceea ce priveşte alegerea şi calculul lor. Metoda utilizată pentru astfel de arcuri cu frecvenţe proprii maximale porneşte de la datele primare următoare: rigiditatea la torsiune a elementului elastic, c'; rezistenţa admisibilă la încovoiere a materialului lamelei, σ_{ai}; unghiul de rotire maxim θ_M al sistemului mobil al aparatului.

Stabilirea relaţiei specifice a frecvenţei proprii a arcului spiral plan de rezistenţă folosit la un aparat electric de măsurare are ca punct de plecare expresia generală a frecvenţei vibraţiilor libere neamortizate, şi anume:

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{c'}{J_{r0}}}\quad , \tag{1.34}$$

în care J_{r0} reprezintă momentul de inerţie mecanic al elementului elastic.

Aflarea relaţiei frecvenţei maxime se efectuează în raport de mărimile cunoscute ale lui c',σ_{ai} şi θ_M, legate de parametrii arcului spiral plan de rezistenţă prin relaţiile următoare:

$$c' = (M_t/\theta_M) = (b\,h^3\,E)/\,12l \text{ şi } \sigma_i = M_t/W_z = (E\,h\,\theta_M)/\,2l \le \sigma_{ai}. \tag{1.35}$$

Alcătuindu-se cu relaţiile (1.35) un sistem de ecuaţii de gradul I, cu necunoscutele h şi l, soluţiile acestuia devin

$$h = \sqrt[3]{\frac{6c'\,\theta_M}{k_0\sigma_{ai}}} \text{ şi } l_{min} = \frac{E\,\theta_M}{2\sigma_{ai}}h = \frac{E\,\theta_M}{2\sigma_{ai}}\sqrt[3]{\frac{6c'\,\theta_M}{k_0\sigma_{ai}}}, \tag{1.36}$$

unde $k_0 = b/h$.

Ţinându-se seama de expresia lui l_{min} şi de faptul că cea a lungimii arcului spiral plan de rezistenţă poate fi pusă şi sub forma

$$l = \pi(r_1 + r_2)i, \tag{1.37}$$

se poate deduce relaţia pentru determinarea valorii maxime a frecvenţei proprii a elementului elastic. Condiţia obţinerii mărimii maxime a acestei frecvenţe este ca razele r_1 şi r_2 să fie alese minime posibil.

Valoarea minimă a lui r_2 este limitată de cerinţele tehnologice de fabricare ale arcului spiral plan de rezistenţă şi de montajul aparatului de măsurare în care se foloseşte. În schimb, valoarea minimă permisă a lui r_1 , pentru un r_2 dat şi l_{min} determinat cu relaţia (1.36), va depinde de distanţa dintre două spire consecutive ale arcului. Mărimea acestei distanţe are expresia:

- *pentru arcul aflat în stare liberă*,

$$a = (r_1 - r_2)/i; \tag{1.38}$$

- *pentru arcul în stare de funcţionare*, integrat într-un aparat,

$$a' = a \mp \{(a^2\,r_2\,\theta)/[\pi(r_1 - r_2)^2]\}, \tag{1.39}$$

unde semnul - se consideră în cazul arcului strâns pe arbore, iar semnul + în cazul arcului destins. Prin θ s-a notat unghiul de rotire al părţii mobile a aparatului.

Relaţia (1.39) s-a dedus presupunând că strângerea arcului pe arbore este echivalentă cu scurtarea lungimii sale cu $r_2\,\theta$, iar destinderea - cu creşterea lungimii cu $r_2\,\theta$. În acest caz, raza spirei interioare a arcului aflat în stare de funcţionare, r_1', se determină cu relaţia

$$r_1' = r_1 + [(r_2\,\theta)/(\pi\,i)]. \tag{1.40}$$

Când $\theta=\theta_M$, rezultă

$$a_{min}' = k_1 \cdot h \tag{1.41}$$

Expresia valorii minime a lui r_1 , în care caz, la arcul în stare de funcţionare strâns pe arbore, distanţa dintre axele a două spire consecutive se calculează cu relaţia (1.41), este

$$r_1 = \frac{r_2^2\theta_M + \sqrt{(r_2^2\theta_M)^2 + [r_2^2(l + r_2\theta_M) + \frac{1}{\pi}k_1 l^2 h](l - r_2\theta_M)}}{l - r_2\theta_M}. \tag{1.42}$$

Succesiunea calculelor este următoarea:

- Corespunzător mărimilor date: c', σ_{ai}, θ_M şi k_0, cu ajutorul relaţiilor (1.36) se determină grosimea h şi lungimea minimă l_{min} ale benzii arcului. Apoi, dându-se valorile minime posibile r_2 şi k_1, cu relaţiile (1.42), (1.37) şi (1.38) se calculează parametrii r_1, i şi a (ai arcului în stare liberă).

Pentru stabilirea mărimilor parametrilor arcului este necesar să se precizeze valorile coeficienţilor k_0 şi k_1. De obicei $k_0=10$ iar k_1, ţinându- se seama de existenţa imperfecţiunilor tehnologice de fabricare ale arcului, este puţin probabil să se aleagă mai mic de 2, deoarece, când $k_1=1$, răsucirea arcului cu un unghi θ_M va provoca atingerea spirelor între acestea. Valoarea rezistenţei admisibile la încovoiere a materialului arcului se adoptă în funcţie de clasa de precizie a aparatului.

c) Metoda în cazul momentelor de torsiune mici. Dacă momentele de torsiune la care sunt solicitate au valori reduse,la proiectarea arcurilor se porneşte de la adoptarea constructivă a dimensiunilor lor de gabarit, şi anume : $r_1=7...8$ mm şi $r_2=2...2,5$ mm. Cunoscându- se caracteristicile mecanice ale materialului arcului şi săgeata unghiulară θ şi alegându-se convenabil distanţa dintre două spire consecutive a, se determină grosimea arcului cu relaţia

$$h=[2\pi(r_1^2 - r_2^2)\sigma_{ai}]/(k_0\,a\,E\,\theta). \tag{1.43}$$

Lăţimea arcului b se adoptă în condiţiile de gabarit specifice. Apoi se efectuează verificarea arcului.

În tabelul 1.10 se prezintă dimensiunile benzilor de arc conductoare de curent pentru confecţionarea elementelor elastice necesare aparatelor electrice de măsurare, fabricate de firma "Carl Haas" ,Germania, din Cu Sn 8, Cu Sn 2 şi argint rafinat, precum şi din aliaje de aur, la cerere.

Tabelul 1.10. **Dimensiunile benzilor de arc conductoare de curent, pentru aparatele electrice de măsurare**

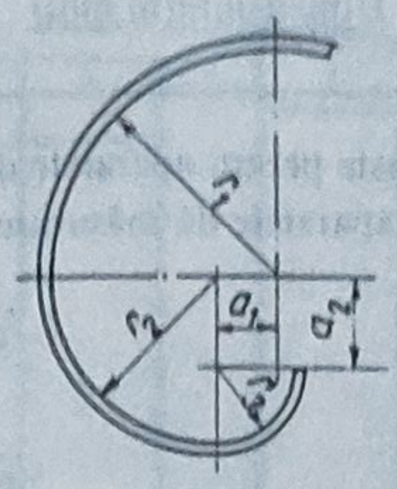


Fig.tab.1.10

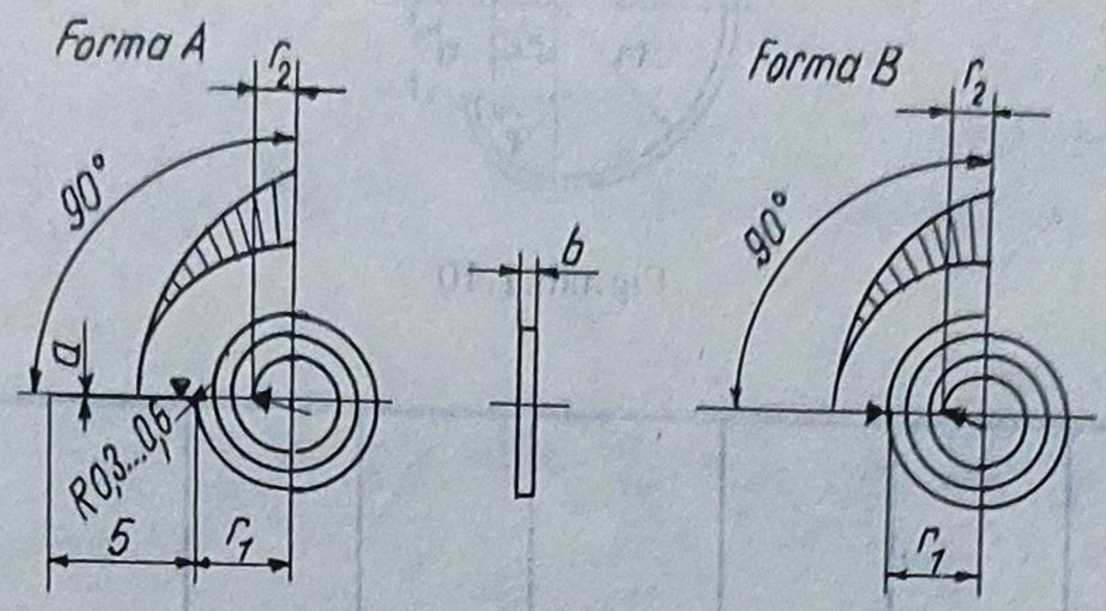
Lungimea benzilor, L ± 1: (lungimile încadrate pe cât posibil să se evite)		20	(22)	25	(28)	32	(36)	40	(45)	50
Dimensiunile [mm]	r_1	5,6	6,3	7,1	8,0	9,0	10,0	11,0	12,5	14,0
	r_2	4,5	5,0	5,6	6,3	7,1	8,0	9,0	10,0	11,0
	r_3	2,5	2,8	3,2	3,6	4,0	4,5	5,0	5,6	6,3
	a_1	1,1	1,3	1,5	1,7	1,9	2,0	2,0	2,5	3,0
	a_2	2,0	2,2	2,4	2,7	3,1	3,5	4,0	4,4	4,7

De asemenea, pentru o orientare în privinţa datelor necesare proiectării, cu caracter constructiv şi funcţional, se mai dau:

- în tabelul 1.11, „ DIN 43 801 - Arcuri spirale plane de rezistenţă pentru instrumentele de măsurare de exploatare";
- în tabelul 1.12,„ DIN 8 255 - Virole pentru arcuri spirale plane de ceasornice";
- în tabelul 1.13, „ Toleranţele prevăzute în standard (DIN 8 255)".

Tabelul 1.11.	Aparate electrice de măsurare. Arcuri spirale plane de rezistență pentru instrumentele de măsurare de exploatare. Dimensiuni(în mm)	DIN 43 801

Arcurile spirale plane de rezistență sunt destinate pentru aparatele de măsurare de exploatare din clasele 1, 1,5, 2,5 și 4, conform VDE. " Reguli pentru aparatele de măsurare "



Momentul de torsiune în mgf.cm / 90° și numărul de spire vor fi determinate între punctele marcate cu semnul ▼. Grosimea benzii a ≈ 1/10 din lățimea benzii b.

Notarea unui arc spiral plan de rezistență, forma A, cu raza spirei exterioare de r_1 = 3,5 mm și cu momentul de torsiune de 10 mgf.cm pentru un unghi de răsucire de 90°, din bronz cu staniu cu marca Cu Sn 8 este

Arc spiral plan de rezistență A 3,5 x 10 DIN 43 801 - Cu Sn 8

Raza spirei exterioare r_1	**Momentul de torsiune pentru 90° [mgf.cm] ±5%**	**Rezistența electrică [Ω] ±20%**	**Lățimea benzii**		**Numărul de spire**	**Raza spirei interioare r_2**
			b	**Abaterea admisibilă**		
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
3,5	0,25 0,3	7,4 6,8	0,10	±0,01	3	1,5
	0,35 0,4 0,45	6,3 5,9 5,5	0,11			
	0,5 0,55 0,6	5,3 5,0 4,8	0,12			
	0,7 0,8 0,9	4,5 4,2 3,9	0,13			

Tabelul 1.11, a(continuare)

1	2	3	4	5	6	7
	1 1,1 1,2	4,3 4,1 3,9	0,15			
	1,4 1,6	3,7 3,4	0,16			
	1,8 2	3,2 3,1	0,17			
	2,2 2,5	2,9 2,7	0,18			
	2,8	2,6	0,19	±0,02		
	3,2 3,6	2,4 2,3	0,20			
	4 4,5	2,15 2,05	0,21		4	
	5 5,5	1,95 1,85	0,22			
	6	1,75	0,23			
	7	1,65	0,24			1,5
	8 9	1,55 1,45	0,25			
	10	1,35	0,26			
	11 12	1,3 1,25	0,27			
3,5	14	1,15	0,28	±0,03		
	16	1,2	0,31			
	18	1,15	0,32			
	20 22	1,1 1,05	0,33		5	
	25	0,97	0,34			
	28	0,94	0,35			
	32	0,92	0,38			
	36	0,89	0,39	±0,04		
	40	0,84	0,40		6	
	45	0,79	0,42			
	50	0,80	0,45	±0,05	7	

Tabelul 1.11., b(continuare)

1	2	3	4	5	6	7
	2	2,95	0,17			
	2,2 2,5	2,8 2,65	0,18			
	2,8 3,2	2,5 2,35	0,19			3
	3,6 4	2,2 2,1	0,20	±0,02		
	4,5 5	2,3 2,15	0,23			
	5,5 6	2,0	0,24			
	7 8 9	1,80 1,7 1,6	0,25 0,26 0,27			
	10 11	1,5	0,28			4
	12 14 16 18	1,4 1,3 1,2 1,05	0,29 0,30 0,31 0,32	±0,03		
4,5	20 22	1,1 1,05	0,33			1,75
	25	0,97	0,34			
	28 32 36 40 45 50	1,02 0,96 0,9 0,86 0,81 0,79	0,38 0,39 0,40 0,41 0,42 0,43	±0,04	5	
	56 63 70 80 90	0,76 0,75 0,71 0,66 0,62	0,47 0,48 0,49 0,51 0,52	±0,05	6	
	100 110 125 140 160	0,64 0,61 0,57 0,54 0,51	0,56 0,57 0,59 0,61 0,63	±0,06	7	
	180	0,48	0,65	±0,07		

Tabelul 1.11, c(continuare)

1	2	3	4	5	6	7
6	10	1,7	0,29	±0,03	4	1,75
	11	1,6	0,30			
	12	1,55	0,31			
	14	1,45	0,32			
	16	1,35	0,33			
	18	1,25	0,34			
	20	1,2	0,35	±0,04		
	22	1,15	0,36			
	25	1,08	0,37			
	28	1,02	0,38			
	32	0,95	0,39			
	36	0,90	0,40			
	40	0,85	0,41			
	45	0,8	0,42			
	50	0,76	0,43			
	56	0,8	0,47	±0,05	5	
	63	0,76	0,49			
	70	0,72	0,50			
	80	0,67	0,52			
	90	0,63	0,53			
	100	0,60	0,54			
	110	0,63	0,58	±0,06	6	
	125	0,59	0,60			
	140	0,56	0,62			
	160	0,52	0,64			
	180	0,53	0,66	±0,07	7	
	200	0,50	0,70			
	220	0,48	0,72			
	250	0,45	0,74			
	280	0,42	0,76	±0,08	8	
	315	0,43	0,82			
	355	0,40	0,84			
	400	0,38	0,86	±0,09		
	450	0,36	0,89			

Tabelul 1.11,d(continuare)

1	2	3	4	5	6	7
7,5	20	1,5	0,38	±0,04	5	2
	22	1,4	0,39			
	25	1,3	0,40			
	28	1,25	0,41			
	32	1,15	0,43			
	36	1,1	0,44			
	40	1,05	0,45	±0,05		
	45	0,99	0,47			
	50	0,94	0,48			
	56	0,88	0,49			
	63	0,84	0,51			
	70	0,79	0,52			
	80	0,74	0,54			
	90	0,70	0,56	±0,06		
	100	0,73	0,60			
	110	0,70	0,62			
	125	0,66	0,64			
	140	0,62	0,65	±0,07	6	
	160	0,58	0,68			
	180	0,55	0,70			
	200	0,52	0,71			
	220	0,49	0,73			
	250	0,46	0,76	±0,08		
	280	0,44	0,78			
	315	0,45	0,83			
	355	0,42	0,85	±0,09	7	
	400	0,39	0,88			
	450	0,37	0,90			
	500	0,35	0,93			
	560	0,36	0,99	±0,10	8	
	630	0,34	1,02			
	700	0,32	1,05	±0,11		
	800	0,30	1,08			
	900		1,15	±0,12	9	
	1000	0,28	1,18			
	1100	0,27	1,20			

Materialul: Bronz cu staniu (8% Sn, 0,1%P, 91,9% Cu) cu marca Cu Sn 8, modulul de elasticitate longitudinal $E=110\,000$ N/mm^2, conductivitatea electrică medie 7,0 [m/(Ω.mm^2)] la 20°C.

Histerezisul elastic pentru arcurile din Cu Sn 8 poate să crească, pentru o deformație cu durata de o oră, până la maximum 0,15%, corespunzător unui unghi de răsucire de 90° și unei tensiuni de încovoiere de maximum 40 N/mm^2 pentru o torsiune de 90°.

Numai în cazuri speciale, la cerere, se indică: Bronz cu staniu (1,3% Sn, 0,1%P, 98,6% Cu) cu marca Cu Sn 2, modulul de elasticitate longitudinal $E=130\,000$ N/mm^2 și conductivitatea electrică medie de 24,5 [m/(Ω.mm^2)] la 20°C.

Histerezisul elastic pentru arcurile din Cu Sn 2 poate să crească până la cel mult de cinci ori valoarea admisă pentru histerezisul elastic al arcurilor din Cu Sn 8.

Rezistențele electrice în Ω (vezi coloana 3) sunt valabile pentru arcurile din Cu Sn 8. În cazul arcurilor din Cu Sn 2, rezistența electrică este $R_{CuSn2} = 0{,}285\, R_{CuSn8}$.

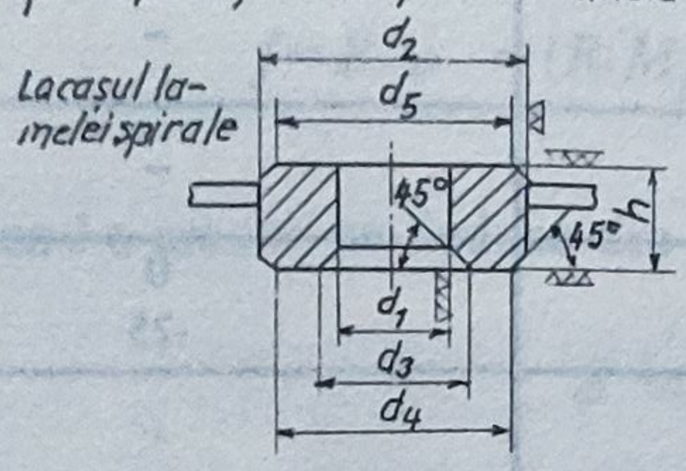
Tabelul 1.12. Virole pentru arcuri spirale plane de ceasornice — DIN 8 255

In acest standard sunt fixate numai dimensiunile virolelor pentru arcurile spirale plane şi materialele întrebuinţate. În afară de aceasta, prin formele notate cu A şi B se face o distincţie între virolele pentru arcuri spirale plane, după locaşul de montare al lamelei spirale (unilateral sau centric). Modul de fixare al lamelei spirale nu este standardizat;aceasta rămâne în seama producătorului.

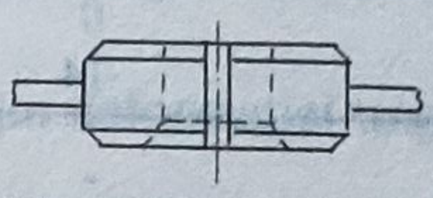
Dimensiunile în mm

Nu se dau detalii, acestea se adoptă în funcţie de necesităţi.

Forma A (○○○ ○○)
pentru virolă unilaterală pentru arcuri spirale plane; lamela spirală orizontală

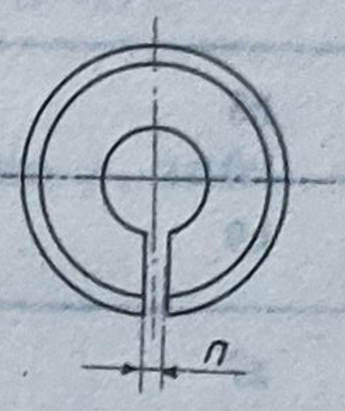


Forma B
pentru virolă centrică pentru arcuri spirale plane; lamela spirală orizontală



Dimensiunile şi indicaţiile ca la forma A

Vedere pe direcţia axei



Notarea unei virole pentru arcul spiral plan, forma A, cu alezajul $d_1 = 0{,}8$ mm şi diametrul exterior $d_2 = 2$ mm, din alamă, este: *virolă pentru arc spiral plan A 0,8 x 2 DIN 8 255*.

Sunt prevăzute, uneori, două valori pentru înălţimea h a virolei (de la $d_1 = 0{,}4$ mm până la $d_1 = 0{,}55$ mm), astfel că notaţia - DIN va fi extinsă. Atunci aceasta se formulează, de exemplu, pentru o virolă pentru arc spiral plan, forma A, cu alezajul $d_1 = 0.5$ mm, diametrul exterior $d_2 = 1{,}3$ mm şi înălţimea $h = 0{,}45$ mm, din alamă, astfel:

Virolă pentru arc spiral plan A 0,5 x 1,3 x 0,45 DIN 8 255

d_1	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,7	0,8	0,9	1	1,2	1,5	1,8	2		
Ajustajul recomandat	H7/z7								ZA8/h8			ZB8/h8			
$d_3 \pm 0{,}05$	0.5	0.55	0,65	0,7	0,75	0.9	1	1.15	1,3	1,5	1,8	2	2,4		
h-0.03	0,4 sau 0,45	0,45 sau 0,5	0,45 sau 0.5	0,5 sau 0,55	0,6	0,7	0,8	0,9	1	1,2	1,5	1,8	2		
d_2 h9														$d_4 = d_5 = \pm 0{,}05$	n+ 0.02
1,1	x	x	x	x		–	–	–	–	–	–	–	–	0.95	0,06
1,2	x	x	x	x	x			–	–	–	–	–	–	1,05	
1.3		x	x	x	x			–	–	–	–	–	–	1,15	
1,5	–		x	x	x	x				–	–	–	–	1.3	0,1
1,7	–	–				x	x				–	–	–	1.5	
2	–	–	–				x	x	x		–	–	–	1.7	0,2
2,5	–	–	–	–	–			x	x					2,2	
3	–	–	–	–	–	–	–		x	x	x			2.6	0,3
4	–	–	–	–	–	–	–	–			x	x	x	3,5	0,4

Observaţii: 1. Compartimentele cu semnul x corespund mărimilor preferenţiale. Mărimile în afara acestora nu sunt standardizate. 2. Pentru înălţimi ale virolelor $h \leq 0{,}8$mm sunt date valori tabelare pentru dimensiunile maxime d_5 cărora le revine chiar abaterea admisibilă de $\pm 0{,}05$ mm. 3. Materialul: Alamă Ms 58 F 55 DIN 17 672. Alte

materiale - conform acordurilor, în funcţie de necesităţi.

Tabelul 1.13. **Toleranţele prevăzute în standard [DIN 8 255]**

Câmpul de toleranţe	Domeniul de diametre d	
	d<3mm	3mm≤d<6mm
H7	+10 0	-
ZA8	-32 -46	-
ZB8	-40 -54	-
h8	0 -14	-
h9	-	0 -25
z7	+36 +26	-

E. Arcuri bară de torsiune. De construcţie foarte simplă, denumite şi arcuri întinse, acestea se prezintă sub forma unor benzi drepte cu secţiunea, obişnuit, circulară - plină sau inelară - însă, uneori, şi dreptunghiulară. Uniform pe toată lungimea, arcul este încastrat la unul din capete şi solicitat la torsiune printr-un moment produs de o forţă aplicată la celălalt capăt.

Datorită construcţiei şi gabaritului redus, aceste arcuri implică un montaj şi o întreţinere uşoare. Se pretează la realizarea de construcţii capsulate. Nu introduc decât frecările existente în lagăre. În domeniul mecanicii fine, aceste arcuri se folosesc: ca benzi de suspendare pentru aparatele electrice de măsurare mai sensibile (galvanometrele cu oglindă); în cadrul aparatelor de măsurare pentru transformarea unor mici deplasări într-o rotaţie unghiulară; la construcţia cuplajelor elastice cu jocuri torsionale etc.

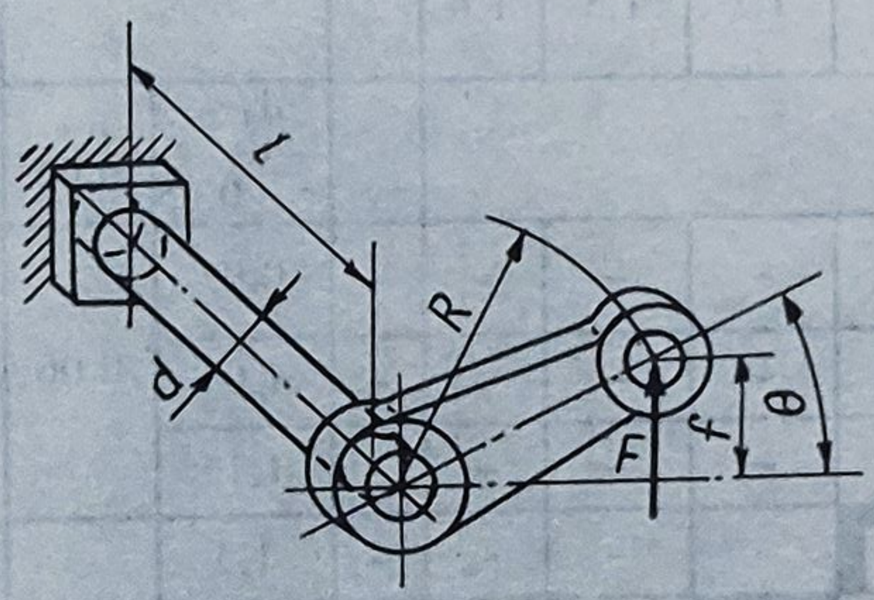


Fig. 1.21

În ceea ce priveşte proiectarea arcurilor- bară de torsiune, relaţiile de calcul ale parametrilor caracteristici diferă doar datorită formei secţiunii elementului elastic.

a) Cazul secţiunii circulare pline. Se consideră schema de solicitare din figura 1.21. Conform notaţiilor, relaţia care exprimă condiţia de rezistenţă la torsiune este

$$M_t = FR = (\pi\, d^3\, \tau_{at})/16 \qquad (1.44)$$

care poate servi pentru:

- dimensionare

$$d = \sqrt[3]{\frac{16FR}{\pi \tau_{at}}}\ ; \qquad (1.45)$$

• verificare $$\tau_t = \frac{16FR}{\pi d^3} \leq \tau_{at} \qquad (1.46)$$

Săgeata f este dată de deplasarea unghiulară φ, măsurată pe direcţia forţei, adică săgeata se confundă cu un arc de cerc şi are expresia

$$f = R \cdot \varphi = (R \cdot M_t \cdot l)/(I_p \cdot G) = (32F \cdot l \cdot R^2)/(\pi \cdot d^4 \cdot G). \qquad (1.47)$$

Lungimea l a arcului se deduce din relaţia deformaţiei unghiulare φ, astfel:

$$\varphi = (32\ F \cdot R \cdot l)/(\pi \cdot d^4 \cdot G)$$

$$\Rightarrow l = (\pi \cdot d_4 \cdot G \cdot \theta)/(32\ F \cdot R). \qquad (1.48)$$

Energia acumulată în procesul de deformare elastică, pentru o caracteristică liniară, este

$$E_a = \frac{M_t}{2}\varphi = \frac{16M_t^2 l}{\pi d^4 G} = \frac{16\pi^2 d^6 \tau_t^2 l}{16^2 \pi d^4 G} = \frac{\pi d^2 l \tau_t^2}{16G} = \frac{1}{4} V \frac{\tau_t^2}{G}, \qquad (1.49)$$

deci coeficientul de formă este $k_f = 1/2$, indicând o bună utilizare a materialului.

b) Cazul secţiunii inelare. Notându- se cu d_1 - diametrul interior şi cu d - diametrul exterior în cazul secţiunii inelare, relaţiile anterioare devin pentru:

• momentul de torsiune $M_t = [\pi(d^4 - d_1^4)\tau_{at}]/16d;$ (1.50)

•tensiunea maximă de torsiune

$$\tau_{tmax} = (16M_t d)/[\pi(d^4 - d_1^4)] \leq \tau_{at}; \qquad (1.51)$$

•diametrul exterior $d = \sqrt[3]{\frac{16M_t}{\pi(1-\beta^4)\tau_{at}}}$, unde $\beta = d_1/d$. (1.52)

Expresiile săgeţii f şi deformaţiei unghiulare θ suferă modificări numai datorită momentului de inerţie polar I_p, a cărui relaţie este

$$I_p = (\pi/32)/(d^4 - d_1^4). \qquad (1.53)$$

c) Cazul secţiunii dreptunghiulare. Pentru arcul- bară de torsiune de secţiune dreptunghiulară, a cărui schemă de solicitare este reprezentată în figura 1.22, relaţiile de calcul diferă doar datorită expresiei momentului de inerţie polar şi, corespunzător acestuia,

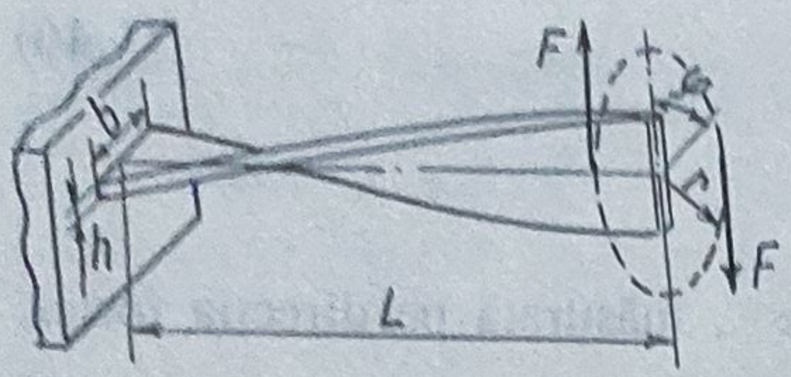


Fig.1.22

modulului de rezistenţă polar, care se determină cu ajutorul teoriei elasticităţii sau prin încercări, multiplicându-se valorile lor ecuatoriale cu nişte coeficienţi dependenţi de raportul dimensiunilor.

Astfel, relaţia momentului de inerţie polar este

$$I_p = c_1 b^3 h, \tag{1.54}$$

iar cea a modulului de rezistenţă polar,

$$W_p = c_2 b^2 h. \tag{1.55}$$

Valorile coeficienţilor c_1 şi c_2 sunt date în tabelul 1.14.

Tabelul 1.14. **Mărimile coeficienţilor c_1 şi c_2 ale lui De Saint Venant**

b/h	1	1,2	1,75	2	2,5	3	4	6	8	10	∞
c_1	0,140	0,196	0,214	0,229	0,249	0,263	0,281	0,299	0,307	0,313	0,333
c_2	0,208	0,231	0,239	0,246	0,258	0,267	0,282	0,299	0,307	0,313	0,333

1.2.2. Captoare cu elemente elastice dinamometrice

1.2.2.1. Generalităţi. Această categorie de captoare se caracterizează prin unele particularităţi conceptuale de bază, în ceea ce priveşte procesul de transformare a mărimilor mecanice de măsurat, având drept scop evaluarea lor cât mai precisă. În acest sens, se impune respectarea strictă a punctelor de vedere referitoare la menţinerea cât mai redusă a influenţelor unor factori perturbatori.

Ordinea de tratare a captoarelor cu elemente elastice dinamometrice s-a structurat corespunzător mărimii mecanice ce se examinează. Selecţia s-a axat asupra tipurilor utilizate mai frecvent, ponderea cea mai mare având-o cele cu traductoare rezistive (mărci tensometrice).

În vederea efectuării unor măsurări corecte cu ajutorul unui captor este necesar ca acesta să fie însoţit de o curbă de etalonare, determinată pe cale experimentală cu ocazia construcţiei acestuia. Deseori se impune ca ulterior să se verifice sau să se corecteze această curbă, mai ales după o folosinţă îndelungată a captorului sau în urma unor incidente survenite la transport, depozitare, măsurare etc., cum ar fi suprasolicitările, expunerea la temperaturi ridicate, umiditate excesivă etc.

Alteori este necesar să se efectueze un studiu mai complet al captorului în scopul determinării şi a altora dintre caracteristicile generale ce-l definesc.

Metodele de etalonare utilizate depind de tipul mărimii ce se măsoară, de valoarea sarcinii nominale, de precizia captorului, de specificul acestuia, de scopul etalonării etc. Cea mai des întrebuinţată metodă de etalonare este cea a *comparării*, care constă în confruntarea mărimii de ieşire a captorului ce se studiază cu cea a unui captor etalon, când ambelor li se aplică aceeaşi sarcină.

1.2.2.2. Captoare pentru măsurarea forţelor. *Forma elementului elastic al unui captor* pentru măsurarea forţelor prezintă o importanţă deosebită, ceea ce implică o proiectare corespunzătoare cerinţelor stabilite pe baza unor studii prealabile. De asemenea, la utilizarea corectă şi eficientă a acestuia se impune respectarea strictă a normelor următoare;

- elementul elastic să aibă zone cât mai răspândite în care deformaţiile să fie mari şi uniforme;
- traductoarele rezistive pentru măsurarea deformaţiilor specifice ale elementului elastic se vor amplasa la distanţe suficient de mari de punctul de aplicare al forţei;
- forţa se va aplica pe cât posibil punctiform;
- traductoarele rezistive se vor amplasa şi conecta în aşa fel încât semnalul de ieşire al captorului să fie proporţional cu media deformaţiilor specifice măsurate în diferitele puncte ale elementului elastic.

•*Principiul unui captor de forţă electric cu element elastic* este redat în figura 1.23. Forţa de măsurat F încovoaie elementul elastic *1*, rezultând săgeata f, care se măsoară cu traductorul de deplasare *2*, sau deformaţia specifică ϵ, care se măsoară cu marca tensometrică *3*, ce reprezintă măsuri ale forţei F.

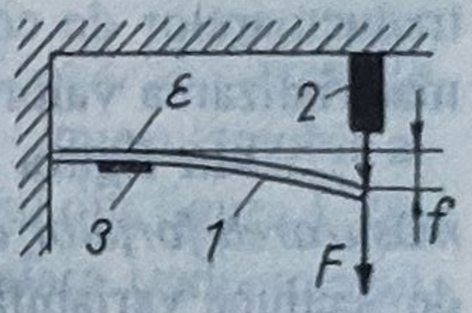


Fig.1.23

Notându-se cu b - lăţimea, cu h - grosimea şi cu l - lungimea, se pot evidenţia relaţiile de bază dintre parametrii susmenţionaţi, şi anume:

$$f = (F \cdot l^3)/(2E \cdot I_{z0}), \qquad (1.56)$$

în care I_{z0} este momentul de inerţie axial al lamelei pentru secţiunea din încastrare;

$$\epsilon = (f \cdot h)/l^2, \qquad (1.57)$$

relaţie cu care se poate dimensiona lamela pentru măsurarea unei anumite săgeţi f cu o anumită sensibilitate ϵ, corespunzătoare unui singur traductor activ.

Pentru ca lamela să se deformeze cu săgeata f, trebuie aplicată asupra acesteia forţa

$$F = (E \cdot f \cdot b \cdot h^3)/(6l^3). \qquad (1.58)$$

Întrucât relaţiile (1.57) şi (1.58) sunt liniare în raport cu ϵ, f şi F, rezultă că acestea rămân valabile chiar dacă în acestea se introduc, în loc de valorile respective, variaţiile acestora.

Un astfel de captor se poate folosi pentru *măsurări statice* sau *dinamice*, în acest ultim caz fiind necesară *verificarea frecvenţei proprii a captorului*, în vederea evitării unor *fenomene de rezonanţă*.

•Sesizarea valorilor limită ale forţelor interesează în mod special, aceasta putându-se realiza cu ajutorul *captoarelor de forţă cu traductoare de contact electric*. În figura 1.24 se ilustrează un astfel de captor printr-o construcţie schematizată. Părţile structurale ale acestuia sunt: *1* - elementul elastic, respectiv arcul lamelar curbat-preformat; *2* - şuruburile reglabile; *3* - traductoarele de contact; *4* - carcasa; *5* - membrana de etanşare. Principiul

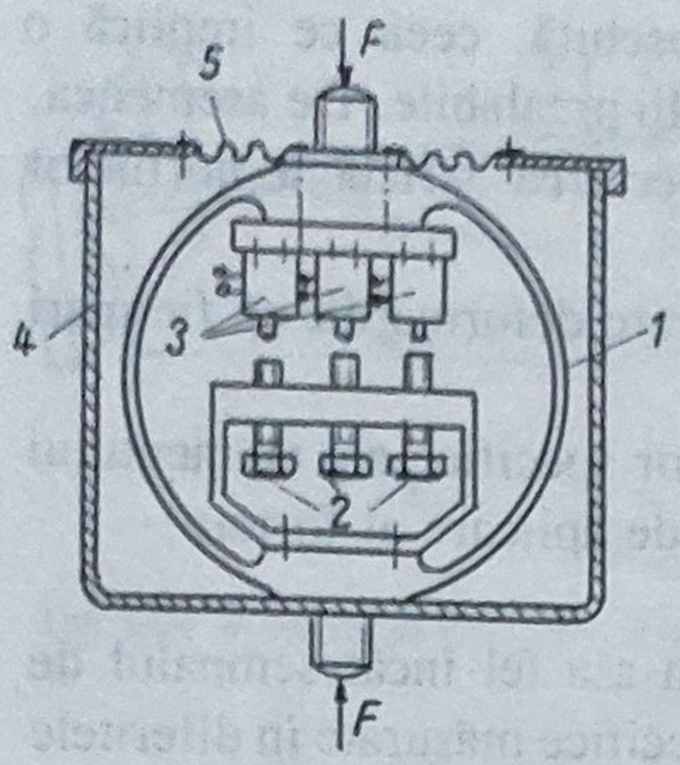


Fig.1.24

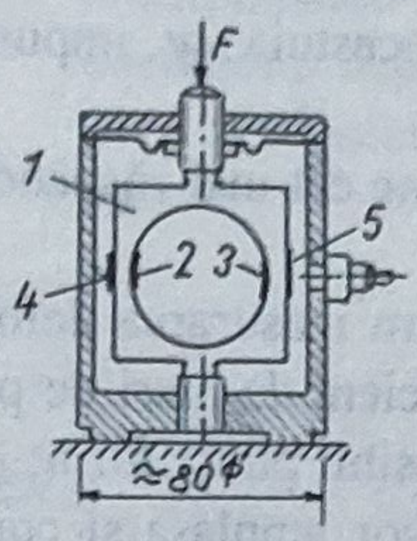


Fig.1.25

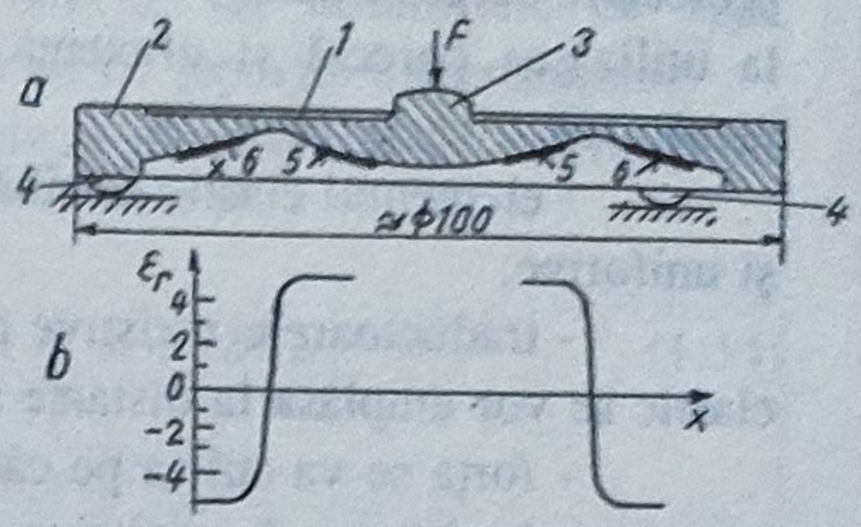


Fig.1.26

funcţional al captorului este următorul: forţele de măsurat *F* deformează arcul lamelar curbat-preformat astfel încât şuruburile reglabile, în raport de poziţia lor, acţionează asupra traductoarelor de contact opuse corespunzător diferitelor încărcări produse, determinând materializarea valorilor semnalelor de ieşire.

•În figura 1.25 se prezintă schematizat o variantă importantă de *captor pentru măsurarea forţelor cu mărci tensometrice* la care, în esenţă, elementul elastic profilat-drept de secţiune variabilă, solicitat numai la încovoiere, este elementul principal de măsurare. Componentele de bază ale captorului sunt: *1* - elementul elastic profilat; *2, 3, 4, 5* - mărcile tensometrice. Dintre acestea din urmă, mărcile tensometrice *2* şi *3* sunt solicitate la compresiune , iar *4* şi *5* la întindere. Cu mici modificări în ce priveşte aplicarea forţelor, captorul poate fi folosit şi pentru măsurarea forţelor de tracţiune.

•Un alt *captor cu traductoare rezistive* este cel care utilizează ca element elastic una din formele *a, b, c* ale tipurilor prezentate în figura 1.15. În ipoteza respectării condiţiilor impuse deformaţiei specifice medii ϵ_m şi determinării constantei unice *K*, liniaritatea unui astfel de captor va fi mai bună de 0,5%.

O sursă posibilă de erori, frecvent întâlnită la măsurarea forţelor, este existenţa unor modificări ale direcţiei sau punctului de aplicaţie ale forţei ce se măsoară. Pentru diminuarea efectului acestora se adoptă soluţii constructive corespunzătoare privind forma elementului elastic, amplasarea şi conectarea traductoarelor rezistive, precum şi prinderea mecanică a captorului prin intermediul unor elemente de rezemare adecvate.

•Un tip de *captor de forţă plat cu mărci tensometrice*, conceput de Ch. Rohrbach şi G. Andreae, este prezentat schematic în figura 1.26. Caracterizat printr-o construcţie simplă şi bazat pe o metodă de măsurare precisă, acesta constă structural din: *1* - membrană profilată de grosime variabilă; *2* - inel de sprijin; *3* - bolţ; *4* - calotă sferică; *5, 6* - mărci tensometrice.

•Cu semnalul de ieşire foarte puţin influenţat de excentricitatea punctului de aplicaţie al forţei se prezintă *captorul dotat cu element elastic toroidal*, ale cărui detalii constructive sunt ilustrate în figura 1.27. Este conceput de C.W.Newberry.

Principial, structura acestui captor este următoarea: Între plăcile de comprimare *1* şi *2* se află elementul elastic toroidal *3* pe care sunt lipite, în direcţie circumferinţială, traductoarele rezistive *4* şi *5*. Inelul din cauciuc *6* asigură închiderea etanşă a incintei captorului, iar şurubul *7* realizează o prestrângere pentru stabilitatea ansamblului la transport

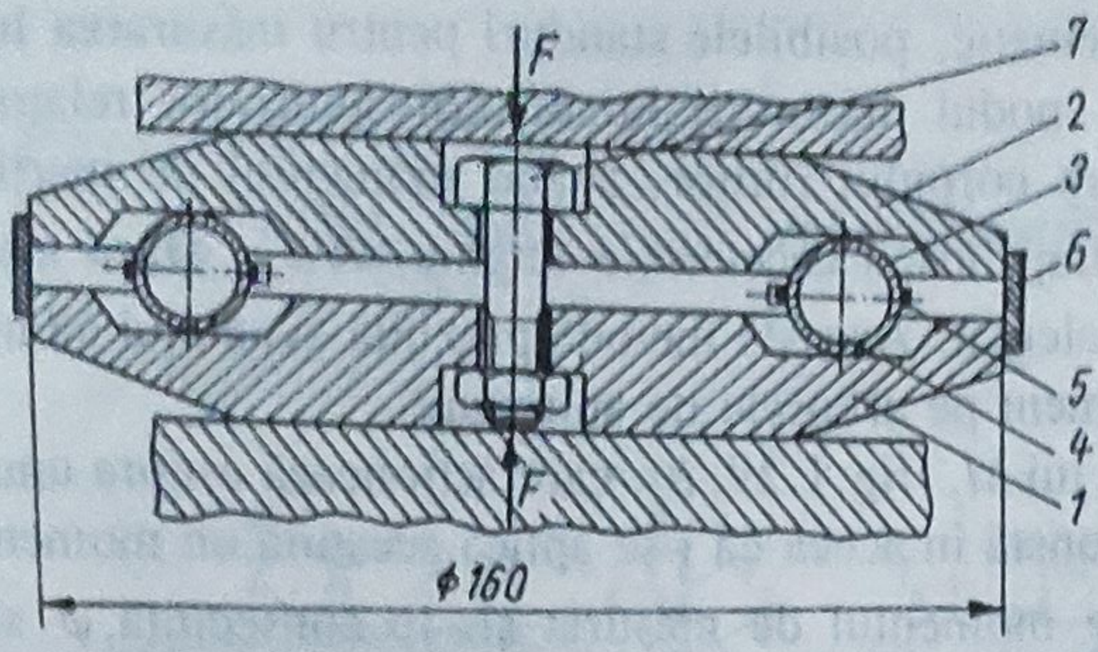


Fig.1.27

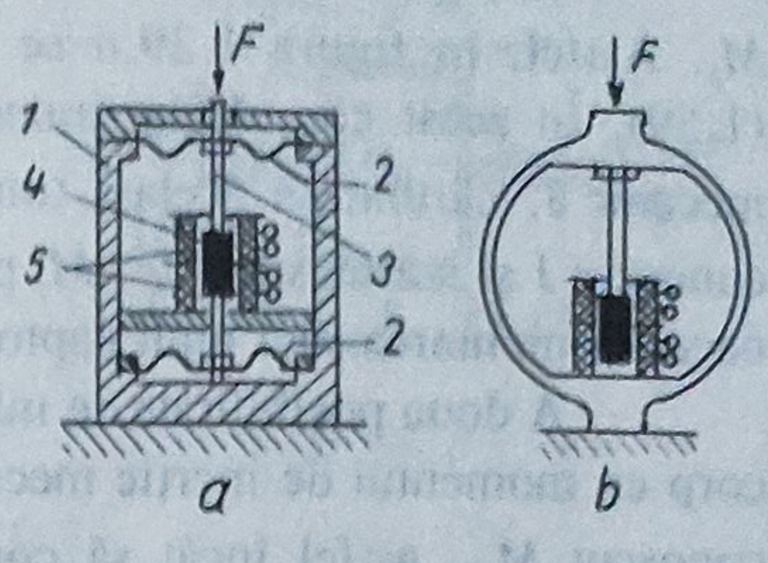


Fig.1.28

sau la montaj, când forţa de compresiune F este nulă.

•În figura 1.28 se prezintă, în mod schematic, *principalele tipuri ale construcţiilor de captoare pentru măsurarea forţelor cu traductoare inductive.* Frecvent se utilizează *traductoare inductive cu miez plonjor.*

Structura captorului din figura 1.28, *a* cuprinde: *1* - carcasa; *2, 2* - arcurile lamelare curbate- preformate; *3* - bolţul pentru aplicarea forţei F; *4* - miezul mobil al traductorului inductiv;*5* - bobinele traductorului inductiv. În schimb, tipul din figura 1.28, *b* este mult mai simplu din punct de vedere constructiv, posedând, în afara traductorului inductiv, arcul lamelar curbat- preformat ce constituie elementul elastic principal.

În domeniul 1...10 000 gf, deci şi pentru forţe foarte mici, se utilizează captorul ilustrat în figura 1.28, *a*. La deplasări mai mici de 0,1 mm şi la frecvenţe de rezonanţă între 10 şi 1 000 Hz se realizează erori mai mici de 1%. Pentru domeniul de măsurare între 1 kgf şi 100 Mgf se folosesc captoare corespunzătoare figurii 1.28,*b*.

1.2.2.3. Captoare pentru măsurarea momentelor de răsucire. Noţiuni de bază. Soluţii constructive principiale. Momentele de răsucire iau naştere doar atunci când corpurile sunt prezente cu *momente de inerţie mecanice* asupra cărora pot acţiona. Din această cauză, acestea nu pot fi măsurate direct, ci numai prin intermediul efectelor lor, în special prin cel al *acceleraţiilor unghiulare* care se exercită împreună cu momentele de inerţie mecanice asupra corpurilor.

Momentul de răsucire M_t care acţionează asupra unui corp având momentul de inerţie mecanic J este definit, de aceea, cu ajutorul acceleraţiei unghiulare $\ddot{\varphi}$ prin care corpul se află sub influenţa lui M_t, astfel:

$$M_t = J\ddot{\varphi}. \qquad (1.59)$$

Pentru unghiuri φ mici şi o forţă concentrată F, această relaţie se modifică în

$$M_t = F.l, \qquad (1.60)$$

unde F semnifică forţa care acţionează la distanţa l faţă de punctul de rotire al unui corp

perpendicular pe aceasta.

În figura 1.29 sunt ilustrate, schematic, posibilele standuri pentru măsurarea lui M_t. Astfel, în figura 1.29,*a* se prezintă modul măsurării lui M_t corespunzător relaţiei (1.59). În acest caz, M_t acţionează asupra corpului rotitor, având momentul de inerţie mecanic J, căruia, în acelaşi timp, i se imprimă o acceleraţie unghiulară $\ddot{\varphi}$. Dacă este cunoscut J şi s-a măsurat $\ddot{\varphi}$, M_t poate fi calculat. Această metodă prezintă avantajul că nu necesită montarea nici unui captor de moment pe arborele de antrenare.

A doua posibilitate de măsurare a lui M_t (fig.1.29, *b*), care acţionează asupra unui corp cu momentul de inerţie mecanic *J*, constă în aceea că i se aplică acestuia un moment cunoscut M_G, astfel încât să compenseze momentul de măsurat şi, în consecinţă, $\ddot{\varphi}$ să devină zero. În acest caz rezultă $M_t = M_G$. Metoda menţionată se desfăşoară corect numai dacă $J\ddot{\varphi} \ll M_t$.

Posibilităţile de realizare ale momentului cunoscut M_G sunt multiple. Pentru valori mici ale momentului poate fi utilizată *metoda creării unui moment electric*, conform figurii 1.29, *c*. În această situaţie, momentul de măsurat M_t roteşte o bobină *1* care este aşezată în câmpul unui magnet permanent *2*, fiind liberă să se învârtească cu un unghi φ în jurul axei. Cu ajutorul traductorului de unghi *3*, neinfluenţat de efectul său retroactiv, se măsoară unghiul φ şi, prin înlesnirea legăturii intermediare *4*, este transformat în curent electric *I*. Acesta parcurge bobina *1* şi, în acest mod, se realizează un moment M_G, care este opus lui M_t. Dacă M_t şi, astfel, φ este mai mare, creşte şi M_G, tinzând să menţină pe φ constant. Dacă însă φ este constant, atunci $\ddot{\varphi} = 0$ şi, în consecinţă, $M_G = M_t$.

Deoarece $M_G = C \cdot I$, rezultă că şi

$$M_t = C \cdot I, \tag{1.61}$$

unde *C* este o constantă.

Această metodă prezintă avantajele că φ rămâne foarte mic, în timp ce dispozitivul de măsurare al unghiului este foarte sensibil, şi că eroarea poate fi menţinută foarte redusă, deoarece *C* este cunoscut cu exactitate şi este foarte constant. Totuşi metoda este limitată la momente M_t mici.

Cel mai adesea, însă, este utilizată *metoda obţinerii momentului de compensare* M_G *pe cale mecanică* prin intermediul elementelor elastice solicitabile la torsiune.

Caracteristic standului din figura 1.29, *d* este, în acest sens, *arcul-bară de torsiune de secţiune circulară 1*. Rotirea acestuia este convertită- prin intermediul a două bucşe, *2* respectiv *3*, care sunt legate ferm la distanţa *l* una de alta de arcul-bară de torsiune- într-o rotire a indicatoarelor *4* respectiv *5* cu unghiul φ unul faţă de altul. Dacă sub acţiunea lui M_t arcul- bară de torsiune *1* a intrat în oscilaţie atunci va fi $\ddot{\varphi} = 0$ şi de asemenea $M_t = M_G$. În cazul caracteristicii liniare a arcului, când $M_G = C\,\varphi$, atunci

$$M_t = C\,\varphi, \tag{1.62}$$

unde *C* este o constantă a cărei mărime este invers proporţională cu *l*. Spre a se atinge un unghi φ mare trebuie să se mărească *l*.

Din această cauză, standurile de măsurare a momentului, similare tipului din figura 1.29, *d*, trebuie să fie executate, frecvent, foarte lungi.

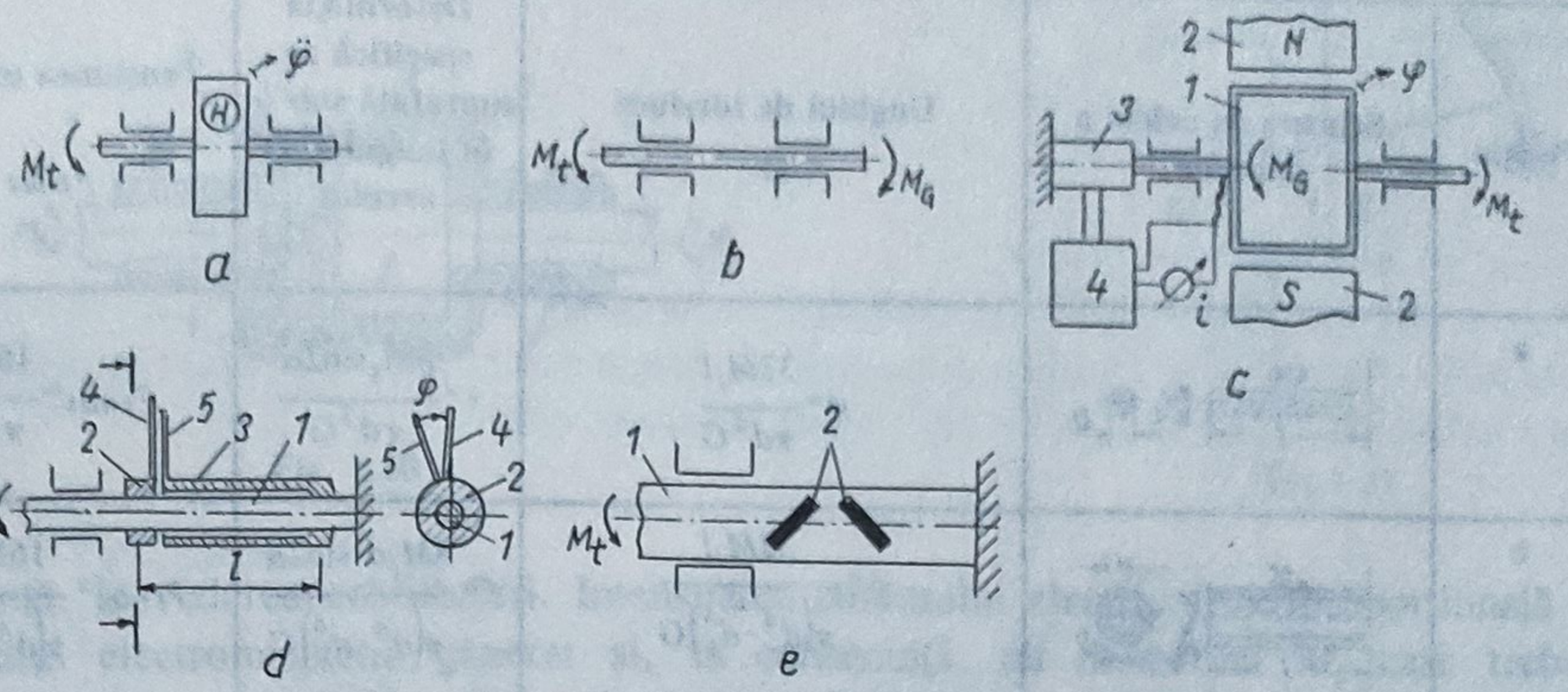


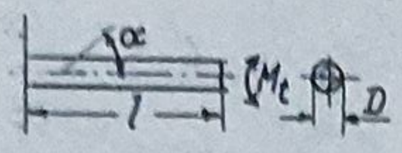
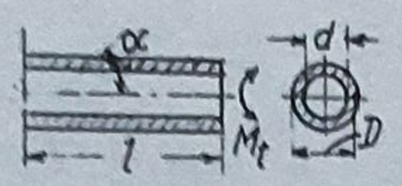
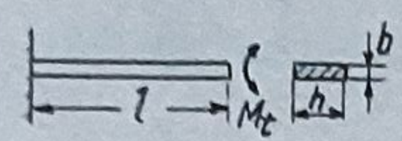
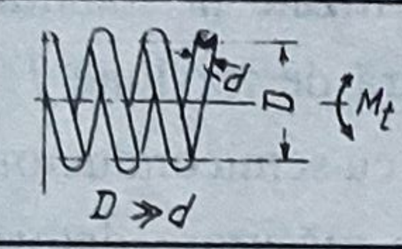
Fig.1.29

Adeseori se evaluează M_t corespunzător metodei utilizate la standul din figura 1.29, *e*, de asemenea prin deformaţia specifică a unui arc-bară de torsiune *1*. Aceasta se măsoară cu ajutorul traductoarelor rezistive sau a traductorului cu semiconductori *2*, metodă care este practic independentă de sensibilitatea instalaţiei de măsurare datorită lungimii arcului- bară de torsiune *1*. Îndeosebi, din cauza traductorului de moment mult mai scurt, se preferă standuri conform tipului din figura 1.29, *e*.

Tipuri constructive uzuale. În cazul transformării momentelor de răsucire în unghiuri sau deformaţii specifice trebuie să se ţină seama, în principal, de aceleaşi puncte de vedere ca şi la măsurarea forţelor. În consecinţă se impune, în special, să se menţină cât mai reduse influenţele distribuţiei deformaţiilor specifice, ale forţelor perturbatoare şi ale momentelor perturbatoare, ale modificărilor de formă, ale forţelor acceleratoare şi ale materialelor elementelor elastice asupra rezultatelor măsurătorilor.

Elementele elastice cele mai importante, folosite la captoarele pentru măsurarea momentelor de răsucire, sunt prezentate împreună cu datele lor tehnice, dimensionale şi de calcul, în tabelul 1.15. Unghiul de torsiune al acestora, φ, este proporţional cu lungimea arcului l, respectiv cu numărul de spire i, deformaţia specifică ϵ fiind concomitent independentă atât de l, cât şi de i. De aceea, captoarele de moment cu traductoare rezistive, reprezentate prin mărci tensometrice, pot fi utilizate de cele mai multe ori mai scurte decât cele cu traductoare unghiulare. Deformaţia specifică ϵ pe suprafaţă sub unghiul α, în lungul axei arcului, este proporţională cu sin 2α, atingând, deci, valorile extreme sub 45° şi 135°. Micile erori de direcţie ale traductoarelor rezistive în apropierea acestor valori extreme sunt fără importanţă. Momentul nominal M_t, ca şi datele geometrice ale arcului, trebuie alese de aşa manieră încât tensiunea maximă admisibilă τ_{tmax}, pentru orice material de arc, să nu fie depăşită.

Tabelul 1.15. **Cele mai importante arcuri de torsiune**

Poziţia	Schema de calcul a arcului	Unghiul de torsiune φ	Deformaţia specifică pe suprafaţă sub $\hat{\alpha}$, în lungul axei arcului	Tensiunea maximă τ_{tmax}
a		$\varphi=\frac{32M_t l}{\pi d^4 G}$	$\epsilon=\frac{8M_t \sin 2\alpha}{\pi d^3 G}$	$\tau_{t\max}=\frac{16M_t}{\pi d^3}$
b		$\varphi=\frac{32M_t l}{\pi\left(d^4-d_1^4\right)G}$	$\epsilon=\frac{8M_t d\ \sin 2\alpha}{\pi\left(d^4-d_1^4\right)G}$	$\tau_{t\max}=\frac{16M_t d}{\pi\left(d^4-d_1^4\right)}$
c		$\varphi=\frac{16M_t l}{Ghb^3\left[\frac{16}{3}-3{,}36\frac{b}{h}\left(1-\frac{b^4}{12h^4}\right)\right]}$	inconstant	$\tau_{t\max}=\frac{M_t\left[3+1.8\frac{b}{h}\right]}{hb^2}$
d		$\varphi\approx\frac{64M_t Di}{d^4 E}$	–	$\tau_{t\max}=\frac{16M_t}{\pi d^3}$

În general, este utilizată soluţia prezentată la poziţia *a* din tabelul 1.15. Dacă se cere o rezistenţă mai mare la încovoiere sau suprafeţe de măsurare mai mari, spre exemplu, pentru mărcile tensometrice necesare evaluării deformaţiilor specifice, atunci este preferat tipul de arc de la poziţia *b* din tabel. Soluţia corespunzătoare poziţiei *c*, caracterizată printr-o întrebuinţare mai neeconomică a materialului arcului şi totodată printr-o inconstantă deformaţie specifică ϵ, nu este utilizată decât în situaţii cu totul speciale. Unghiuri de torsiune φ foarte mari, spre exemplu de 90°, sunt atinse cu ajutorul arcurilor elicoidale flexionale, conform poziţiei *d* din tabel.

Un captor pentru măsurarea momentelor de răsucire cu *traductor de unghi potenţiometric*, conceput de F.Böhme, este ilustrat în figura 1.30. Ambele capete de arbori, *1* şi *2*, susţin semicuplajele din material plastic *3* şi *4* care sunt legate prin intermediul unui arc elicoidal cilindric *5*. Unghiul de torsiune apărut sub influenţa momentului de răsucire M_t este măsurat cu ajutorul traductorului de unghi potenţiometric *6*. Conexiunea electrică cu aparatul de măsurare fix se realizează prin mijlocirea inelelor colectoare *7*. Captorul este avantajos în special prin marea sa sensibilitate precum şi prin simplitatea construcţiei. Ca dezavantaj este de menţionat comportamentul necorespunzător al acestuia în cazul oscilaţiilor de torsiune de frecvenţă joasă.

Pentru măsurarea valorilor mici ale momentului de răsucire M_t poate fi utilizată *metoda creerii unui moment electric antagonist care să compenseze momentul mecanic de* examinat. În acest sens este de menţionat *captorul cu arc spiral plan de rezistenţă*, materializat prin structura unui *electromicrodinamometru*, construit de firma S.A.D.A.M.E.L. Principiul acestui aparat, schematizat, este prezentat în figura 1.31. Cu ajutorul unui miliampermetru sensibil se măsoară intensitatea curentului electric, care generează un moment electromagnetic într-un sistem galvanometric cu oglindă. Acesta acţionează asupra momentului mecanic cauzat prin tensionarea arcului spiral plan de

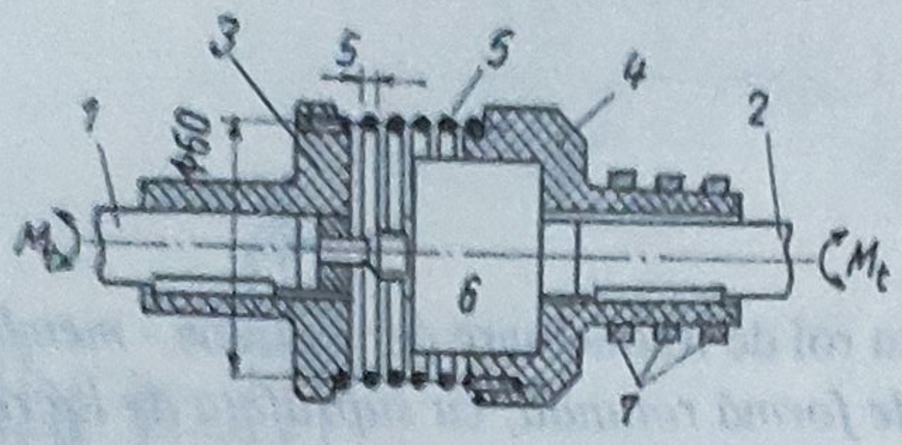


Fig. 1.30

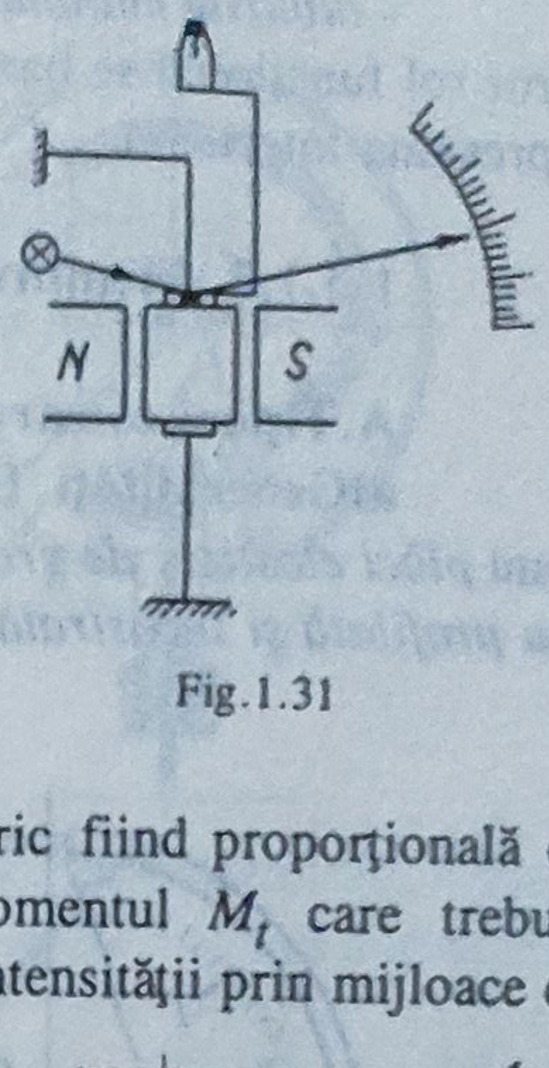


Fig.1.31

rezistenţă, în vederea echilibrării. Intensitatea curentului electric fiind proporţională cu momentul electromagnetic generat şi, în consecinţă, cu momentul M_t care trebuie compensat, se poate efectua uşor egalizarea, reglând valoarea intensităţii prin mijloace de natură electrică. Astfel, la scara miliampermetrului, gradată în unităţi de moment mecanic, se poate citi direct valoarea lui M_t datorat arcului.

În figura 1.32, *a* s-a reprezentat schematic un "*banc*" pentru *măsurarea reacţiunii momentului de răsucire motor sau rezistent al unui echipament electric oarecare*, ca: motor electric, pompă etc. Echipamentul *1*, al cărui moment de răsucire urmează să se evalueze, se prinde pe masa *2* astfel încât arborele la care se măsoară momentul să se afle la intersecţia axelor elementelor elastice *3* şi *4*, pe care sunt lipite traductoarele rezistive T_1, T_2, T_3 şi T_4, conectate ca în figura 1.32, *b*. Drept urmare, semnalul de ieşire al captorului este proporţional cu momentul de răsucire M_t, fără a fi influenţat de existenţa unor forţe verticale sau orizontale.

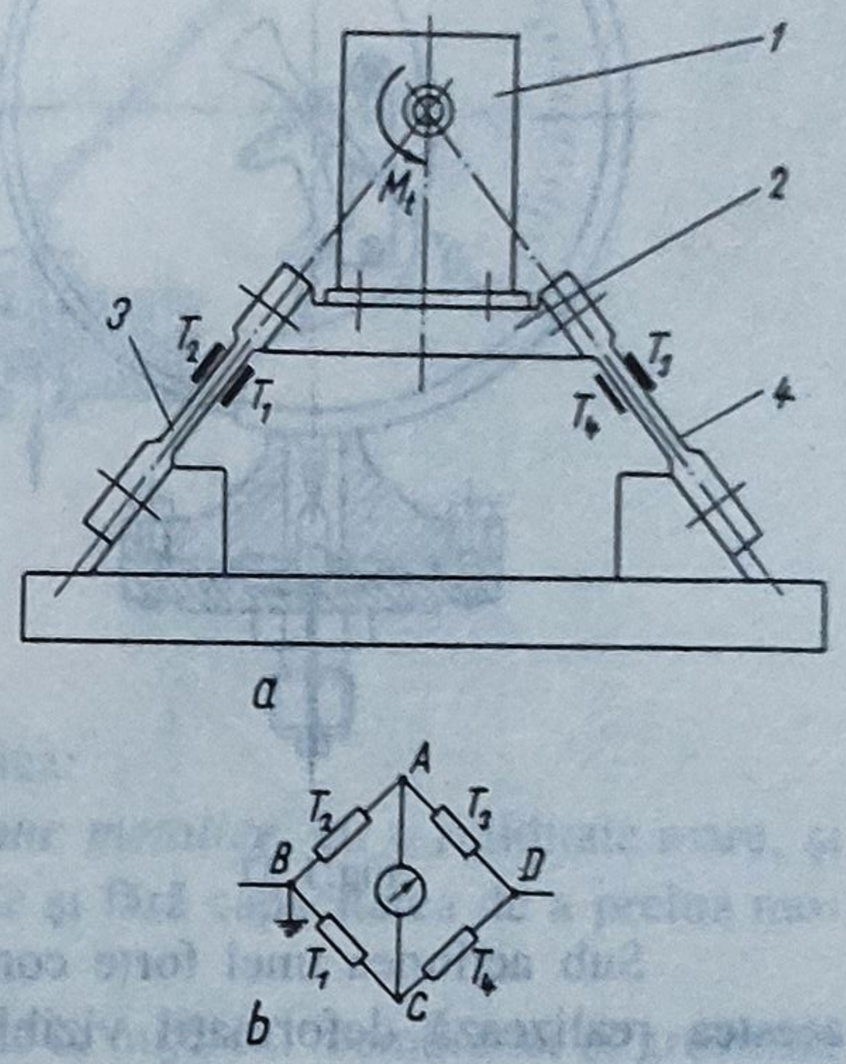


Fig.1.32

Acest captor prezintă avantajul că elimină necesitatea unor contactoare rotative.

1.3. Elemente elastice manometrice

1.3.1. Construcţie şi calcul

1.3.1.1. Clasificarea elementelor manometrice. Cel mai sugestiv criteriu pentru categorisirea elementelor elastice cu rol manometric este, de asemenea, cel *constructiv*, în raport de care, pentru domeniul mecanicii fine, se pot stabili următoarele grupe:

- *membranele*, care se prezintă sub forma unor plăci subţiri, circulare, încastrate pe contur, având suprafaţa de lucru plană sau profilată;
- *tuburile ondulate*, denumite şi *silfoane*, care au un profil cilindric cu ondulaţii pe suprafaţa laterală, putându-se deforma elastic sub acţiunea unor presiuni interioare;

- *tuburile manometrice*, de forme diverse, ca: circulară, spirală, elicoidală etc., al căror rol funcţional se bazează pe deplasarea capătului liber, semnalul fiind, de asemenea, o presiune interioară.

1.3.1.2. Membrane

A. Tipuri constructive

a) Generalităţi. Elementele elastice cu rol de traductoare de presiune - *membranele* -sunt *plăci elastice, de grosime foarte mică, de formă rotundă, cu suprafaţa de lucru plană sau profilată şi încastrată pe contur - rigid sau alunecător.*

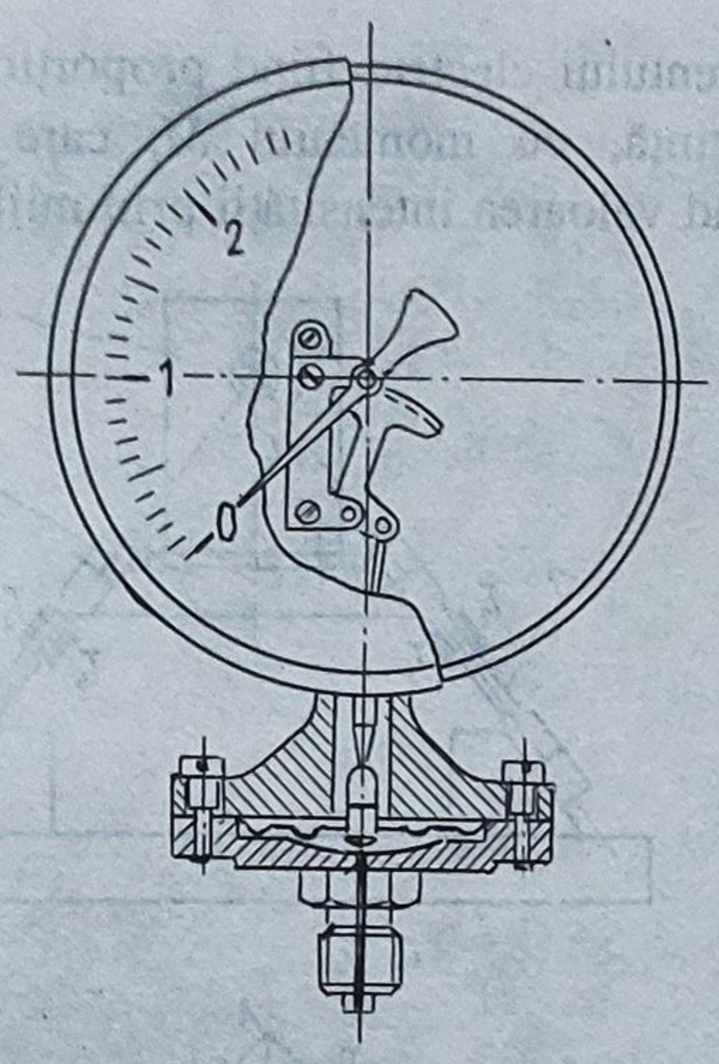


Fig.1.33

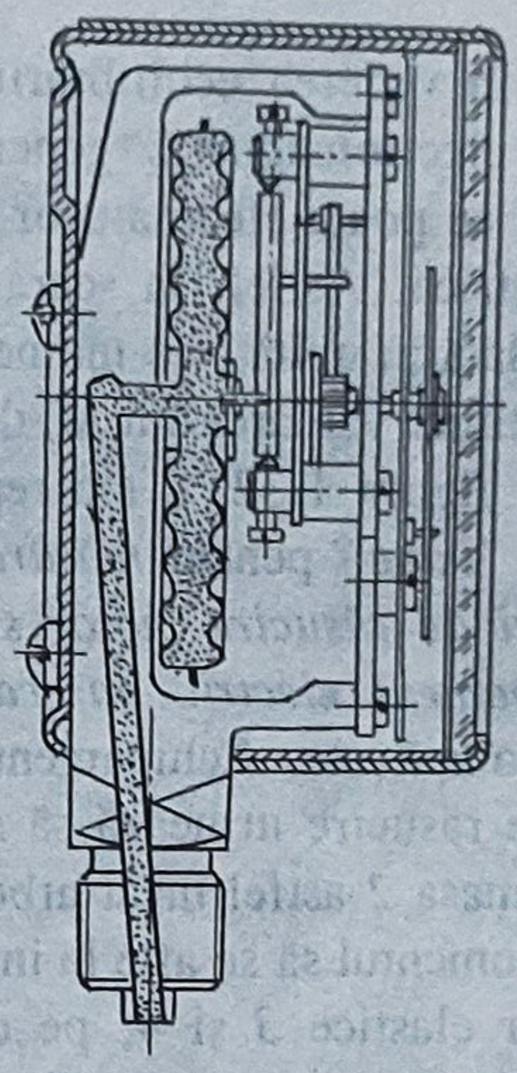


Fig.1.34

Sub acţiunea unei forţe concentrate sau uniform distribuite, aplicate pe o faţă, acestea realizează deformaţii vizibile şi uşor măsurabile, ceea ce permite aprecierea caracterului variaţiei sarcinii. *Servesc ca elemente elastice de măsurare şi acţionare în aparatele electrice de măsurare*, îndeosebi în aparatele manometrice de precizie, unde se pot întâlni tipurile uzuale: manometrele cu membrană pentru măsurarea lichidelor şi gazelor (fig.1.33), manometrele cu capsulă pentru măsurarea presiunilor joase (fig.1.34), manometrele cu întrerupătoare limitatoare cu membrană, manometrele teletransmiţătoare cu membrană, manometrele diferenţiale cu membrană(fig. 1.35), separatoarele cu membrană (fig.1.36), altimetrele, manovacuummetrele etc. În aparate, acestea fac posibilă măsurarea presiunilor de la câţiva milimetri coloană apă până la mii de bari. De asemenea, membranele se folosesc şi ca mijloace de separare între două medii sau pentru asigurarea etanşării elastice.

După *forma* lor, membranele se clasifică în:

- *plane*, a căror suprafaţă este dreaptă şi care pot fi *fără centru rigidizat* (fig.1.37, *a*) sau *cu centru rigidizat* (fig.1.37, *b*);
- *profilate*, cu suprafaţa de formă convexă (fig. 1.37, *c*);
- *ondulate*, având suprafaţa prevăzută cu un număr de gofreuri (cute) concentrice (fig. 1.37, *d*).

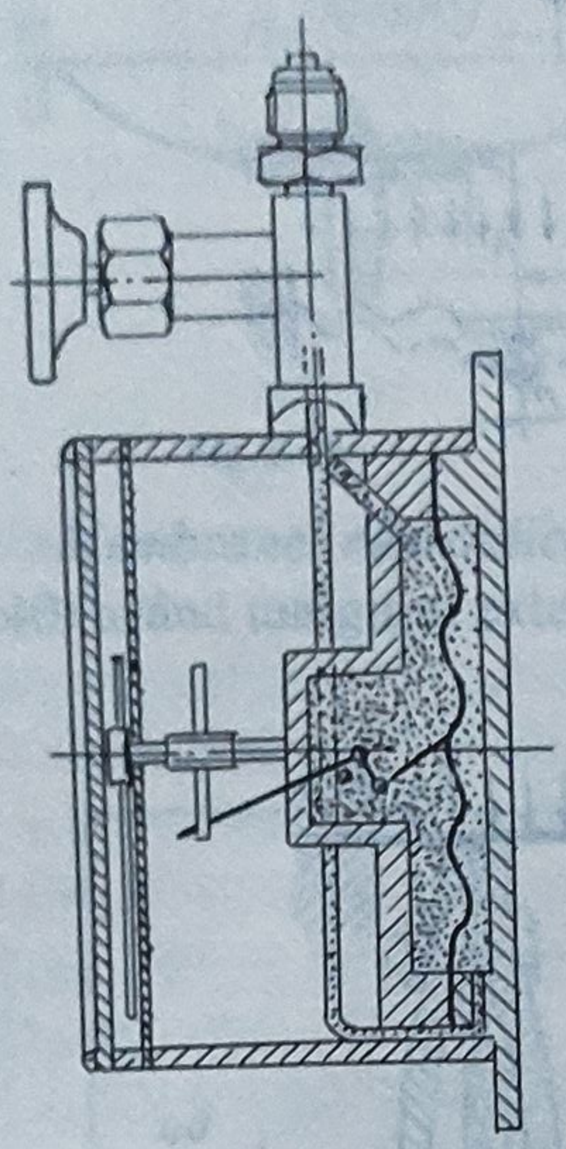


Fig.1.35

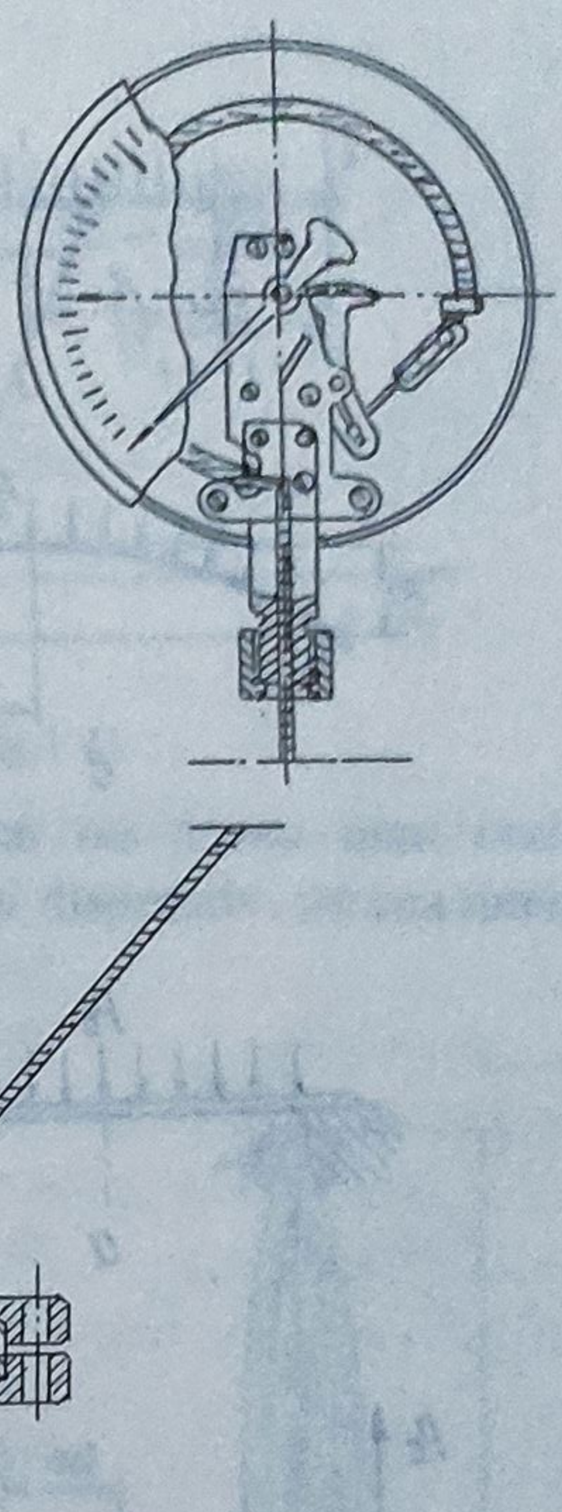


Fig. 1.36

b) Membrane plane

Clasificare. Materiale. Acestea se pot clasifica:

- din punct de vedere al rigidităţii în *membrane metalice*, cu o rigiditate mare, şi *nemetalice*, cu o rigiditate foarte mică, foarte flexibile şi fără capacitatea de a prelua momente de încovoiere şi forţe de compresiune;

- corespunzător raportului dintre săgeata w_0 de la mijlocul membranei şi grosimea acesteia h, distingându-se: *membrane groase*, denumite *plăci*, la care $w_0 \ll h$ şi *la care sunt preponderente solicitările de încovoiere*; *membrane cu grosime medie*, la care $w_0 \leq 3h$ şi care sunt *solicitate atât la încovoiere, cât şi la întindere; membrane subţiri*, la care $w_0 > 3h$, fiind elastice şi solicitate la întindere.

Încastrarea pe contur poate fi: *perfectă*, la elementele de mare rigiditate, când se execută prin lipire (fig.1.38, *a*), şi *liberă* (alunecătoare) realizată prin strângerea membranei între două inele cu ajutorul unei garnituri (fig. 1.38, *b*).

Materialele întrebuinţate pentru confecţionarea membranelor metalice sunt: bronzul fosforos, bronzul cu beriliu, alpacaua, bronzul cu argint şi oţelul inoxidabil, iar pentru cele nemetalice - cauciucul, ţesăturile cauciucate şi pielea (cel mai adesea se foloseşte inserţia cauciucată cu pânză de mătase sau cord).

Membrane metalice. Din examinarea caracteristicii $p_c = f(w_0)$ (fig. 1.39, *a*), rezultă că se pot considera trei zone de lucru, care corespund raportului w_0/h, şi anume:

- **zona** *a*, pentru $w_0 \ll h$, la membranele groase, caracteristica este liniară şi $p_c \approx w_0$;

- **zona** *b*, pentru $w_0 \leq 3h$, la membranele de grosime medie,caracteristica este

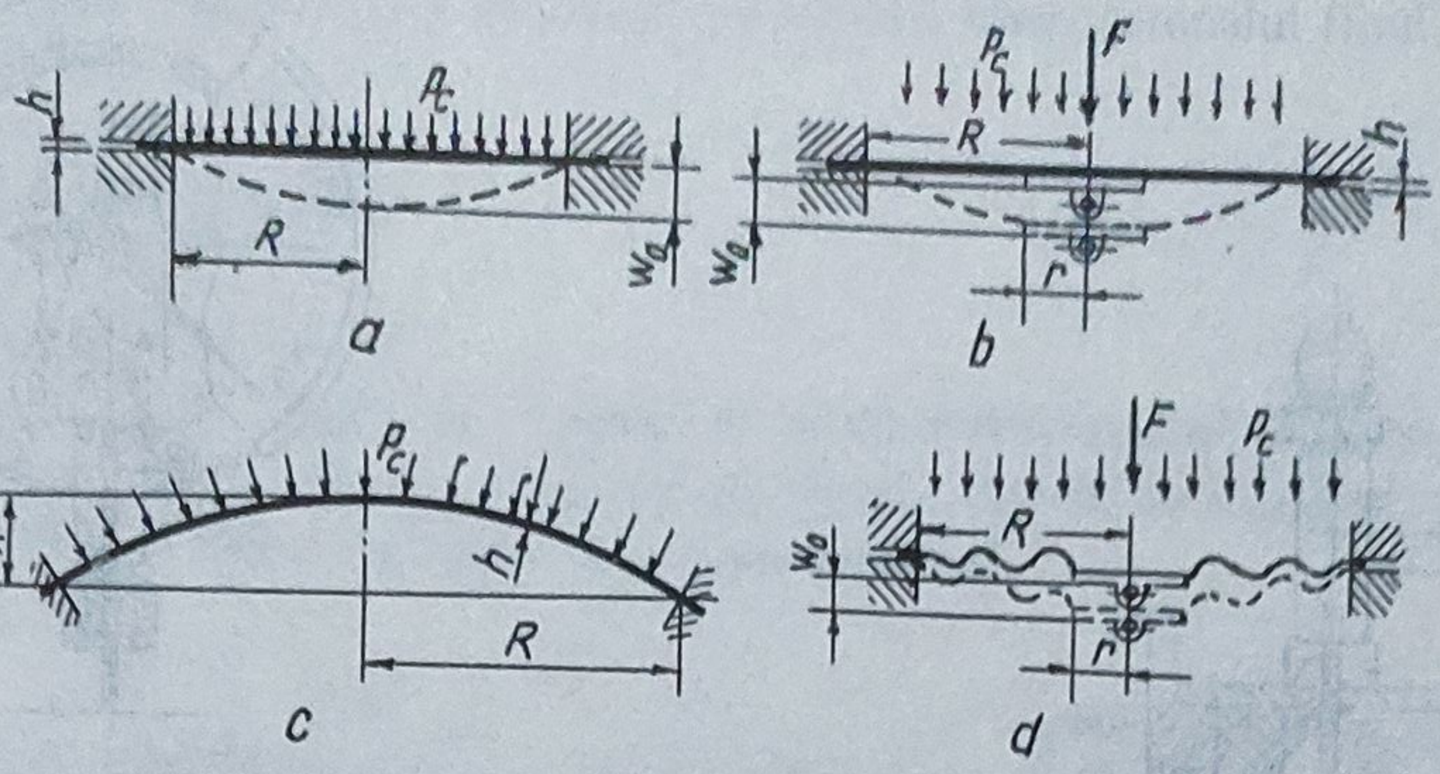


Fig. 1.37

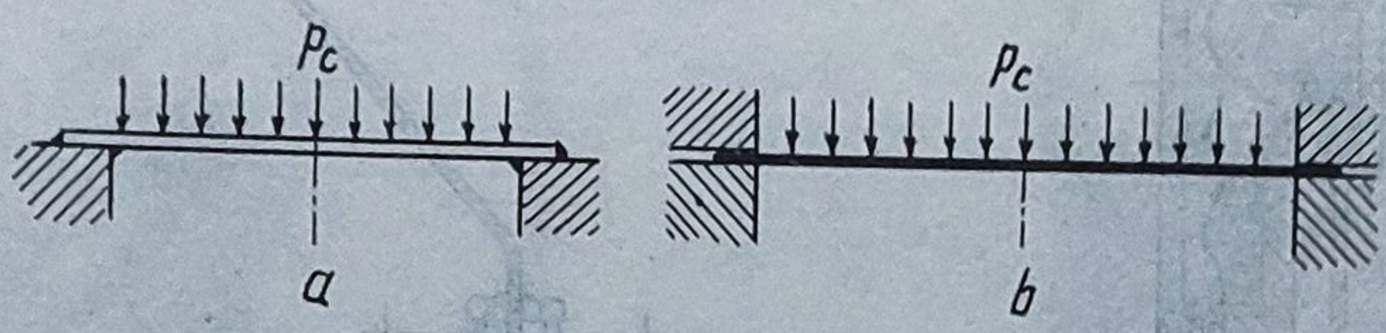
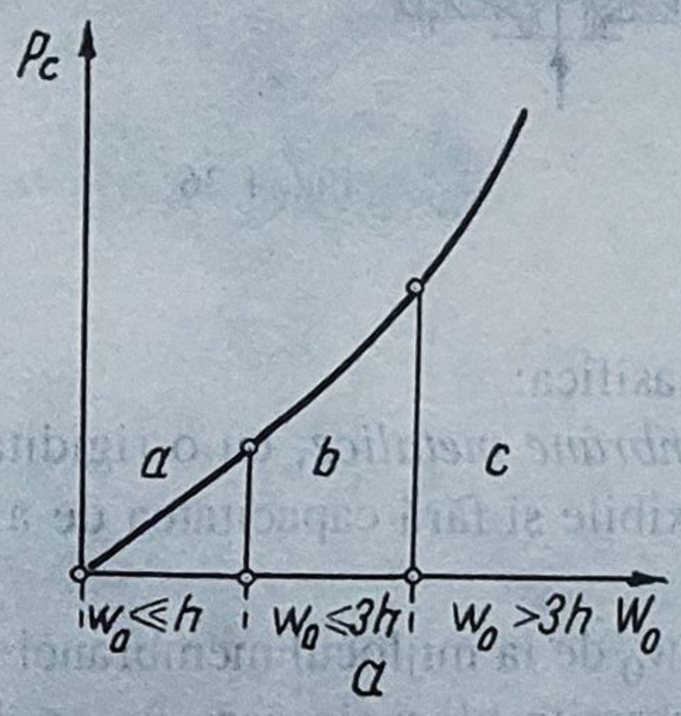


Fig.1.38



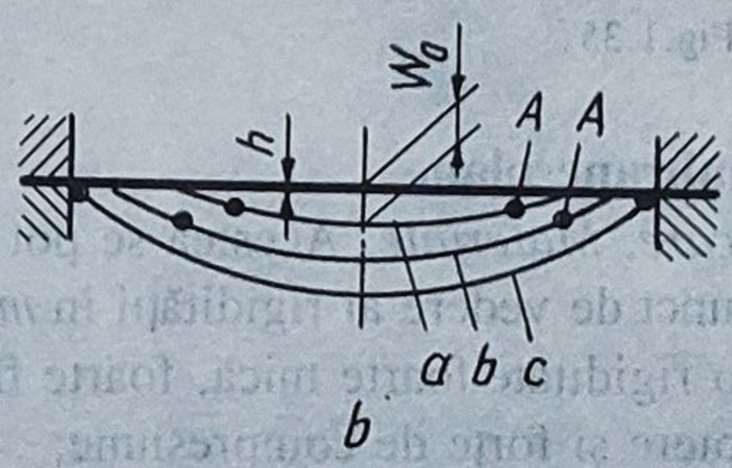


Fig.1.39

aproape liniară pe prima porţiune, apoi rigiditatea creşte cu încărcarea;

- **zona** *c*, pentru $w_0 > 3h$, la membranele de grosime mică, caracteristica nu mai este liniară şi rigiditatea creşte mult cu încărcarea.

Corespunzător acestor cazuri, în figura 1.39, *b* se prezintă schema deformaţiilor, din care rezultă că forma suprafeţei elastice a membranei se schimbă cu creşterea săgeţii, astfel că punctul de inflexiune *A* dintr-o secţiune axială se deplasează cu creşterea săgeţii, dinspre centrul membranei spre conturul ei.

Din examinarea celor trei zone de lucru rezultă:

- în zona *a*, la variaţia liniară a caracteristicii, tensiunile de întindere σ_t *sunt nule* şi membrana se poate considera solicitată numai la încovoiere;

- în zona *b*, vor trebui luate în considerare atât *tensiunile de întindere* σ_t cât şi cele de încovoiere σ_i;

- în zona *c*, când deformaţia membranei este foarte mare, $\sigma_t \gg \sigma_i$ şi prin urmare *se pot neglija tensiunile de încovoiere*.

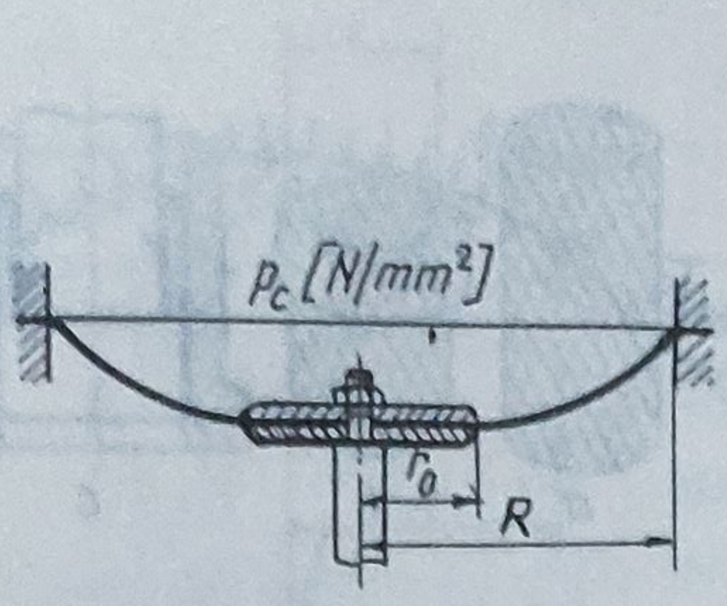


Fig.1.40

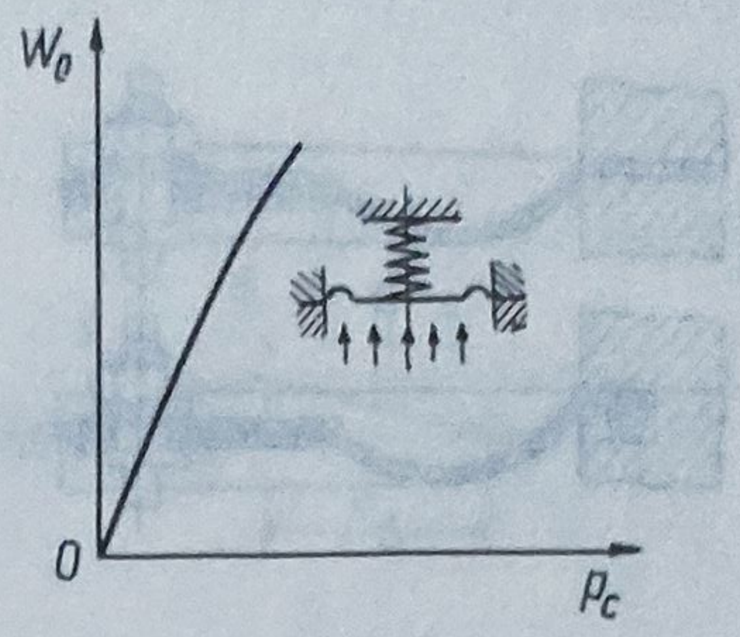


Fig.1.41

Membrane nemetalice(flexibile). Aceste membrane *au forma unui inel plan* (fig.1.40) având marginea exterioară încastrată în corpul unui dispozitiv, iar cea interioară

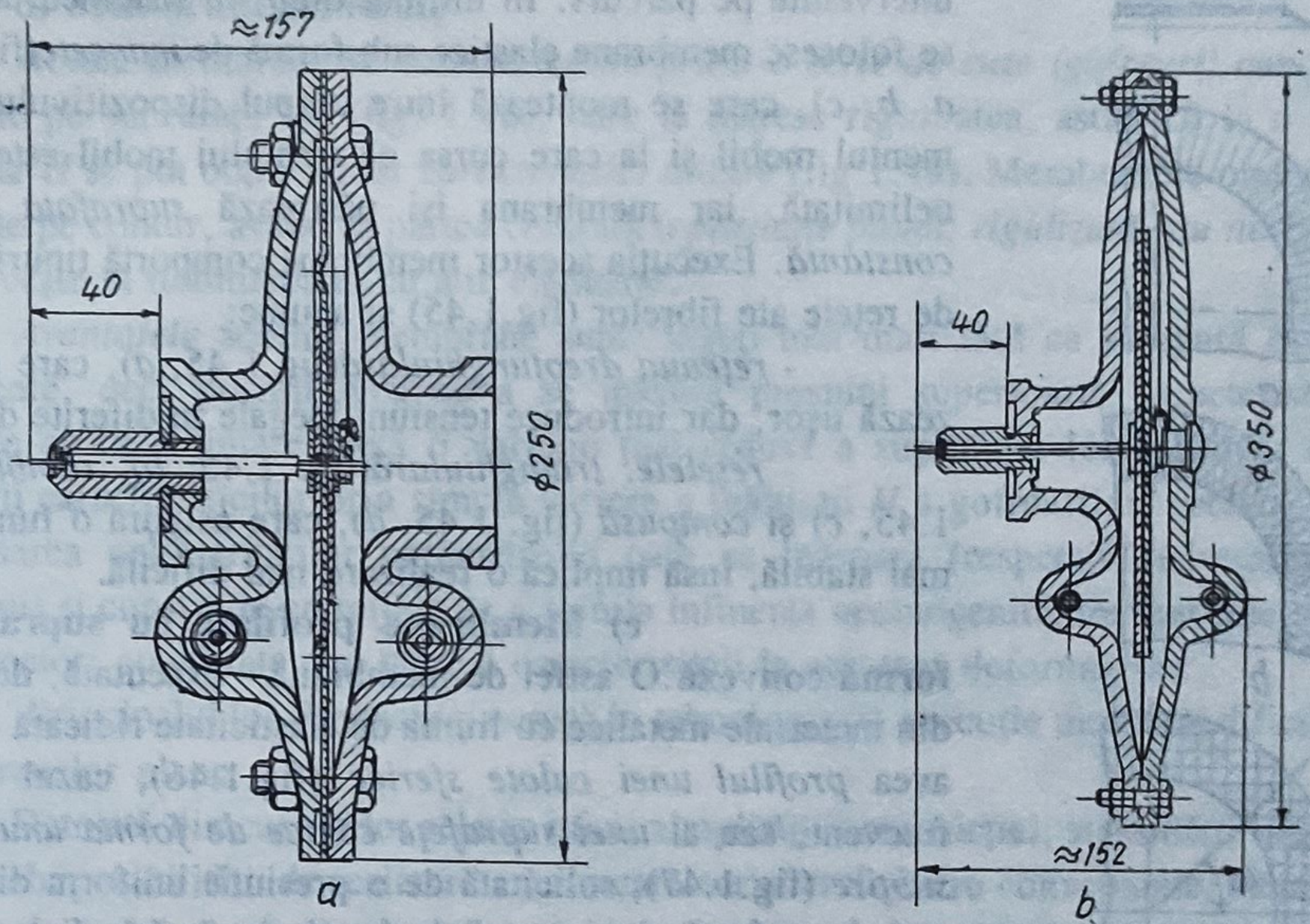


Fig.1.42

îmbinată cu un *centru rigidizat* alcătuit, de obicei, din nişte *discuri metalice*. Spre deosebire de membranele metalice, cele nemetalice au avantajul că, la aceeaşi presiune, realizează o deformaţie mai mare, dar şi dezavantajul instabilităţii proprietăţilor elastice datorită influenţei negative a factorilor mediului ambiant. Se folosesc frecvent la aparate cu rol de *traductor de presiune*. Din cauză că au o rigiditate redusă la încovoiere, membranele nemetalice se mai asociază în paralel, în unele cazuri, cu un arc elicoidal (fig.1.41), astfel încât caracteristica acestora este de fapt caracteristica arcului.

În figura 1.42, *a* şi *b* sunt prezentate unele *tipuri constructive de membrane nemetalice*, folosite ca *traductoare de presiune*. Buna funcţionare a acestor membrane depinde foarte mult de tipul încastrării în corpul dispozitivului şi în discurile de rigidizare. Soluţia cu strângere între două discuri de rigidizare(fig. 1.43, *a*) este foarte simplă, dar nu asigură o funcţionare corectă, iar cea cu un singur disc introdus între straturile membranei (fig.1.43, *b*) în timpul confecţionării acesteia, este mai indicată, întrucât realizează o

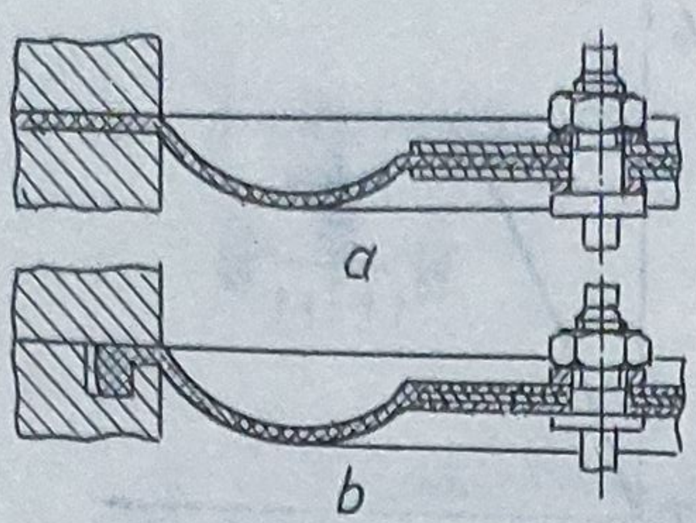


Fig.1.43

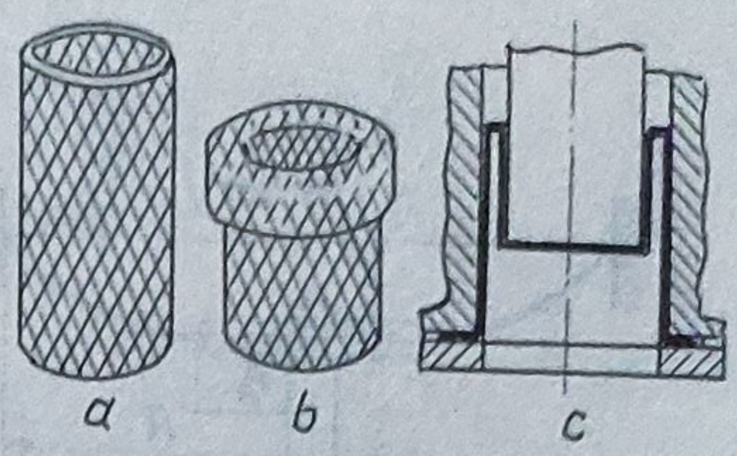


Fig.1.44

centrare şi o etanşare mai bune, împiedicând astfel ca discul să vină în contact metalic cu mediile agresive. Aceasta prezintă, însă, dezavantajul unei tehnologii mai complicate şi, în plus, discurile nu se mai pot schimba în funcţie de necesităţile intervenite pe parcurs. În ultimul timp, în sistemele automate se folosesc membrane elastice sub formă de *manşete*(fig. 1.44, *a, b, c*), care se montează între corpul dispozitivului şi elementul mobil şi la care cursa elementului mobil este practic nelimitată, iar membrana îşi păstrează *suprafaţa efectivă constantă*. Execuţia acestor membrane comportă tipuri diferite de reţele ale fibrelor (fig.1.45) şi anume:

- *reţeaua dreptunghiulară*(fig.1.45, *a*), care se realizează uşor, dar introduce tensiuni inegale în diferite direcţii;
- *reţelele: triunghiulară*(fig. 1.45, *b), rombică* (fig. 1.45, *c*) şi *compusă* (fig. 1.45, *d*), care asigură o funcţionare mai stabilă, însă implică o realizare mai dificilă.

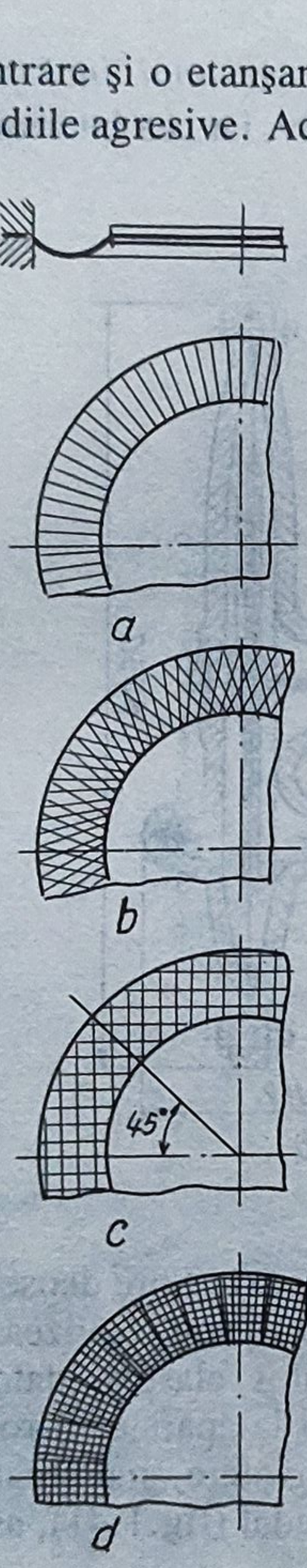


Fig.1.45

c) Membrane profilate cu suprafaţă de formă convexă.O astfel de membrană - executată, de obicei, din materiale metalice cu limita de elasticitate ridicată — poate avea *profilul unei calote sferice* (fig.1.46), cazul cel mai frecvent, sau al *unei suprafeţe conice de forma unui înveliş subţire* (fig.1.47), solicitată de o presiune uniform distribuită sau de o forţă concentrată la partea convexă. Sub acţiunea sarcinii, săgeata membranei creşte lent până la o valoare a presiunii denumită *presiune critică*, după care îşi schimbă săgeata printr-un salt. Această schimbare a săgeţii prin salt constituie, în fond, o pierdere de stabilitate a membranei, care se realizează *cu păstrarea proprietăţilor elastice ale materialului*. Dacă fenomenul de pierdere a stabilităţii nu este urmat de o degradare a membranei, acesta se numeşte *pocnitură*, de unde şi denumirea de *membrane pocnitoare*.

Proprietatea unei astfel de membrane de a-şi schimba săgeata în salturi îşi găseşte aplicaţii în construcţia de aparate, la unele dispozitive elastice de contact şi la diverse obiecte de uz casnic. Cel mai simplu ungător pentru lubrifiere funcţionează pe principiul acestei membrane. Energia cinetică dezvoltată la pocnirea fundului bombat se consumă în ejecţia uleiului. Pe acelaşi principiu lucrează şi unele

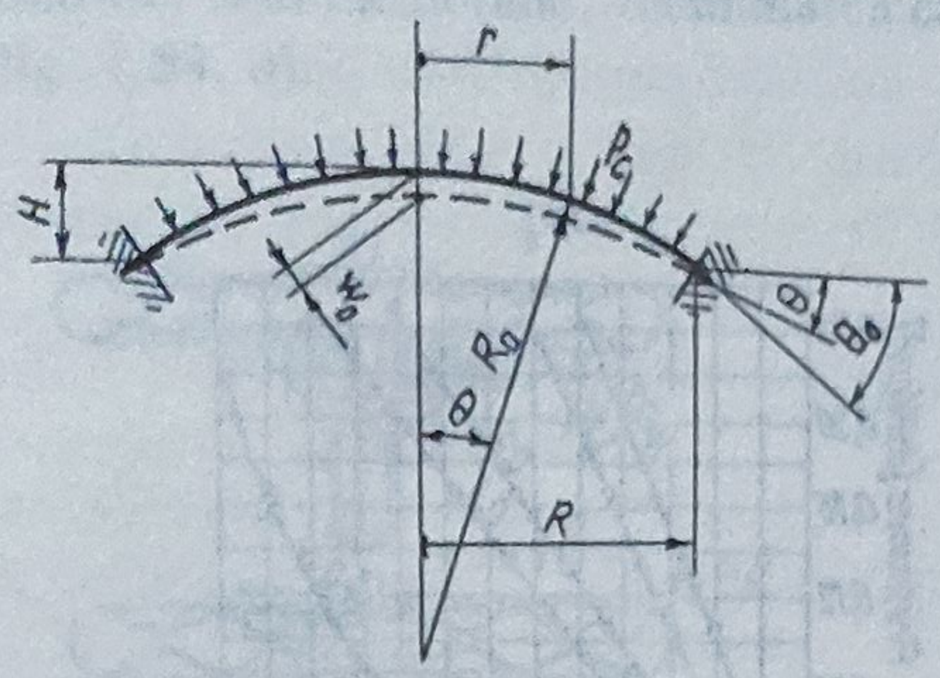


Fig.1.46

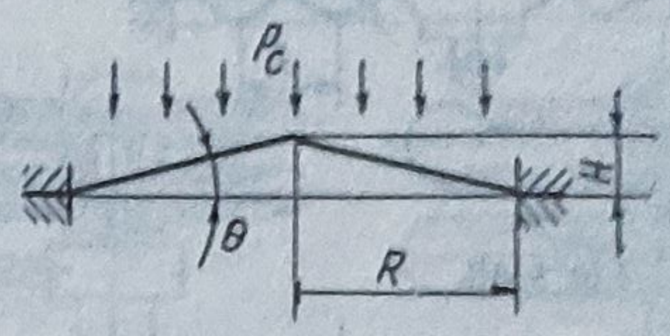


Fig.1.47

pulverizatoare pentru pulberi. Membrana de acest gen se foloseşte într-o serie de cazuri şi ca emiţător de presiune precum şi în *elementele logice*, dar numai în cele *cu comportare discretă*, obţinându-se timpi mici de comutaţie.

d) Membrane ondulate

Aceste membrane se caracterizează printr-o *serie de cute (gofreuri) concentrice*, prevăzute pe suprafaţa lor (fig. 1.48), care le măresc rigiditatea, astfel că la o anumită *adâncime H* se pot obţine chiar *caracteristici liniare* (fig.1.49). Membranele ondulate sunt încastrate pe contur, având în partea centrală o *porţiune plană, rigidizată sau nerigidizată*, care serveşte la îmbinarea ei cu alte elemente.

Avantajele acestor membrane sunt: săgeţi mai mari fără ca să apară deformaţii permanente, deci posibilitatea de a se măsura presiuni superioare; caracteristici mai apropiate de cele liniare, deci o variaţie mai redusă a suprafeţei lor efective; uşurinţa modelării caracteristicilor prin simpla variere a înălţimii *H* a gofreurilor, ceea ce permite compensarea neliniarităţilor parametrului care se măsoară (respectiv redresarea scalei aparatului) şi constituie un mijloc de a anihila influenţa neomogenităţilor datorate execuţiei membranelor; stabilitate mai mare a caracteristicii la acţiunea deformaţiilor.

Principalul lor *dezavantaj* constă în tehnologia de execuţie mult mai dificilă decât a membranelor plane.

Datorită dimensiunilor relativ mici, simplităţii construcţiei, stabilităţii indicaţiilor şi îndeosebi posibilităţii de realizare a unor caracteristici de lucru convenabile, membranele gofrate au o largă răspândire în construcţia de aparate ca elemente de măsurare, acţionare şi reglare.

Din punct de vedere al ondulaţiilor, membranele pot fi cu *profil mărunt*, ca la zimţii unei pile (fig.1.50, *a*) şi *în formă toroidală* (fig. 1.50, *b*) şi membrane cu *profil cu adâncime mare - constantă* - de forme: *triunghiulară* (fig. 1.50, *c*), *trapezoidală* (fig. 1.50, *d*), *sinusoidală* (fig. 1.50, *e*), *circulară* (fig. 1.50, *f*) şi *variabilă* (fig. 1.50, *g*).

O importanţă deosebită asupra comportării membranelor o are modul de prindere a acestora pe conturul exterior. Sub acest aspect de deosebesc *membrane ondulate obişnuite* şi *membrane cu ondulaţie marginală*. De menţionat că ondulaţia marginală influenţează foarte mult forma caracteristicii membranei. În figura 1.51 sunt reprezentate, pentru o astfel de membrană, în mod schematic, *elementul de fixare axial* al acesteia (*a*) precum şi *diverse forme* de *gofreuri* (*b*), de *ondulaţii marginale* (*c*) şi de *margini de montaj* (*d*).

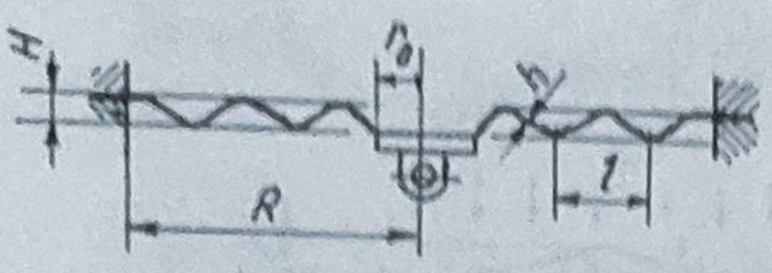


Fig.1.48

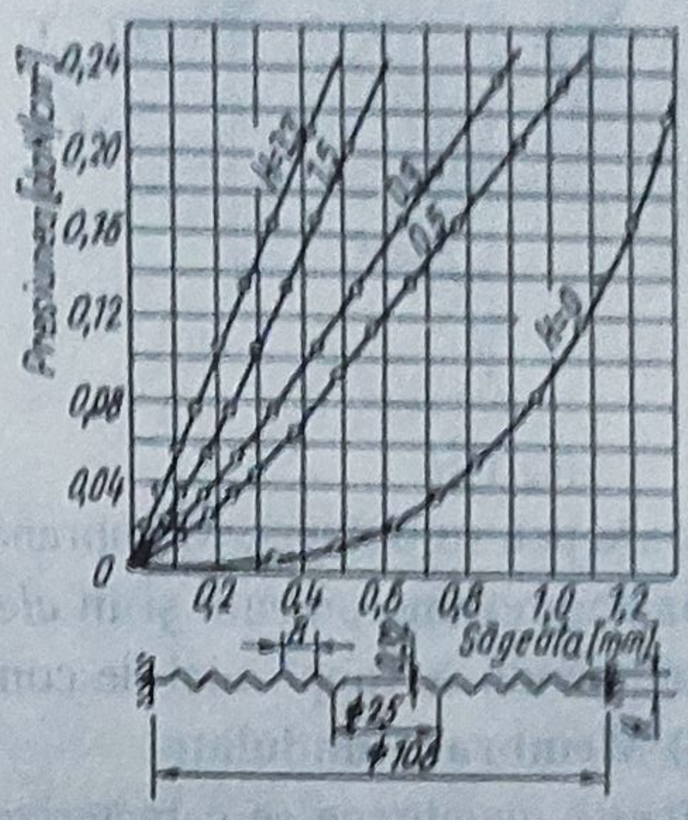


Fig.1.49

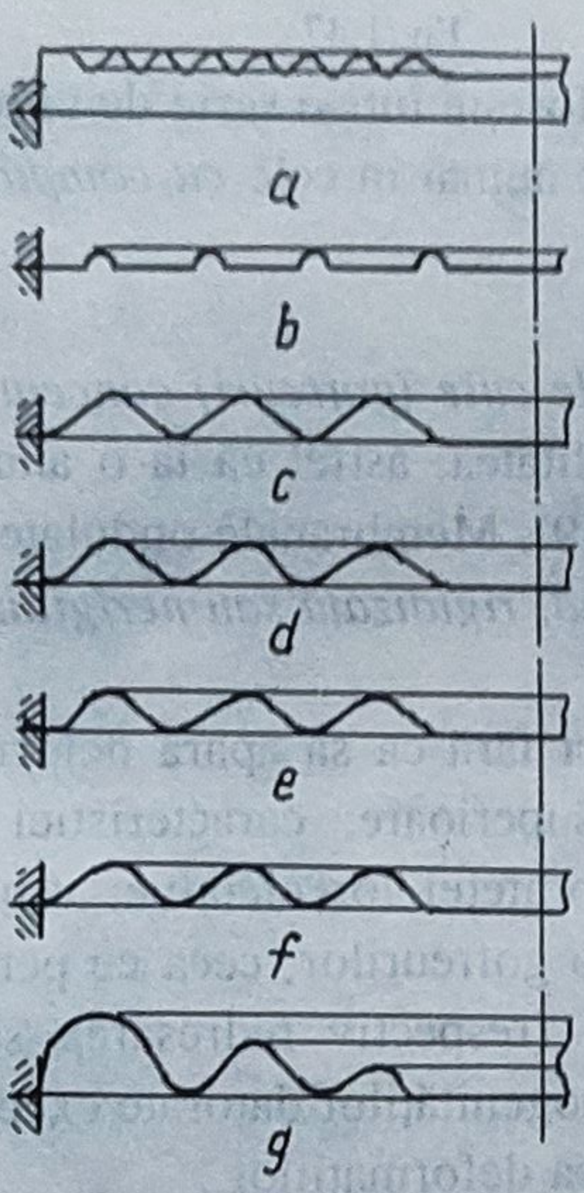


Fig.1.50

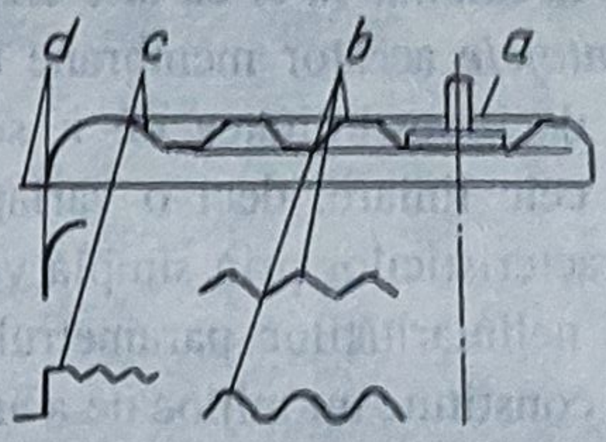


Fig.1.51

În aplicaţiile lor membranele ondulate pot să apară: *individuale*, câte două îmbinate sub *forma unei cutii* (când membranele sunt lipite pe contur), denumită *capsulă* (fig.1.52) şi ca *grup de capsule suprapuse*, purtând numele de *baterie*(fig.1.53, *a*, *b*, *c*).

Capsulele pot fi: *manometrice* (fig.1.52, *a*) - la care mediul a cărui presiune urmează să se măsoare se introduce în interior, deci, de fapt, se măsoară diferenţa $p_c - p_{c0}$ între presiunea din interior p_c şi presiunea mediului din exterior, p_{c0}; *aneroide*(fig.1.52, *b*), la care în interior se realizează o rarefiere (până la 0,3...0,1 mm Hg), prin urmare, se măsoară presiunea p_{c0} din exterior (spre exemplu, la *vacuummetre*); *umplute* (fig.1.52, *c*), al căror interior este plin cu un *gaz*, *vapori* sau *lichid* şi care servesc ca elemente sensibile la *termometre* sau *termoregulatoare*. Cu ajutorul capsulelor se obţine o săgeată dublă faţă de cea a membranelor. O săgeată şi mai mare se realizează folosindu-se o baterie de capsule. Deplasarea w_b a centrului bateriei are expresia

$$w_b = i\, w_c = 2\, i\, w_0, \tag{1.63}$$

unde: i este numărul capsulelor; w_c - deplasarea centrului unei capsule; w_0 - deplasarea

centrului unei membrane. Asamblarea capsulelor între ele se execută prin *filet* sau *cu şaibe* (fig. 1.54, *a*).

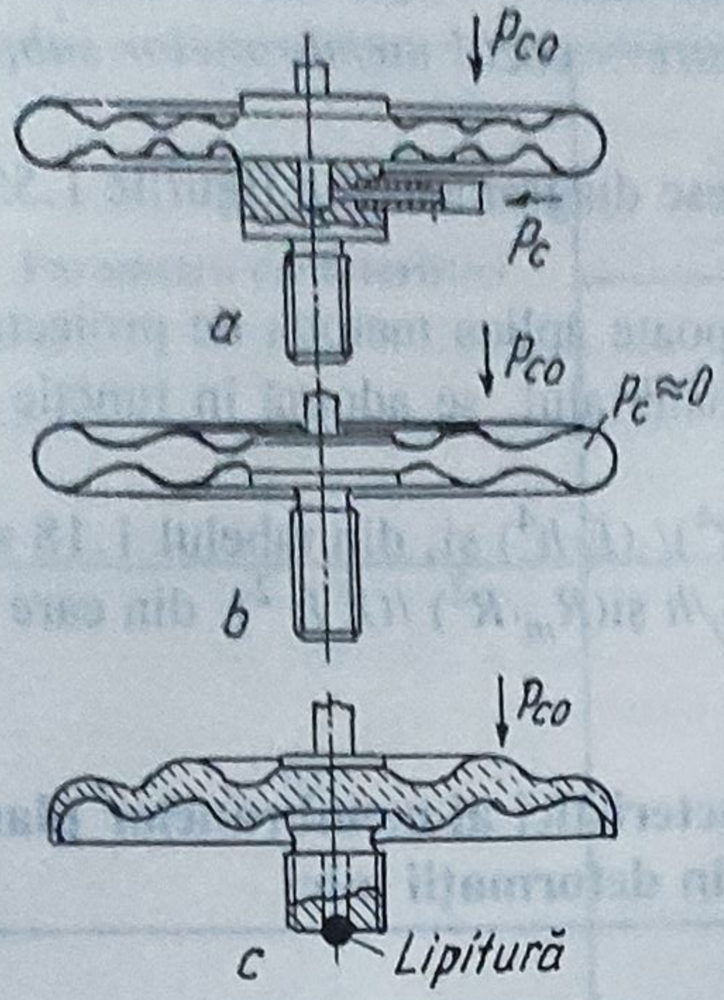


Fig.1.52

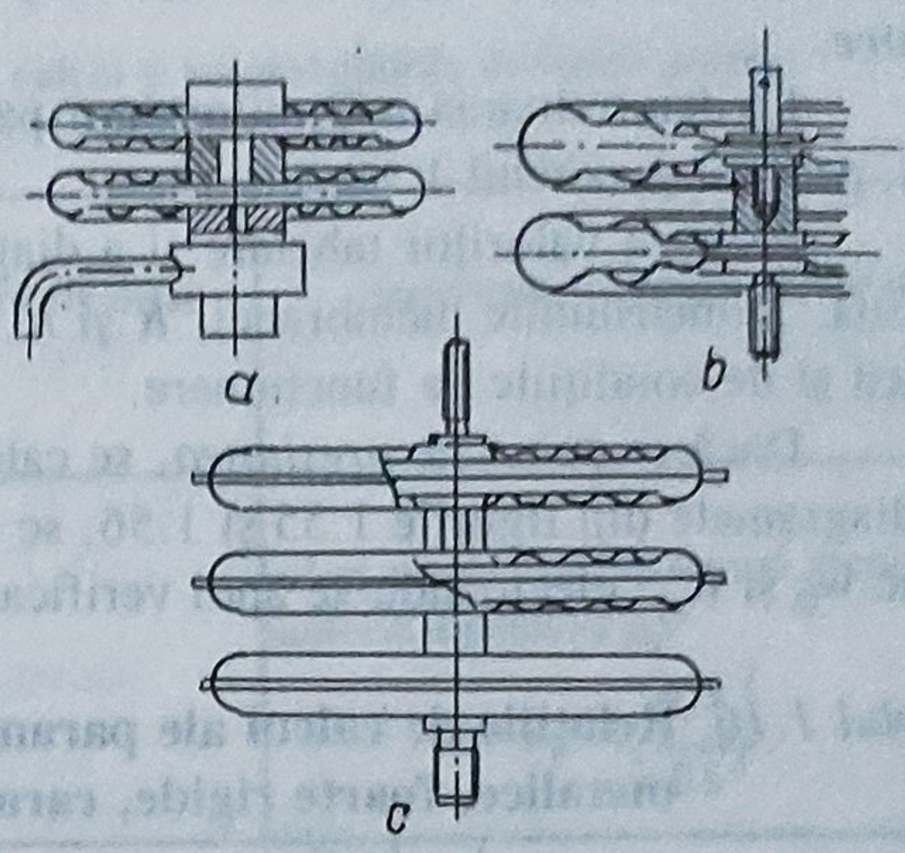


Fig. 1.53

În general, combinaţiile de membrane ondulate cu capsule sunt adesea utilizate deoarece permit obţinerea unor anumite caracteristici dorite. Dacă este necesară o caracteristică cu alură brusc crescătoare, pentru o presiune bine determinată, se poate utiliza combinaţia din figura 1.54, *b*. Până la presiunea $p_c < p_{ci}$ *(domeniul I)*, se deformează (lucrează) numai capsula şi are o *caracteristică aproximativ liniară, de pantă mai mare*. La atingerea presiunii p_{ci}, capsula vine în contact cu membrana *(domeniul al II- lea), schimbându-se panta caracteristicii*. Astfel se obţin caracteristicile în trepte la scările aparatelor de măsurare, prin dispunerea elementelor elastice în aşa fel încât să se modifice corespunzător caracteristica $p_c = f(w_0)$ şi o dată cu aceasta, numărul diviziunilor pe scară.

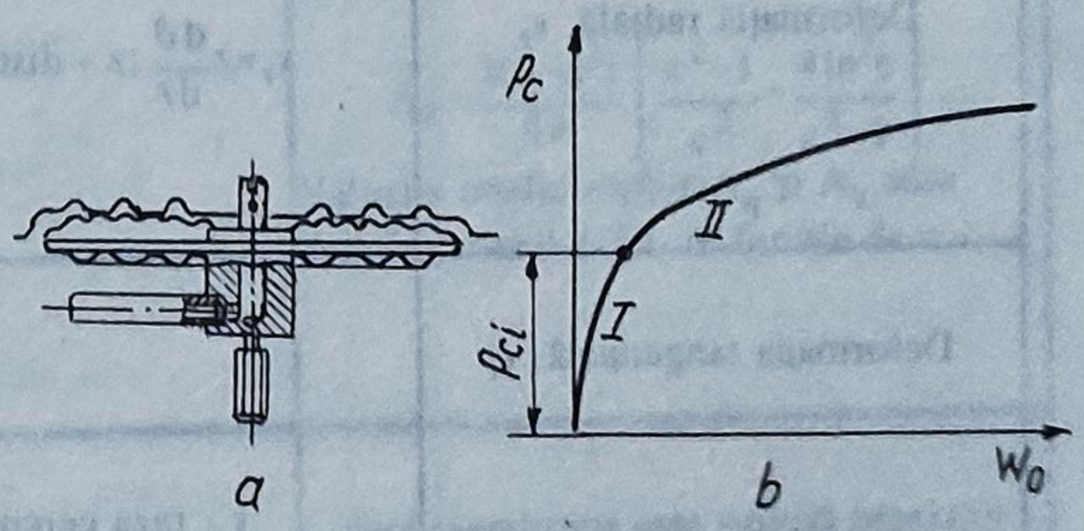


Fig.1.54

Capsulele se folosesc la presiuni cuprinse între câţiva mm H_2O şi 0,3...0,5 MPa. Peste această limită se utilizează membranele gofrate individuale, întrucât este foarte dificilă realizarea unei îmbinări rezistente a capsulelor la această presiune.

Membranele plane ondulate se realizează din *aceleaşi materiale* ca şi cele plane metalice. Cel mai adecvat material este *bronzul cu beriliu*, care prezintă o *caracteristică foarte stabilă până la 180°C* şi la care *pierderile prin histerezis sunt relativ mici, 0,2...0,5%*. De atfel, în toate cazurile, pierderile prin histerezis ale membranelor şi capsulelor nu depăşesc 1% din cursa maximă.

B. Proiectare. Calcul. În tabelul 1.16 sunt prezentate relaţiile pentru calculul *parametrilor caracteristici ai membranelor plane metalice, groase, foarte rigide, caracterizate prin deformaţii mici*. Metoda de proiectare a acestor membrane se adaptează cerinţelor, în raport cu datele iniţiale. Pentru dimensionare este necesar să se determine

tensiunea echivalentă pe baza teoriilor de rezistenţă a materialelor.

În tabelul 1.17 sunt date *relaţiile pentru calculul parametrilor caracteristici ai membranelor plane, metalice, în domeniul deformaţiilor mari - cazul membranelor de grosime medie, rigide - şi cel al deformaţiilor foarte mari - cazul membranelor subţiri, elastice.*

La determinarea mărimilor unor parametri servesc diagramele din figurile 1.55 şi 1.56, precum şi tabelul 1.18.

Pe baza valorilor tabelare şi a diagramelor se poate aplica metoda de proiectare indicată. Dimensiunile membranei, R şi h, precum şi materialul, se adoptă în funcţie de gabarit şi de condiţiile de funcţionare.

Dacă se cunoaşte *presiunea*, se calculează $(p_c \cdot R^4)/(E \cdot h^4)$ şi, din tabelul 1.18 sau din diagramele din figurile 1.55 şi 1.56, se determină w_0/h şi $(R_m \cdot R^2)/(E\,h^2)$, din care se deduc w_0 şi R_m, efectuându-se apoi verificarea lui σ_e.

Tabelul 1.16. **Relaţiile de calcul ale parametrilor caracteristici ai membranelor plane metalice, foarte rigide, caracterizate prin deformaţii mici**

Parametrii caracteristici	Relaţiile de calcul şi recomandările necesare pentru:	
	membrana fără centru rigidizat	membrana cu centru rigidizat
Deformaţia radială, ϵ_r	$\epsilon_r = z\frac{d\vartheta}{dr}$; z - distanţa unui punct al plăcii faţă de planul median al membranei.	
Deformaţia tangenţială, ϵ_t	$\epsilon_t = z\frac{\vartheta}{r}$; r - raza cercului pe care se află punctul considerat al plăcii.	
Unghiul de rotire, ϑ	$\vartheta = \frac{\nu}{8}(\rho^3 - \rho); \rho = \frac{r}{R}; 0 \le \rho \le 1$	
Săgeata oarecare într-un punct al membranei, w	$w = \frac{\nu R}{32}(\rho^2 - 1)^2 = w_0(\rho^2 - 1)^2$	

Tabelul 1.16 (continuare)

Parametrii caracteristici	Relaţiile de calcul şi recomandările necesare pentru:	
	membrana fără centru rigidizat	membrana cu centru rigidizat
Săgeata maximă, w_0	$w_0=\frac{\nu R}{32}=\frac{3}{16}(1-\mu^2)\frac{p_c R^4}{Eh^3}$	-când membrana este supusă presiunii uniform distribuite p_c, $w_0=A_q\frac{p_c R^4}{Eh^3}$, unde $A_q=\frac{3(1-\mu^2)}{16}\frac{e^4-1-4e^2\ln e}{e^4}$ iar $e=R/r_0$; - când membrana este solicitată de o forţă concentrată Q, aplicată în centrul său, $w_0=A_k\frac{Qr^2}{Eh^3}$ unde: $A_k=\frac{3(1-\mu^2)}{4\pi}\left[\frac{e^2-1}{e^2}-\frac{4\ln^2 e}{e^2-1}\right]$. Valorile coeficienţilor A_q şi A_k sunt date în tabelul 1.29, în funcţie de e.
Caracteristica membranei	$\frac{p_c R^4}{Eh^4}=\frac{16}{3(1-\mu^2)}\frac{w_0}{h}=A_1\frac{w_0}{h}$. Pentru $\mu=0,3$, $\frac{p_c R^4}{Eh^4}=5,86\frac{w_0}{h}$	- când membrana este supusă presiunii uniform distribuite p_c, $\frac{p_c R^4}{Eh^4}=\frac{1}{A_q}\frac{w_0}{h}$; - când membrana este solicitată de o forţă concentrată Q aplicată în centrul său, $\frac{QR^2}{Eh^4}=\frac{1}{A_k}\frac{w_0}{h}$.

Tabelul 1.16 (continuare)

Parametrii caracteristici	Relațiile de calcul și recomandările necesare pentru:	
	membrana fără centru rigidizat	membrana cu centru rigidizat
Tensiunile de încovoiere maxime radiale și tangențiale, σ_{ir} și σ_{it}	obținute pe contur, deoarece aici $\epsilon = 0$. $$\sigma_{ir}=\frac{3}{4}\frac{p_c R^2}{h^2}$$ și $$\sigma_{it}=\mu\sigma_{ir}$$	- când membrana este supusă presiunii uniform distribuite p_c, tensiunile de încovoiere radiale și tangențiale de pe conturul exterior, aflate pe suprafețele superioară și inferioară ale membranei, $$\sigma_{ir}=\pm B_q\frac{Ehw_0}{R^2},$$ unde $$B_q=\frac{4}{1-\mu^2}\frac{c^2(c^2-1)}{c^4-1-4c^2\ln c}$$ și $\sigma_{it}=\mu\sigma_{ir}$ - când membrana este solicitată de o forță concentrată Q aplicată în centrul său, tensiunile de încovoiere radiale, pe conturul exterior și interior, $$\sigma_{ire}=\pm B_{ke}\frac{Ehw_0}{R^2}$$ și $$\sigma_{iri}=\pm B_{ki}\frac{Ehw_0}{R^2},$$ unde $$B_{ke}=\frac{2}{1-\mu^2}\frac{c^2(c^2-1-2\ln c)}{(c^2-1)^2-4c^2\ln^2 c}$$ și $$B_{ki}=\frac{2}{1-\mu^2}\frac{c^2(2c^2\ln c-c^2+1)}{(c^2-1)^2-4c^2\ln^2 c}.$$ Valorile coeficienților B_q, B_{ke} și B_{ki}, sunt date în tabelul 1.29, în funcție de c.
Tensiunea echivalentă, σ_e	Pe baza teoriei energiei maxime de deformație $$\sigma_e=\sqrt{\sigma_{ir}^2+\sigma_{it}^2-\sigma_{ir}\sigma_{it}}\le\sigma_{ai}..$$ Pentru membranele fără centru rigidizat, la care $\mu = 0,3$, $$\sigma_e\approx\frac{2}{3}\frac{p_c R^2}{h^2}\le\sigma_{ai},$$ de unde presiunea maximă ce poate fi suportată de membrană $$p_{c,\,cap} \approx (3/2)(h^2/r^2)\sigma_{ai}.$$	

Tabelul 1.17. **Relaţiile de calcul ale parametrilor caracteristici ai membranelor plane metalice în domeniul deformaţiilor mari şi foarte mari**

Parametrii caracteristici	Relaţiile de calcul şi recomandările necesare pentru membranele:	
	de grosime medie, rigide	subţiri, elastice
Alungirea specifică relativă a suprafeţei mediane pe direcţia elementului, ϵ_{rp}		$\epsilon_{rp}=\frac{d\vartheta}{dr}+\frac{\vartheta^2}{2}$
Alungirea specifică relativă a suprafeţei mediane în direcţie tangenţială, ϵ_{tp}		$\epsilon_{tp}=\frac{2\pi(r+\vartheta)-2\pi r}{2\pi r}=\frac{\vartheta}{r}$
Unghiul de rotire, ϑ	$\vartheta = C(\rho^3 - \rho)$, unde $\rho=r/R$, $C = C(\vartheta)$ şi $C=C'(p_c)$ Condiţiile încastrării perfecte, pentru $\rho = 1$, sunt $\vartheta = 0$ şi $\dot{\psi}-\mu\frac{\psi}{\rho}=0$, rezultând $a = (5 - 3\mu)/(1-\mu)$. La încastrarea liberă $T_1 = 0$; deci, pentru $\rho = 1$, condiţiile sunt: $\vartheta = 0$ şi $\psi = 0$, obţinându-se $a = 3$.	$\vartheta = C(\rho^z - \rho)$, unde z se alege conform posibilităţii de rezolvare. Pentru încastrarea perfectă, condiţia este: $\left(\dot{\psi}-\mu\frac{\psi}{\rho}\right)_{\rho=1}=0$, de unde: $a=\frac{(z-1)^2}{4(z+1)(z+3)}\left[\frac{1}{1-\mu}+\frac{z+6}{2z}\right]$ iar pentru încastrarea liberă $\psi_{\rho=1} = 0$, rezultând $a=\frac{(z-1)^2(z+6)}{8z(z+1)(z+3)}$.
Săgeata oarecare într-un punct al membranei, w	$w=CR(\rho^2 - 1)^2/4=w_0(\rho^2 - 1)^2$	$w=CR\left[\frac{\rho^{z+1}-1}{z+1}-\frac{\rho^2-1}{2}\right]=$ $=w_0\frac{2(z+1)}{z-1}\left[\frac{\rho^{z+1}-1}{z+1}-\frac{\rho^2-1}{2}\right]$
Săgeata maximă, w_0	$w_0 = (CR)/4$	$w_0=CR\frac{z-1}{2(z+1)}$
Caracteristica membranei	$\frac{p_cR^4}{Eh^4}=A_1\frac{w_0}{h}+A_3\left(\frac{w_0}{h}\right)^3$, unde $A_1 = 16[3(1 - \mu^2)]$ şi $A_3 = 16[(a/24) - (a/14)]$. Pentru cazul încastrării libere $a = 3$, deci $A_3 = 6/7$; la încastrarea perfectă $a = (5 - 3\mu)/(1 - \mu)$ şi, în consecinţă, $A_3=\frac{2}{21}\frac{23-9\mu}{1-\mu}$.	$\frac{p_cR^4}{Eh^4}=\frac{A_1'}{1-\mu^2}\frac{w_0}{h}+A_3\left(\frac{w_0}{h}\right)^3$. unde $A_1' = (2/3z)(z+1)(z+3)$ şi: pentru încastrarea perfectă $A_3'=2\frac{z+1}{z+3}\left[\frac{1}{1-\mu}+\frac{2z^3+39z^2+167z+174}{6(2z+1)(z+2)(z+5)}\right]$; - pentru încastrarea liberă $A_3'=\frac{1}{3}\frac{(z+1)(2z^3+39z^2+167z+164)}{(2z+1)(z+2)(z+3)(z+5)}$. Pentru fiecare valoare a lui w_0/h corespunde o anumită formă de suprafaţă, caracterizată printr-o valoare a parametrului z. În tabelul 1.18 se prezintă dependenţa sub forma numerică(pentru membranele executate din oţel, în care caz $\mu = 0,3$) dintre z şi raportul w_0/h, respectiv $(p_cR^4)/(Eh^4)$, iar în diagrama din figura 1.56, caracteristicile pentru aceleaşi membrane.

Tabelul 1.17 (continuare)

Parametrii caracteristici	Relațiile de calcul și recomandările necesare pentru membranele:	
	de grosime medie, rigide	subțiri, elastice
Tensiunile radială și axială, σ_r și σ_t	$\sigma_r=\sigma_{ir}\pm\sigma_{ir}=\frac{T_1}{h}\pm\frac{6M_1}{h^2}$ și $\sigma_t=\sigma_{it}\pm\sigma_{it}=\frac{T_2}{h}\pm\frac{6M_2}{h^2}$, unde $\sigma_{ir}=\pm\frac{Eh^2}{R^2}\frac{w_0}{h}\frac{1}{1-\mu^2}\frac{z+1}{z-1}\cdot[(1+\mu)-(z+\mu)\rho^{z-1}]$, $\sigma_{it}=\pm\frac{Eh^2}{R^2}\frac{w_0}{h}\frac{1}{1-\mu^2}\frac{z+1}{z-1}\cdot[(1+\mu)-(1+\mu z)\rho^{z-1}]$, $\sigma_{tr}=\pm\frac{Eh^2}{R^2}\frac{w_0^2}{h^2}\frac{2(z+1)}{(z-1)^2}\left[\frac{(z-1)^2}{4(z+3)}\cdot\left[\frac{1}{1+\mu}+\frac{z+6}{2z}\right]-\frac{\rho^2 z}{4z}-\frac{2\rho^{z+1}}{z+3}-\frac{z+1}{8}\rho^2\right]$. Tensiunile de întindere tangențiale sunt mai mici, cel mult egale cu cele radiale. În centrul membranei acestea sunt egale, adică $\sigma_{tr}=\sigma_{tt}$; pe conturul de încastrare, $\sigma_{tt}=\mu\sigma_{tr}$. În cazul încastrării perfecte, care are cea mai mare importanță practică, expresiile valorilor extreme ale lui σ_r și σ_t sunt: - în centrul membranei($\rho=0$), $\sigma_r=\sigma_t=\frac{Eh^2}{R^2}\frac{w_0}{h}\frac{1+z}{1-\mu}\left\{\mp\frac{1}{z+1}+\frac{w_0}{h}\cdot\frac{1}{2(z+3}\left[1+(1-\mu)\frac{z+6}{2z}\right]\right\}$; -pe conturul de încastrare($\rho=1$), $\sigma_r=\frac{Eh^2}{R^2}\frac{w_0}{h}\frac{1+z}{1-\mu}\cdot\left(\pm\frac{1}{1+\mu}+\frac{1}{2}\frac{w_0}{h}\frac{1}{z+3}\right)$ și $\sigma_t=\mu\sigma_r$	
Tensiunea echivalentă, σ_e	Pentru dimensionare este necesar să se determine σ_e în secțiunea periculoasă a membranei, pe baza teoriei energiei maxime de deformație, cu relația $\sigma_e=\sqrt{\sigma_r^2+\sigma_t^2-\sigma_r\sigma_t}\le\sigma_a$. Pe conturul de încastrare, $\sigma_t=\mu\sigma_r$ și în ipoteza membranelor din oțel, pentru care $\mu=0{,}3$, rezultă $\sigma_e=\sigma_r\sqrt{1+\mu^2-\mu}\approx 0{,}89\sigma_r\le\sigma_a$. Diagrama din figura 1.56 cuprinde curba de variație a raportului $(\sigma_r R^2)/(Eh^2)$, carre permite calculul lui σ_r, precum și curbele de variație ale lui z și $(pR^4)/(Eh^4)$, pentru o membrană încastrată perfect.	

Tabelul 1.17 (continuare)

Parametrii caracteristici	Relaţiile de calcul şi recomandările necesare pentru membranele:	
	de grosime medie, rigide	subţiri, elastice
Volumul care se formează între suprafaţa iniţială a membranei şi cea determinată de membrana deformată când elementul elastic serveşte ca mijloc de separare, V	$V=\pi R^2 w_0 \frac{z+1}{2(z+3)}$	
Coeficientul de siguranţă al membranei, c_m	$c_m = R_{p0,2}/\sigma_c$	

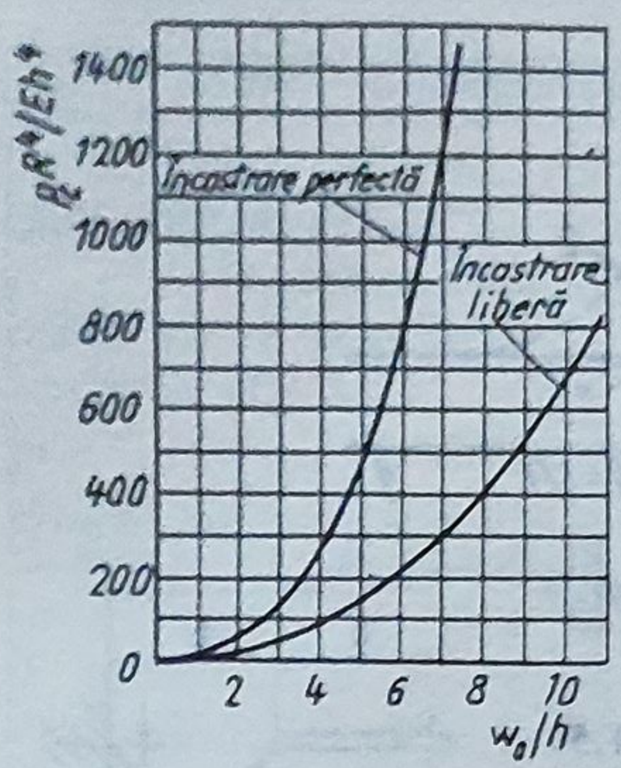


Fig.1.55

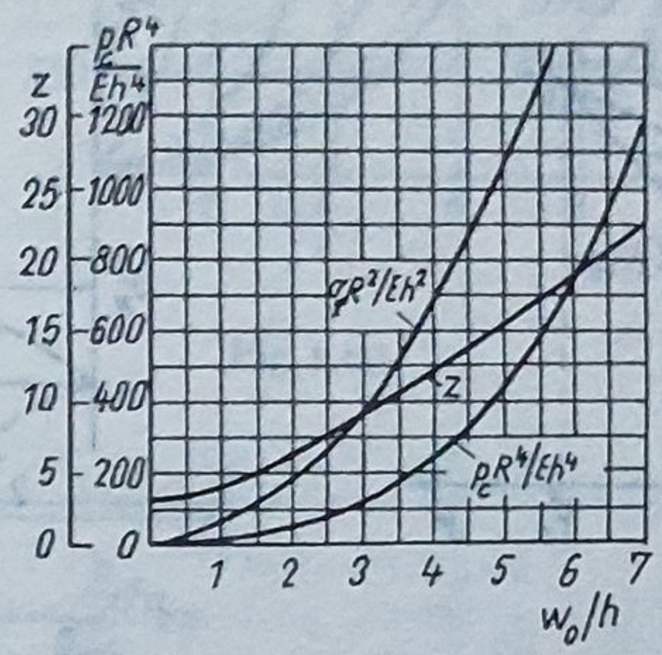


Fig.1.56

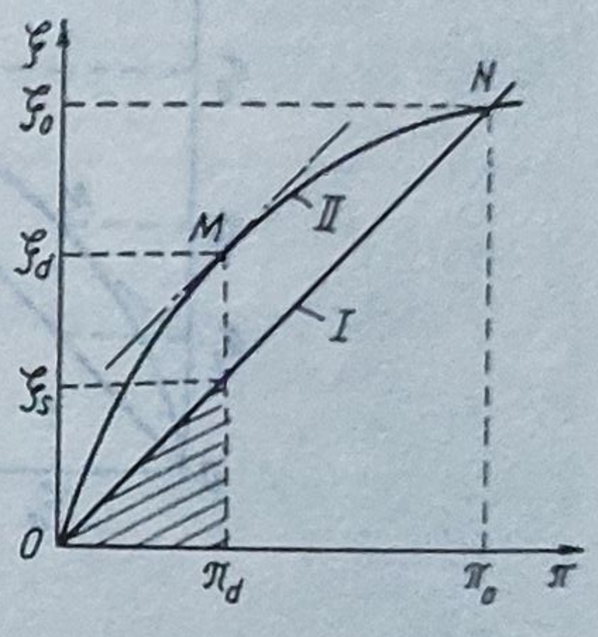


Fig.1.57

Dacă se cunoaşte *deplasarea maximă* w_0 în procesul de lucru, se calculează raportul w_0/h, iar din tabelul 1.18 şi diagramele din figurile 1.55 şi 1.56 se determină valorile presiunii p_c şi a
lui R_m, prin intermediul rapoartelor $(p_cR^4)/(Eh^4)$ şi$(R_mR^2)/(Eh_2)$. În ambele variante se poate stabili şi *parametrul z*.

Problema importantă *în cazul folosirii membranelor plane metalice de grosime medie, rigide, ca elemente pentru stabilirea presiunii în mod direct sau indirect* - prin măsurarea prealabilă a tensiunilor - o constituie *determinarea abaterii de la liniaritate a caracteristicii lor.*

La măsurarea directă a presiunii cu o astfel de membrană, reprezentând grafic ecuaţia caracteristicii (fig.1.57), alura acesteia are *forma unei curbe(II)*, deci deosebită de cea a *caracteristicii liniare (I).*

Tabelul 1.18. **Parametrii caracteristicii membranelor plane metalice cu deformaţii mari**

z	Încastrare liberă		Încastrare perfectă		z	Încastrare liberă		Încastrare perfectă	
	w_0/h	$(p_cR^4)/(Eh^4)$	w_0/h	$(p_cR^4)/(Eh^4)$		w_0/h	$(p_cR^4)/(Eh^4)$	w_0/h	$(p_cR^4)/(Eh^4)$
4	1,521	12,49	1,029	8,569	19	9,979	646,4	5,953	749,9
5	1,250	24,08	1,488	19,91	21	11,04	833,2	6,554	989,3
7	3,474	56,27	2,224	50,88	23	12,09	1 050	7,151	1 273
9	4,605	103,3	2,884	99,56	25	13,15	1 299	7,748	1 607
11	5,701	167,7	3,514	169,8	27	14,19	1 587	8,346	1 995
13	6,782	251,9	4,134	266,4	29	15,26	1 915	8,942	2 442
15	7,876	365,2	4,759	395,8	31	16,30	2 276	9,534	2 944
17	8,917	488,9	5,351	552,5	33	17,36	2 690	10,13	3 518

Determinând, din ecuaţia caracteristicii, săgeata maximă w_0 a centrului membranei, se deduce $\xi_0 = w_0/h$ şi, cunoscând punctul curbei corespunzător presiunii de măsurat, se calculează valoarea lui δ_{pc}, adică *abaterea relativă de la liniaritate a presiunii*, cu una din relaţiile:

$$\delta_{pc} = [(\xi_d - \xi_s)100]/\xi_0\ [\%] \quad \text{sau} \quad \delta_{pc} = (c_N K\ 100)/[K+(1/\xi_d^2)]\ [\%], \quad (1.64)$$

unde $K = A_3/A_1$ şi c_N este un *coeficient numeric cunoscut*, dependent de materialul membranei.

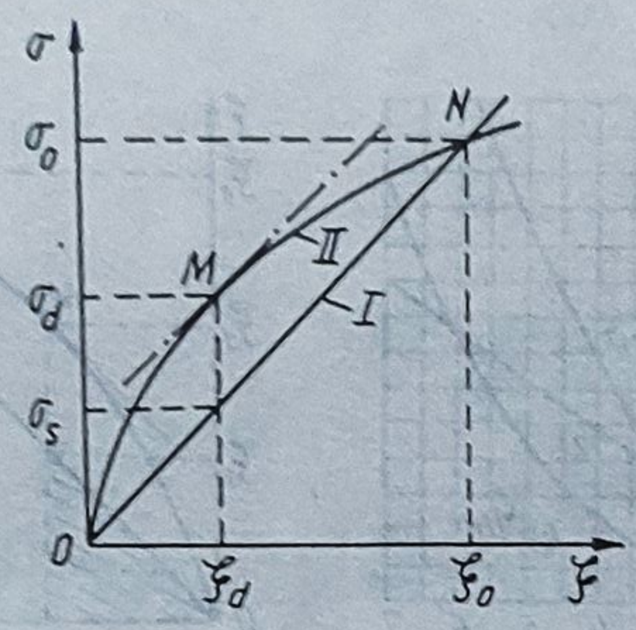


Fig.1.58

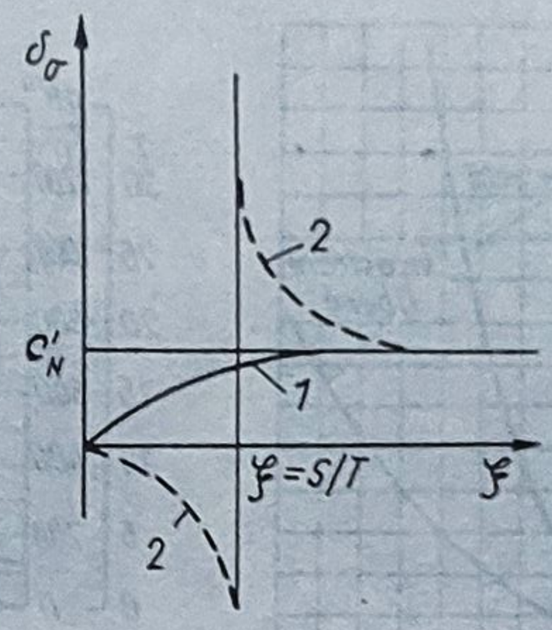


Fig.1.59

În cazul folosirii membranelor plane metalice de grosime medie, rigide, *la determinarea indirectă a presiunii prin măsurarea prealabilă a tensiunilor*, alura caracteristicii este, de asemenea, cea a unei *curbe* (II, fig.1.58). Cunoscând tensiunea maximă admisibilă σ_0 şi săgeata maximă a centrului membranei w_0, pe baza căreia se deduce $\xi_0 = w_0/h$, se stabilesc succesiv σ_d, σ_s şi în final δ_σ, *abaterea relativă de la liniaritate a tensiunii* cu una din relaţiile

$$\delta_\sigma=[(\sigma_d - \sigma_s)100]/\sigma_0\ [\%] \text{ sau } \delta_\sigma=(c'_N\ 100)/\{1+[\pm S/(T\xi_0]\}, \quad (1.65)$$

unde c'_N reprezintă un *coeficient numeric* dependent de materialul membranei, iar S şi T coeficienţi numerici cunoscuţi (semnele $\pm$ corespund tensiunilor de încovoiere, pentru a se ţine seama de sensul pe care-l au).

În figura 1.59 este reprezentată *diagrama lui* $\delta_\sigma = \delta_\sigma(\xi)$ *în două variante*. Când tensiunea de încovoiere are semnul "*plus*" , deci acelaşi cu tesiunea de întindere, rezultă $\delta_\sigma = \delta_\sigma(\xi)$ *o curbă monoton crescătoare (curba I)*, pentru care c'_N este o *asimptotă*. Dacă însă tensiunea de încovoiere are semnul "*minus*", contrar tensiunii de întindere, graficul lui δ_σ prezintă *două ramuri* cu $\xi = S/T$ *ca asimptotă*.

În cazul utilizării tensiunii pentru măsurarea presiunii, este necesar ca traductorii să fie plasaţi pe aceeaşi faţă a membranei.

Calculul parametrilor de bază ai membranelor plane nemetalice se efectuează cu ajutorul relaţiilor specificate în tabelul 1.19, completat cu figurile 1.60, 1.61 şi 1.62.

În cazul calculului la rezistenţă al membranelor plane nemetalice trebuie avut în vedere *felul materialului*. Astfel, când acesta este *cauciuc cu inserţie*, este de reţinut că

tensiunile în cauciuc sunt mult mai mici în comparaţie cu cele din fibre şi, în plus, au direcţiile acestora. În esenţă, aici problema se reduce, în final, *la verificarea la rezistenţă a firelor inserţiei.*

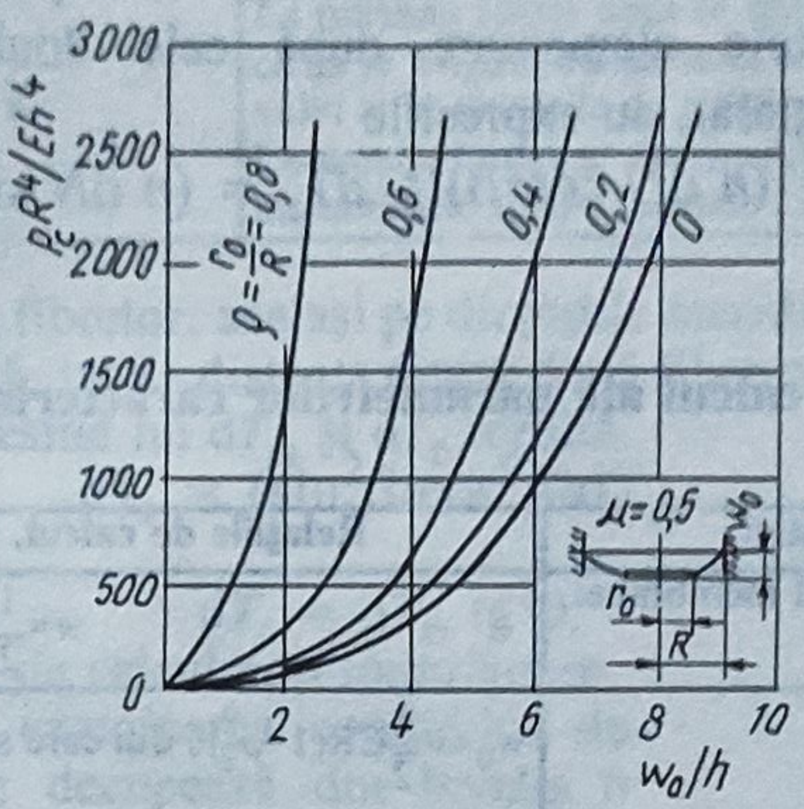


Fig.1.60

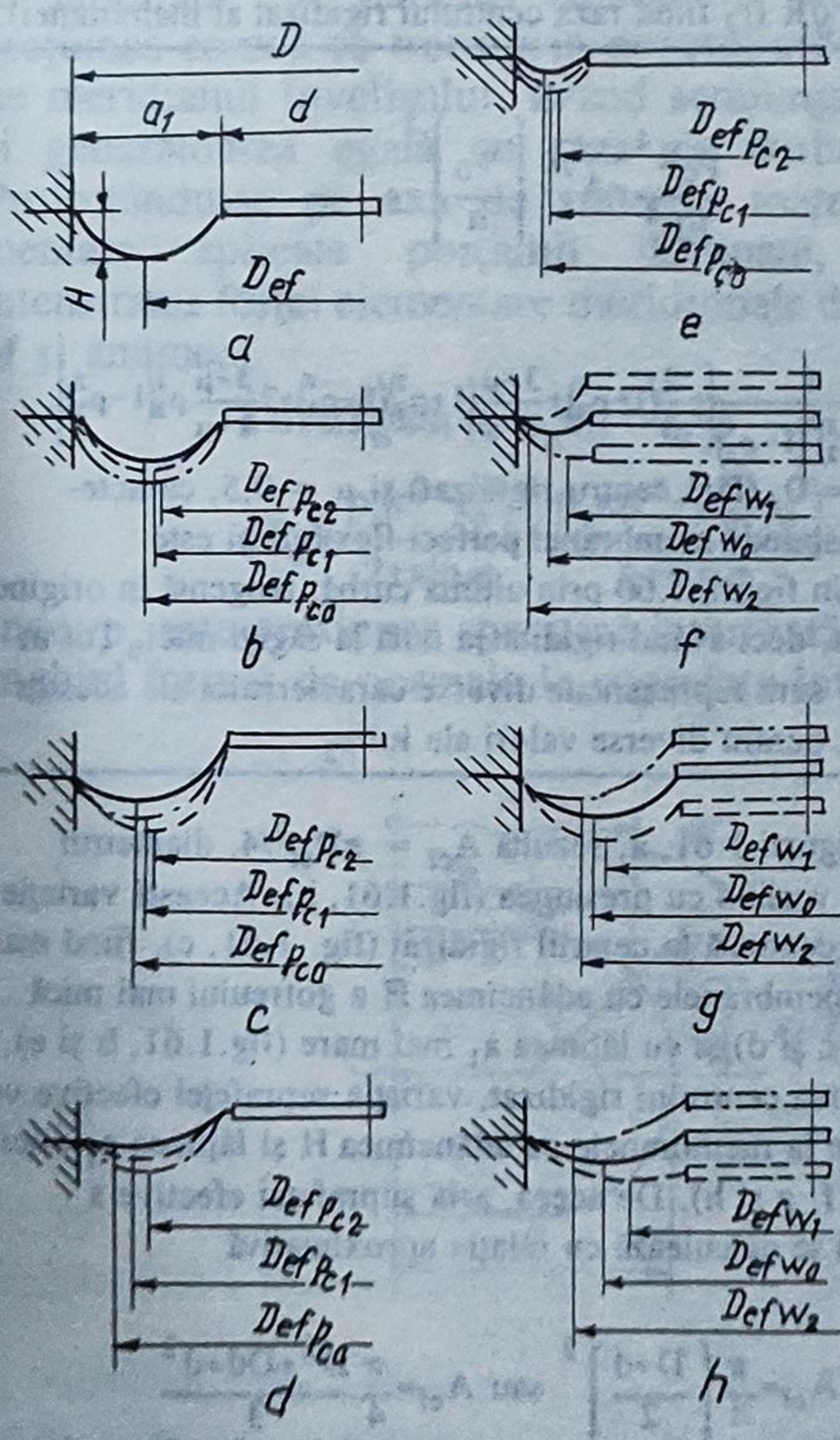


Fig 1.61

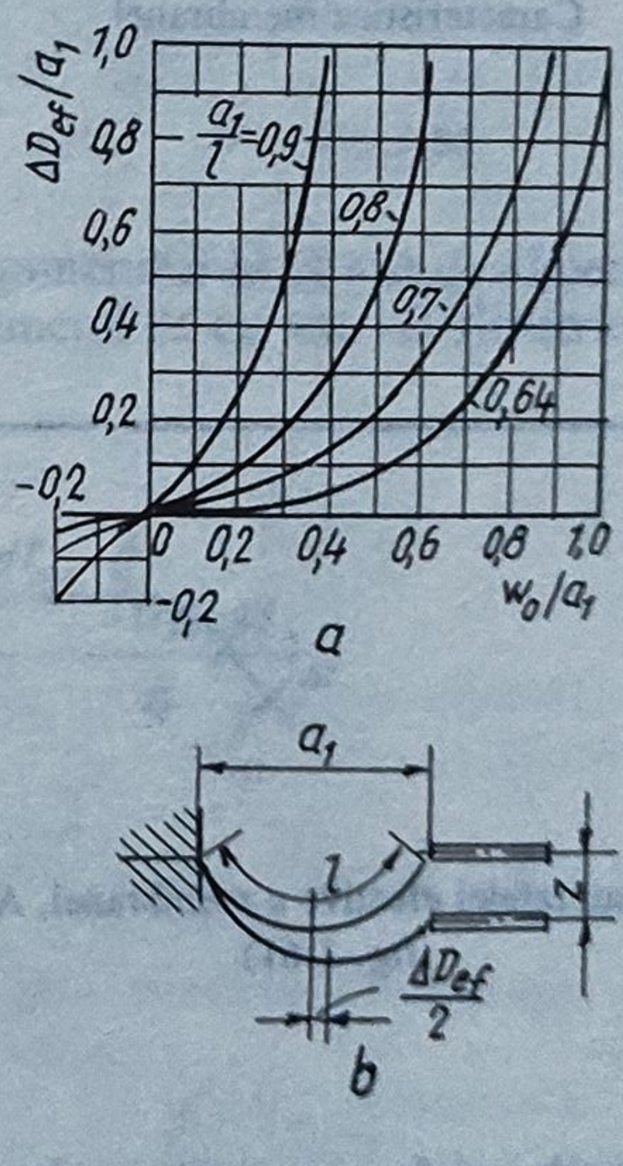


Fig.1.62

Pentru efectuarea unui asemenea calcul se consideră un element de membrană nemetalică cu reţeaua firelor inserţiei de formă rombică (fig. 1.63). S-a ales această reţea întrucât există un fel de deformaţie a elementului care se produce fără modificarea lungimii

firelor şi aceasta corespunde variaţiei unghiurilor romburilor constituite din firele inserţiei din straturile vecine. Detaşarea elementului trebuie realizată în aşa fel încât *laturile să aibă direcţiile diagonalelor ochiurilor reţelei* şi să fie supus acţiunii unor sarcini exterioare prin *forţele elementare dN orientate după direcţiile firelor*, forţe ale căror efecte se exercită perpendicular pe feţele elementului de membrană prin componentele acestora: $dN\cos\beta$ şi $dN\sin\beta$. Ca atare, forţele elementare după cele două direcţii, meridională şi circumferinţială(sau tangenţială), au expresiile

$$dT_m = (n\,dN\cos^2\beta)/t,\ dT_t = (n\,dN\sin^2\beta)/t, \qquad (1.66)$$

Tabelul 1.19. **Relaţiile de calcul ale parametrilor caracteristici ai membranelor plane nemetalice**

Parametrii caracteristici	Relaţiile de calcul. Recomandările necesare
Săgeata oarecare într-un punct al membranei, w	$w=\frac{1}{2}CR(\rho^2-1)$
Săgeata centrului membranei, w_0	$w_0=-\frac{1}{2}CR(1-\rho_2^2)$, din care se obţine $C=-\frac{2w_0}{R(1-\rho_2^2)}$, unde $\rho = r_2/R$ (r_2 fiind raza centrului rigidizat al membranei).
Caracteristica membranei	$\frac{p_cR^4}{Eh^4}=A_3''\left(\frac{w_0}{h}\right)^3$, în care $A_3''=\frac{1}{(1-\rho_2^2)^3(1-\rho_2^4)}\left[-\frac{2}{3}(1-\rho_2^6)+\frac{3-\mu}{1-\mu}(1+\rho_2^2)(1-\rho_2^4)+2\frac{3-\mu}{1+\mu}\rho_2^2(1-\rho_2^2)\right]$. Pentru $\rho_2 = 0$, (fără centru rigidizat) şi $\mu = 0{,}5$, caracteristica corespunde membranei perfect flexibile şi este prezentată în figura 1.60 prin ultima curbă, tangentă în origine la axa w_0/h, deci având rigiditatea nulă la săgeţi mici. Tot în figura 1.60 sunt reprezentate diverse caracteristici ale acestor membrane, pentru diverse valori ale lui ρ_2.
Aria suprafeţei efective a membranei, A_{ef} (fig. 1.61)	Conform figurii 1.61, a, rezultă $A_{ef} = \pi D_{ef}^2/4$, diametrul efectiv D_{ef} variind cu presiunea (fig.1.61, b). Această variaţie este mai accentuată la centrul rigidizat (fig. 1.61, c), fiind mai sporită la membranele cu adâncimea H a gofreului mai mică (fig. 1.61, c şi d) şi cu lăţimea a_1 mai mare (fig.1.61, b şi e). La deplasarea centrului rigidizat, variaţia suprafeţei efective va fi mai mare la membranele cu adâncimea H şi lăţimea a_1 mici (fig. 1.61, f, g şi h). De aceea, aria suprafeţei efective a membranei se calculează cu relaţia aproximativă $A_{ef}=\frac{\pi}{4}\left(\frac{D+d}{2}\right)^2$ sau $A_{ef}=\frac{\pi}{4}\frac{D^2+Dd+d^2}{3}$ Variaţia ΔD_{ef} a diametrului D_{ef} este dată de nomograma din figura 1.62,a, în funcţie de deplasarea relativă a centrului rigidizat w_0/a_1, pentru diverse valori ale raportului a_1/l. S-a presupus că gofreul îşi păstrează forma de arc (fig. 1.62, b), ceea ce nu concordă cu realitatea.

Tabelul 1.19 (continuare)

Parametrii caracteristici	Relaţiile de calcul. Recomandările necesare
Raportul a_1/d	Pentru dispozitivele cu gofreul membranei imobil, $a_1/D = 0{,}08...0{,}03$. Pentru membranele cu deplasări mari ale centrului gofreului, $a_1/D = 0{,}1...0{,}25$.
Grosimea membranei, h	La presiuni foarte mici se recomandă $h \le 0{,}1$ mm, dar astfel ca să se asigure etanşeitatea la încastrarea în corpul dispozitivului şi în discurile de rigidizare. La presiuni mari se recomandă grosimi de câţiva milimetri, membranele fiind executate din mai multe straturi.

în care n reprezintă numărul fibrelor, acelaşi pe direcţiile meridională, respectiv tangenţială ale elementului de membrană, iar t - distanţa dintre două fibre consecutive (pasul inserţiei). Eliminând pe dN între expresiile lui dT_m şi dT_t rezultă

$$dT_t = (\sin^2\beta/\cos^2\beta)dT_m$$

sau

$$dT_t = dT_m \operatorname{tg}^2\beta, \qquad (1.67)$$

relaţie ce asigură o precizie de calcul corespunzătoare.

Se trece acum la examinarea condiţiilor de echilibru al învelişului. Se decupează din înveliş o porţiune (fig.1.64), mărginită de secţiunea cilindrică având raza r_0, ce trece prin punctul O, în care normala la suprafaţă este paralelă cu axa de simetrie, şi de secţiunea conică ce trece prin punctul arbitrar M situat pe meridianul învelişului, având semiunghiul la vârf φ şi generatoarea egală cu raza de curbură $r/\sin\varphi$. Proiectându-se pe axa de simetrie toate forţele elementare aplicate porţiunii decupate, se obţine intensitatea forţei elementare meridionale dT_m în punctul M şi anume:

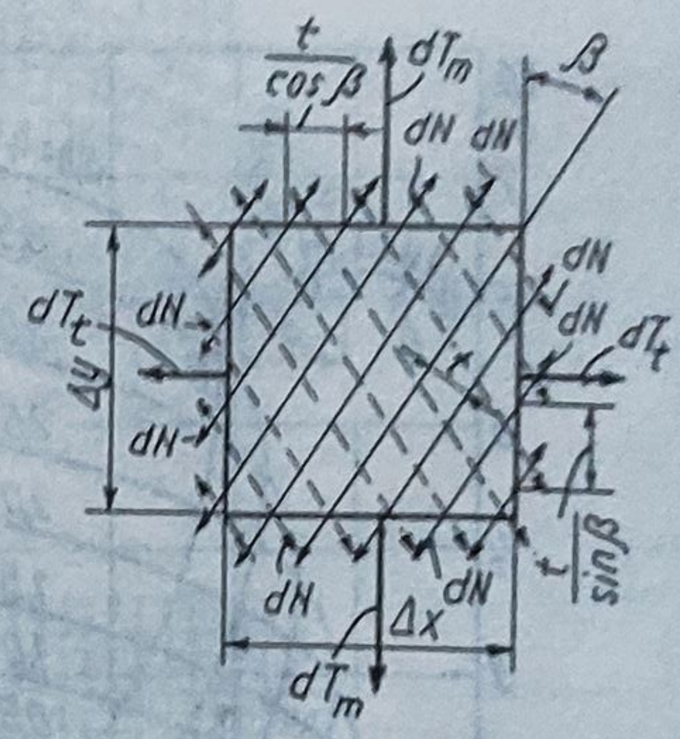


Fig.1.63

$$2\pi r\,dT_m \sin\varphi = p_c\pi\left(r^2 - r_0^2\right),$$

$$dT_m = \frac{p_c\left(r^2 - r_0^2\right)}{2r\sin\varphi} = \frac{p_c\pi\left(r^2 + rr_0 + r_0^2\right)}{6r\sin\varphi}, \qquad (1.68)$$

unde: p_c este presiunea specifică interioară; r - distanţa punctului M la axa de simetrie; φ - unghiul format de normala la suprafaţa învelişului în punctul M cu axa de simetrie.

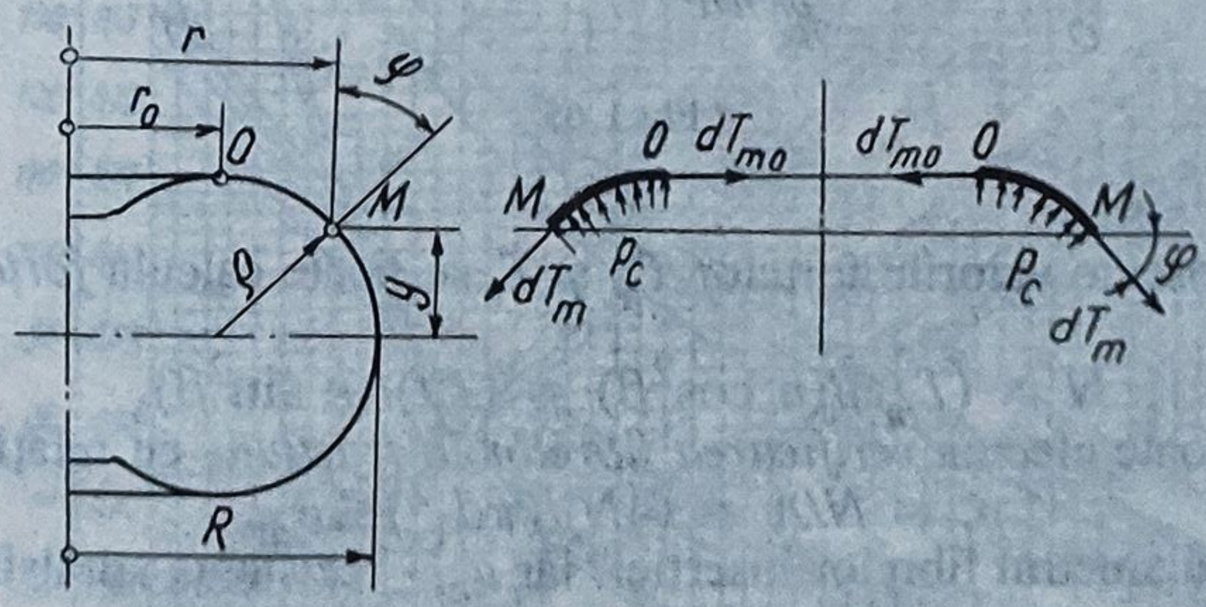


Fig.1.64

Pe de altă parte, examinând echilibrul elementului infinit mic al învelişului, se obţine o ecuaţie care leagă intensitatea forţei elementare meridionale de intensitatea forţei elementare circumferinţiale, cunoscută sub numele de *ecuaţia lui Laplace*, şi anume:

$$dT_m/\rho + (dT_t \sin\varphi/r) = p_c, \qquad (1.69)$$

unde ρ este raza de curbură a meridianului în punctul M, iar $r/\sin\varphi$ este raza de curbură a secţiunii normale în acelaşi punct.

Cele două ecuaţii (1.68) şi (1.69) cu două necunoscute dT_m şi dT_t permit determinarea acestor forţe elementare, dacă este dată *forma învelişului*.

Datorită faptului că învelişul este din pânză cauciucată, trebuie să fie satisfăcută şi relaţia (1.67).

Sistemul celor trei ecuaţii (1.67), (1.68) şi (1.69) cu două necunoscute dT_m şi dT_t este, *în general, incompatibil*. Aceste ecuaţii pot fi satisfăcute concomitent numai în cazul în care între coeficienţii acestora există o relaţie care se poate obţine eliminându-se din ecuaţii intensităţile forţelor elementare. Forma expresiei respective este

$$(1/\rho)+(\mathrm{tg}^2\beta \sin\varphi/r) = (2r \sin\varphi)/(r^2 - r_0^2) \qquad (1.70)$$

şi determină *configuraţia învelişului*, pentru care presiunea intrerioară este preluată numai prin întinderea firelor. Asemenea configuraţie se poate denumi *echiaxială*. Învelişul capătă această formă la încărcarea cu presiune interioară.

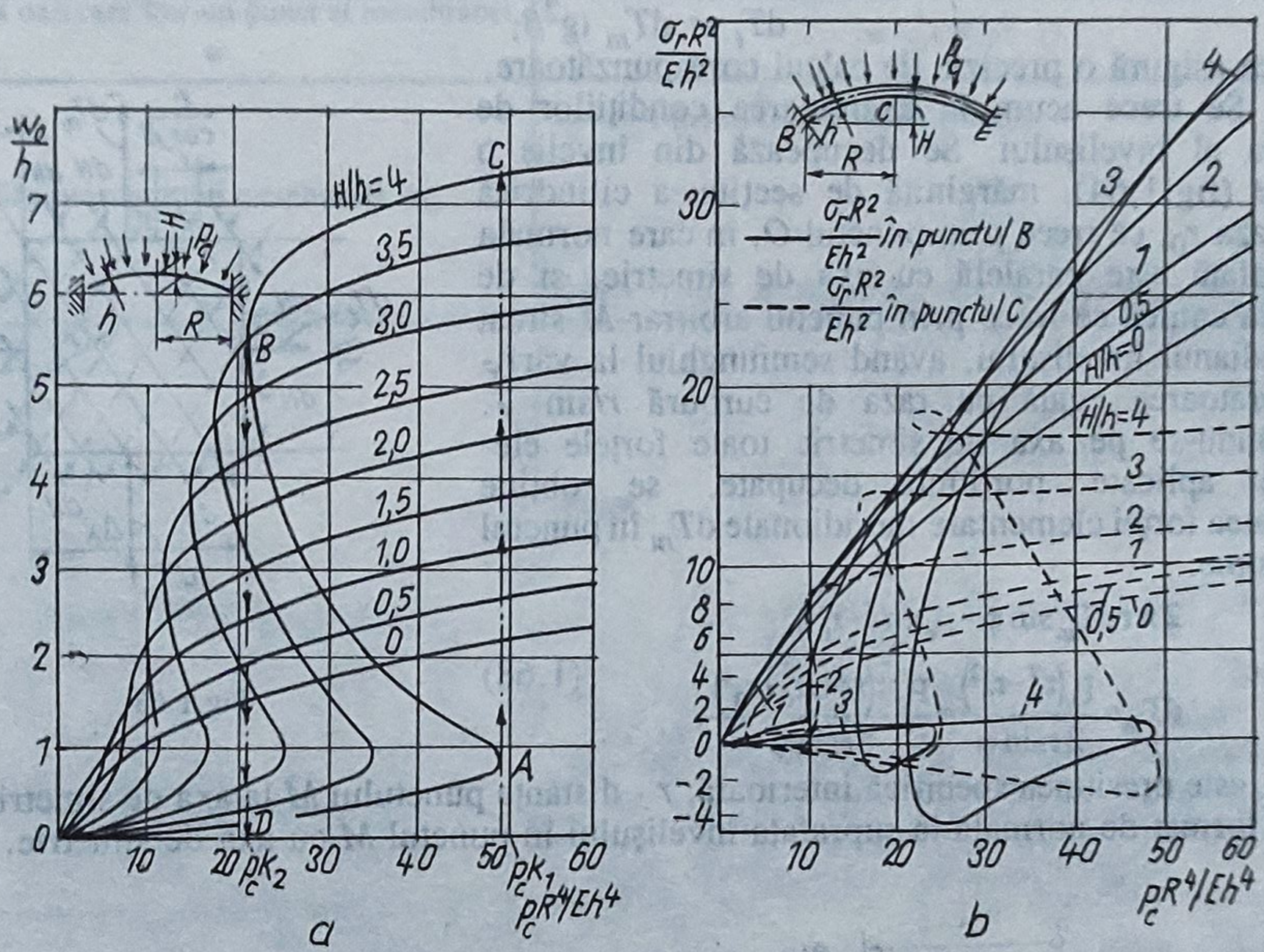


Fig.1.65

Odată cunoscute valorile forţelor T_m şi T_t se poate calcula *forţa de întindere din fire N*, astfel:

$$N = (T_m t)/(n \cos^2\beta) = (T_t t)/(n \sin^2\beta), \qquad (1.71)$$

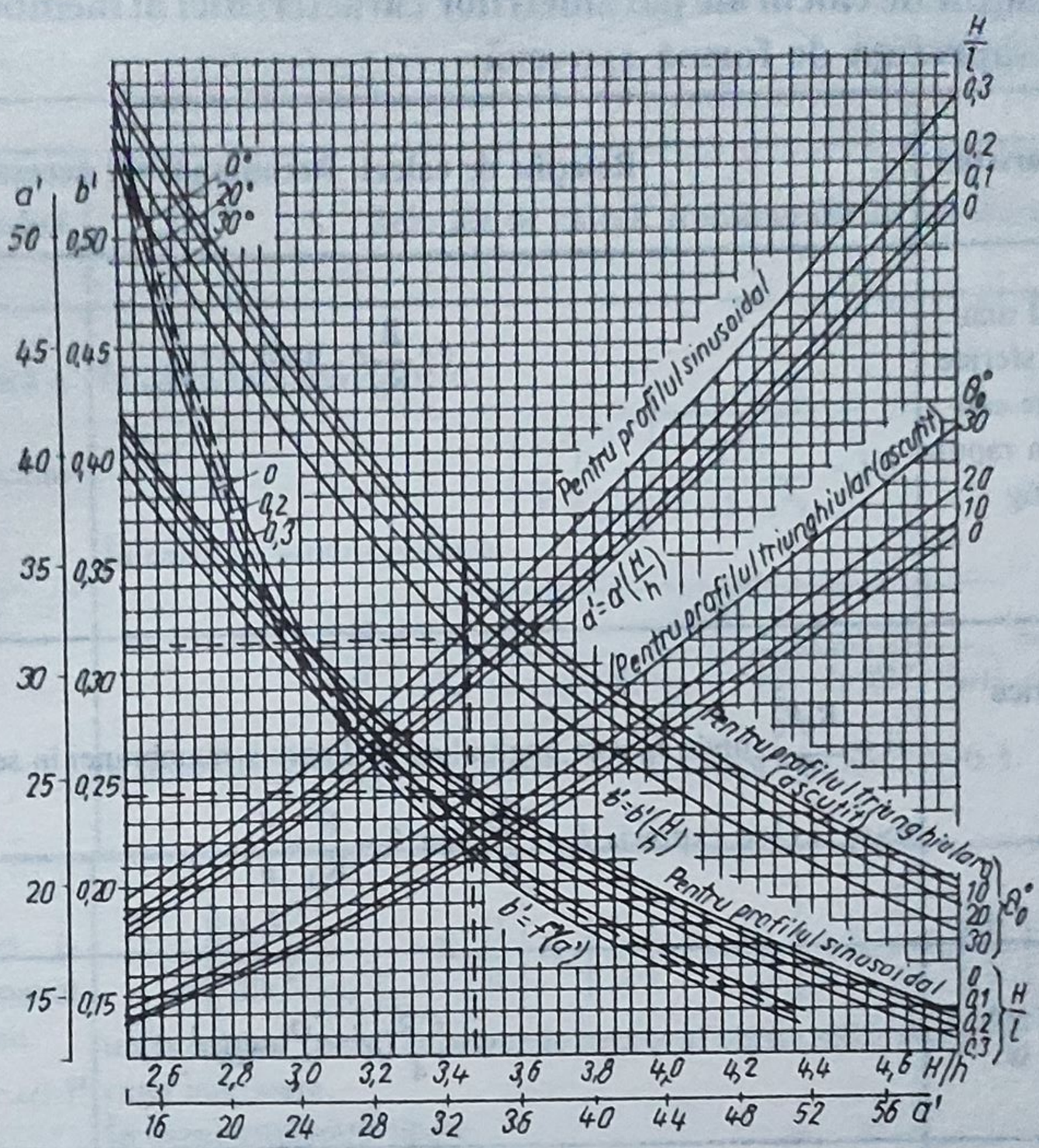
pe baza căreia se poate efectua *verificarea fibrelor la tracţiune* cu relaţia

$$\sigma_t = N/A = (4N)/(\pi d_1^2) \le \sigma_{at}, \qquad (1.72)$$

unde d_1 reprezintă diametrul fibrelor inserţiei, iar σ_{at} - rezistenţa admisibilă a materialului acestora.

Relaţiile de calcul pentru parametrii caracteristici ai membranelor profilate cu suprafaţa de formă convexă, vizaţi în cadrul aplicării metodei de proiectare, sunt prezentate în tabelul 1.20, la care se va ţine seama de figura 1.65, *a* şi *b*. Problemele pe care le implică proiectarea acestor membrane sunt similare celor plane.

În cazul *membranelor ondulate*, pentru proiectare se utilizează *relaţiile de calcul* prevăzute în tabelele 1.21, 1.22 şi 1.23, precum şi nomogramele din figura 1.66, *a* şi *b*.


a'
b'
50
0,50
45
0,45
40
0,40
35
0,35
30
0,30
25
0,25
20
0,20
15
0,15
0°
20°
30°
0
0,2
0,3
Pentru profilul sinusoidal
Pentru profilul triunghiular (ascutit)
d'=d'(H/h)
b'=b'(H/h)
b'=f(a')
H/l
0,3
0,2
0,1
0
θ°
30
20
10
0
2,6 2,8 3,0 3,2 3,4 3,6 3,8 4,0 4,2 4,4 4,6 H/h
16 20 24 28 32 36 40 44 48 52 56 a'
a

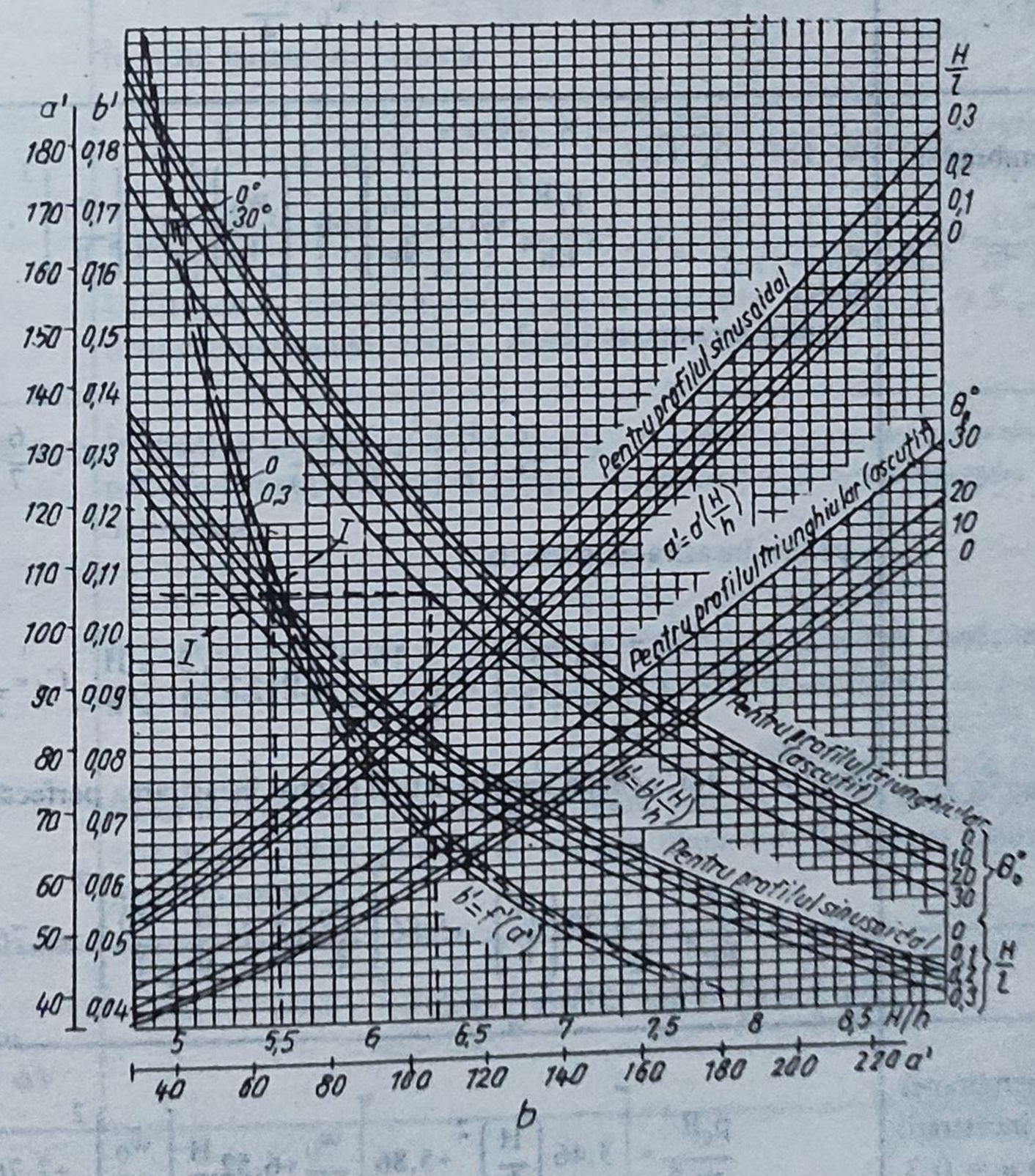

a'
b'
180
0,18
170
0,17
160
0,16
150
0,15
140
0,14
130
0,13
120
0,12
110
0,11
100
0,10
90
0,09
80
0,08
70
0,07
60
0,06
50
0,05
40
0,04
0°
30°
0
0,3
I
Pentru profilul sinusoidal
Pentru profilul triunghiular (ascutit)
d'=d'(H/h)
b'=b'(H/h)
b'=f'(a')
H/l
0,3
0,2
0,1
0
θ°
30
20
10
0
5 5,5 6 6,5 7 7,5 8 8,5 H/h
40 60 80 100 120 140 160 180 200 220 a'
b

Fig.1.66, a, b

Tabelul 1.20. **Relaţiile de calcul ale parametrilor caracteristici ai membranelor profilate cu suprafaţa de formă convexă**

Parametrii caracteristici	Relaţiile de calcul. Recomandările necesare
Unghiul de poziţie al unui punct al membranei sferice - aflat la distanţa r de centrul ei - considerat în raport cu axa sa verticală (fig. 1.46), θ	$\theta=\frac{R}{R_0}\rho$, unde $\rho=\frac{r}{R}$
Înălţimea calotei sferice (fig.1.46), H	$H\approx\frac{R_0\theta_0^2}{2}$, unde θ_0 este unghiul de înclinare a membranei în secţiunea de încastrare, având expresia $\theta_0=\frac{2H}{R}$ sau $\theta_0=\frac{R}{R_0}=\frac{\theta}{\rho}$.
Săgeata oarecare într-un punct al membranei, w	$w=\frac{CR}{4}(\rho^2-1)^2=w_0(\rho^2-1)^2$
Săgeata maximă a centrului membranei, w_0	$w_0=\frac{CR}{4}$
Caracteristica membranei sferice	$\frac{p_cR^4}{Eh^4}=A_1\left(\frac{w_0}{h}\right)+B_1\left(\frac{w_0}{h}\right)^2+C_1\left(\frac{w_0}{h}\right)^3$, unde: - pentru încastrarea liberă, $A_1=\frac{16}{15}\left(\frac{H}{h}\right)^2+\frac{16}{3(1-\mu)}$, $B_1=\pm2\frac{H}{h}$, $C_1=\frac{6}{7}$; - pentru încastrarea perfectă, $A_1=\frac{8}{15}\frac{7-2\mu}{1-\mu}\left(\frac{H}{h}\right)^2+\frac{16}{3(1-\mu^2)}$, $B_1=\pm2\frac{3-\mu}{1-\mu}\frac{H}{h}$, $C_1=\frac{2}{21}\frac{23-9\mu}{1-\mu}$. Dacă $\mu=0{,}3$, ecuaţia caracteristicii pentru încastrarea perfectă devine $\frac{p_cR^4}{Eh^4}=\left[4{,}88\left(\frac{H}{h}\right)^2+5{,}86\right]\frac{w_0}{h}\pm7{,}71\frac{H}{h}\left(\frac{w_0}{h}\right)^2+2{,}76\left(\frac{w_0}{h}\right)^3$.
Caracteristica membranei conice, în cazul încastrării perfecte, pentru $\mu=0{,}3$	$\frac{p_cR^4}{Eh^4}=\left[3{,}46\left(\frac{H}{h}\right)^2+5{,}86\right]\frac{w_0}{h}+6{,}52\frac{H}{h}\left(\frac{w_0}{h}\right)^2+2{,}76\left(\frac{w_0}{h}\right)^3$

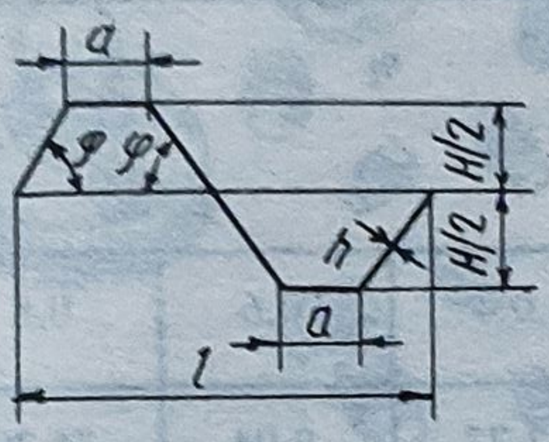
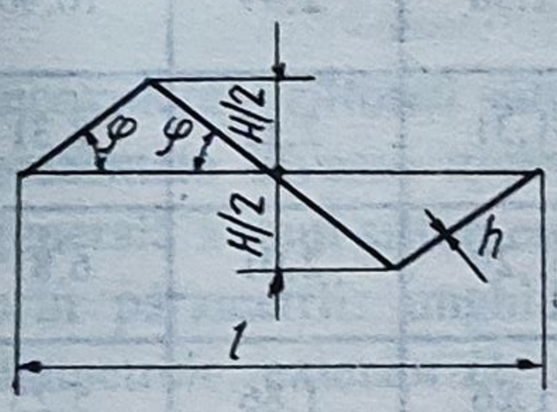
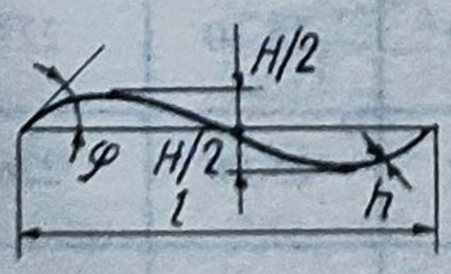
Tabelul 1.20 (continuare)

Parametrii caracteristici	Relaţiile de calcul. Recomandările necesare
Înălţimea relativă critică a calotei sferice, care determină apariţia pocniturii, $(H/h)_{cr}$	În cazul încastrării libere $\left(\frac{H}{h}\right)_{cr}=\sqrt{\frac{120}{11(1-\mu^2)}}\approx 3{,}5$. În cazul încastrării perfecte $\left(\frac{H}{h}\right)_{cr}=\sqrt{\frac{40(23-9\mu)}{(1+\mu)[105(3-\mu)^2-4(7-2\mu)(23-9\mu)]}}\approx 1{,}6$. Valorile lui $(H/h)_{cr}$, 3,5 respectiv 1,6, corespund lui $\mu = 0{,}3$.
Presiunile critice - superioară şi inferioară - la care se produce fenomenul de pierdere a stabilităţii membranei sferice, $p_{c.cr1}$ şi $p_{c.cr2}$	$\left(\frac{p_c R^4}{Eh^4}\right)_{cr_1,cr_2}=K_1\frac{H}{h}\left[K_2\left(\frac{H}{h}\right)^2+\frac{1}{1-\mu^2}\right]\pm K_3\left[K_4\left(\frac{H}{h}\right)^2-\frac{1}{1-\mu^2}\right]^{\frac{3}{2}}$, unde semnul "plus" corespunde presiunii critice superioare, iar semnul "minus" - celei inferioare. În cazul încastrării libere $K_1=\frac{112}{27}$, $K_2=\frac{1}{180}$, $K_3=\frac{12}{7}\left[\frac{56}{27}\right]^{\frac{3}{2}}\approx 5{,}121$, $K_4=\frac{11}{120}$. În cazul încastrării perfecte $K_1=\frac{112}{3}\frac{3-\mu}{23-9\mu}\approx 4{,}96$, $K_2=\frac{7-2\mu}{10(1-\mu)}-\frac{7}{4}\frac{(3-\mu)^2}{(1-\mu)(23-9\mu)}\approx 0{,}0165$, $K_3=\frac{4}{21}\frac{23-9\mu}{1-\mu}\left[\frac{56}{3}\frac{1-\mu}{23-9\mu}\right]^{\frac{3}{2}}\approx 2{,}85$, $K_4=\frac{21}{8}\frac{(3-\mu)^2}{(1-\mu)(23-9\mu)}-\frac{1}{10}\frac{7-2\mu}{1-\mu}\approx 0{,}432$. Utilizându-se valorile numerice ale coeficienţilor K_1, K_2, K_3 şi K_4 se pot calcula mărimile presiunilor critice, superioară şi inferioară.
Tensiunea echivalentă, σ_e	În vederea dimensionării trebuie să se determine tensiunea echivalentă în punctul periculos al membranei, cu relaţia corespunzătoare teoriei energiei maxime de deformaţie, $\sigma_e=\sqrt{\sigma_r^2+\sigma_t^2-\sigma_r\sigma_t}\le\sigma_a$. În centrul membranei $\sigma_r = \sigma_t$ iar pe conturul de încastrare, unde tensiunile au valorile maxime, $\sigma_r = \mu\,\sigma_t$ şi deci pentru $\mu = 0{,}3$ rezultă $\sigma_e=\sigma_r\sqrt{1+\mu^2-\mu}\approx 0{,}89\sigma_r\le\sigma_a$. Valorile lui σ_r sunt prezentate în figura 1.65, b, sub forma $(\sigma_r R^2)/(Eh^2)$ astfel: cele de pe contur - punctul B - cu linie plină; cele din centru - punctul C - cu linie întreruptă.
Variaţia volumului membranei sferice cu caracteristica liniară, ΔV	$\Delta V=\frac{1}{6}\pi H(3R^2+H^2)=\frac{1}{3}\pi H^2(3R_0-H)$

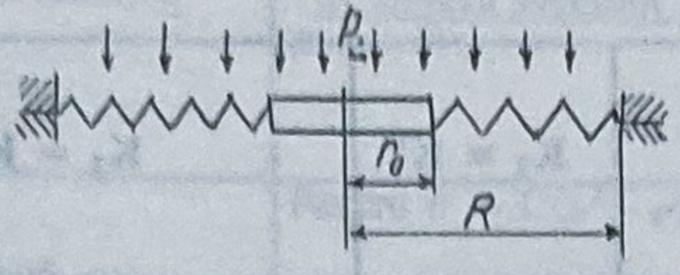
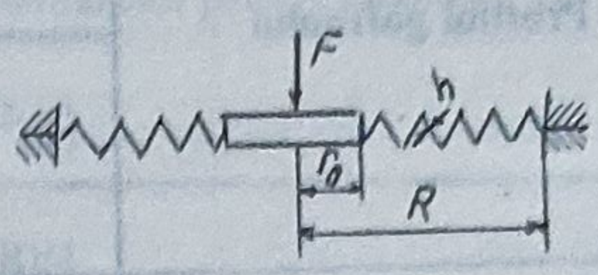
Tabelul 1.21. **Relațiile de calcul ale parametrilor caracteristici ai membranelor ondulate**

Parametrii caracteristici	Relațiile de calcul. Recomandările necesare
Săgeata oarecare într-un punct al membranei, w	Corespunzător cu funcțiile adoptate pentru ϑ, rezultă: - în ipoteza că $w_0 \leq 3h$, deci $\vartheta = C(\rho^3 - \rho)$, $$w = \frac{CR}{4}(\rho^2-1)^2 = w_0(\rho^2-1)^2;$$ - în ipoteza săgeților foarte mari (în cazul mebranelor perfect flexibile), deci $\vartheta = -C\rho$, $$w = \frac{CR}{2}(\rho^2-1).$$
Săgeata maximă, w_0	Pentru $\vartheta = C(\rho^3 - \rho)$ este $$w_0 = (CR)/4,$$ iar pentru $\vartheta = -C\rho$, $$w_0 = (CR)/2.$$
Caracteristica membranei	Ecuația generală, obținută prin combinarea rezultatelor celor două ipoteze adoptate pentru ϑ, $$\frac{p_c R^4}{Eh^4} = \frac{4(n+3)}{3K_2\left(1-\frac{\mu^2}{n}\right)}\frac{w_0}{h} + \frac{32K_2}{m^2-9}\left[\frac{1}{6} - \frac{3-\mu}{(m-\mu)(m+3)}\right]\left(\frac{w_0}{h}\right)^3$$ sau $$\frac{p_c R^4}{Eh^4} = a'\frac{w_0}{h} + b'\left(\frac{w_0}{h}\right)^3,$$ unde: $$a' = \frac{4(n+3)}{3K_2\left(1-\frac{\mu^2}{n}\right)} \text{ și } b' = \frac{32K_2}{m^2-9}\left[\frac{1}{6} - \frac{3-\mu}{(m-\mu)(m+3)}\right],$$ în care $m^2 = K_1K_2$ și $n = K'K''$. Coeficienții de anizotropie constructivă pentru trei din cele mai utilizate profiluri ale gofreurilor pot fi calculați cu ajutorul relațiilor din tabelul 1.22. De asemenea, coeficienții a' și b' pot fi determinați direct din nomogramele din figura 1.66, a și b, pentru profilul triunghiular (ascuțit) și sinusoidal, în funcție de H/h și φ la primul profil, respectiv H/h și H/l la cel de-al doilea. Observații. Relațile anterioare sunt valabile: pentru membranele fără centru rigidizat la care $w_0 \leq 20...30h$; în cazul membranelor cu numărul gofreurilor $n_g \geq 3$ și raza relativă a centrului rigidizat $\rho = r_0/R = 0{,}2...0{,}3$ pentru gofrajul mărunt($m = \sqrt{K_1K_2} \leq 2$) și $\rho = 0{,}4...0{,}5$ pentru gofrajul adânc ($m > 10$) și la care rigiditatea centrului influențează într-o măsură mai mică asupra caracteristicii membranei. În tabelul 1.23 se prezintă *relațiile caracteristicilor membranelor ondulate cu centru rigidizat folosite la aparate pentru transmiterea deplasării la acul indicator și valorile coeficienților de corecție pentru cazul sarcinii uniform distribuite și pentru cel al sarcinii concentrate.*
Aria suprafeței efective a membranei, A_{ef}	$$A_{ef} = \frac{1}{3}\pi\left(R^2 + Rr_0 + r_0^2\right)$$
Variația volumului membranei cu caracteristica liniară, V_l	$$V_l = \frac{2}{3}\frac{(1+m)}{(3+m)}\pi R^2 w_0$$
Tensiunea echivalentă, σ_e	Calculul la rezistență se efectuează conform metodei utilizate în cazul membranelor plane, de grosime medie, rigide, solicitate atât la încovoiere, cât și la întindere.

Tabelul 1.22. **Relaţiile coeficienţilor de anizotropie ai unor profiluri ale gofreurilor membranelor ondulate**

Profilul gofreului	Relaţiile coeficienţilor de anizotropie		
	K_1	$K_2 = K'$	$K_3 = K''$
Trapezoidal 	$\left(\frac{H}{h}\right)^2\left[\frac{1-\frac{2a}{l}}{\cos\varphi}+\frac{6a}{l}\right]+$ $+\left[1-\frac{2a}{l}\right]\cos\varphi+\frac{2a}{l}$	$\frac{1-\frac{2a}{l}}{\cos\varphi}+\frac{2a}{l}$	$\left(\frac{H}{h}\right)^2\left[\frac{1-\frac{2a}{l}}{\cos\varphi}+\frac{6a}{l}\right]+$ $+\left[1-\frac{2a}{l}\right]\frac{1}{\cos^3\varphi}+\frac{2a}{l}$
Triunghiular sau ascuţit 	$\left(\frac{H}{h}\right)^2\frac{1}{\cos\varphi}+\cos\varphi$	$\frac{1}{\cos\varphi}$	$\left(\frac{H}{h}\right)^2\frac{1}{\cos\varphi}+\frac{1}{\cos^3\varphi}$
Sinusoidal cu înclinare mică [(H/l) < 8)] 	$\frac{3}{2}\left(\frac{H}{h}\right)^2+1$	1	$\frac{3}{2}\left(\frac{H}{h}\right)^2+1$

Tabelul 1.23. **Relaţiile de calcul ale caracteristicilor membranelor cu centru rigidizat şi coeficienţii corespunzători de corecţie**

Sarcină uniform distribuită	Sarcină concentrată
 $\frac{p_c R^4}{Eh^4} = \eta_1 a' \left(\frac{w_0}{h}\right) + \xi_1 b' \left(\frac{w_0}{h}\right)^3$	 $\frac{FR^2}{\pi Eh^4} = \eta_2 a' \left(\frac{w_0}{h}\right) + \xi_2 b' \left(\frac{w_0}{h}\right)^3$

Coeficienţii	η_1				η_2			
m \ ρ	0,2	0,4	0,6	0,8	0,2	0,4	0,6	0,8
2	1,10	1,68	4,25	28,3	1,32	2,72	9,04	76,20
4	1,01	1,22	2,33	12,8	1,12	1,69	4,17	29,00
6	1,01	1,11	1,75	7,77	1,08	1,45	2,89	16,20
8	1,00	1,08	1,52	5,53	1,07	1,36	2,39	10,90
10	1,00	1,06	1,40	4,34	1,06	1,31	2,15	8,31
12	1,00	1,05	1,34	3,64	1,06	1,29	2,01	6,81
16	1,00	1,04	1,27	2,90	1,05	1,26	1,86	5,25
	ξ_1				ξ_2			
2	1,14	1,80	5,21	36,70	2,36	6,69	26,20	237
4	1,13	1,75	4,46	30,60	2,35	6,52	25,30	229
6	1,13	1,73	4,28	28,70	2,34	6,49	25,10	227
8	1,13	1,73	4,22	27,90	2,34	6,49	25,00	226
10	1,13	1,72	4,20	27,40	2,34	6,48	25,00	226
12	1,13	1,72	4,20	27,20	2,34	6,48	25,00	225
16	1,13	1,72	4,18	27,00	2,34	6,48	25,00	225

1.3.1.3. Tuburi ondulate(silfoane)

A. Generalităţi. Tipuri constructive

Un *element tubular gofrat* - folosit pentru etanşare, acţionare sau măsurare - denumit şi *silfon*, este un înveliş de revoluţie cu pereţi subţiri, ondulat transversal pe suprafaţa laterală, care se deformează elastic foarte mult sub sarcini axiale şi acumulează energie mecanică. Dacă i se aplică o forţă transversală - care generează momente de

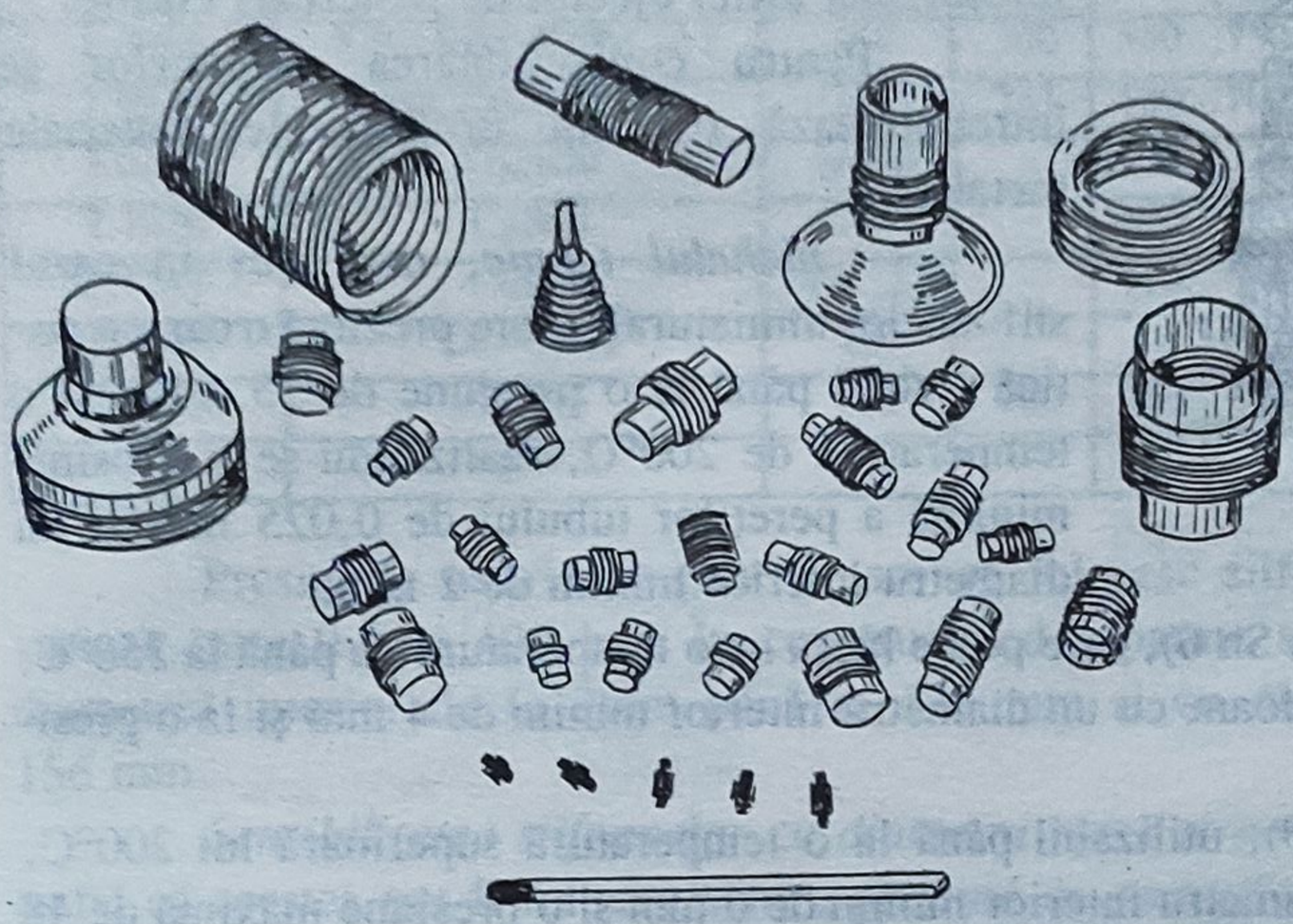


Fig. 1.67

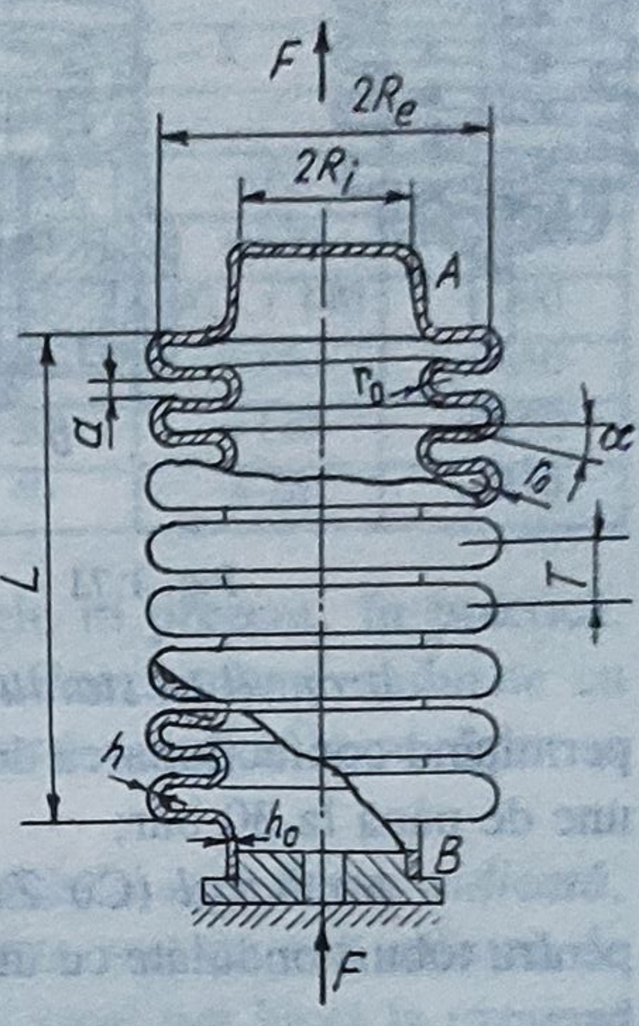


Fig.1.68.

încovoiere - silfonul suferă deplasări corespunzătoare în planul axial. În figura 1.67 sunt prezentate diverse *tipuri de silfoane specifice construcţiilor de mecanică fină.* Forma generală a unui silfon este prezentată în figura 1.68. Profilul ondulaţiilor este caracterizat prin parametrii: unghiul de înclinare α, distanţa a dintre două gofreuri succesive, diametrele: exterior $D_e = 2R_e$, interior $D_i = 2R_i$ şi mediu D_m, pasul gofreurilor T, raza de racordare r_0, grosimea peretelui h. În funcţie de condiţiile de funcţionare ale silfonului, profilul gofreurilor variază astfel:

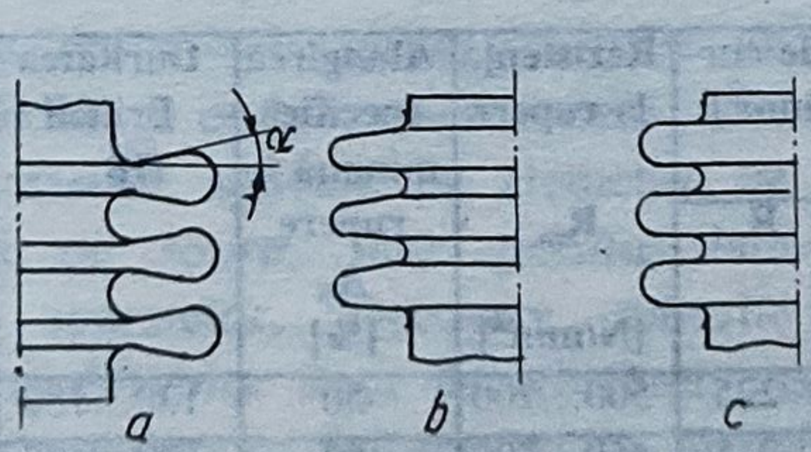


Fig.1.69

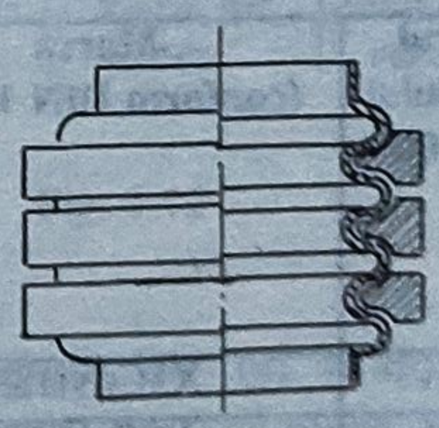


Fig. 1.70

- dacă tubul lucrează la întindere, profilul se execută cu inflexiune (fig. 1.69, *a*);
- pentru compresiune se utilizează un profil cu flancurile drepte (fig.1.69,*b*);
- în cazul sarcinilor variabile (solicitare la oboseală), profilul are flancurile paralele, deci $\alpha = 0$ (fig. 1.69, *c*).

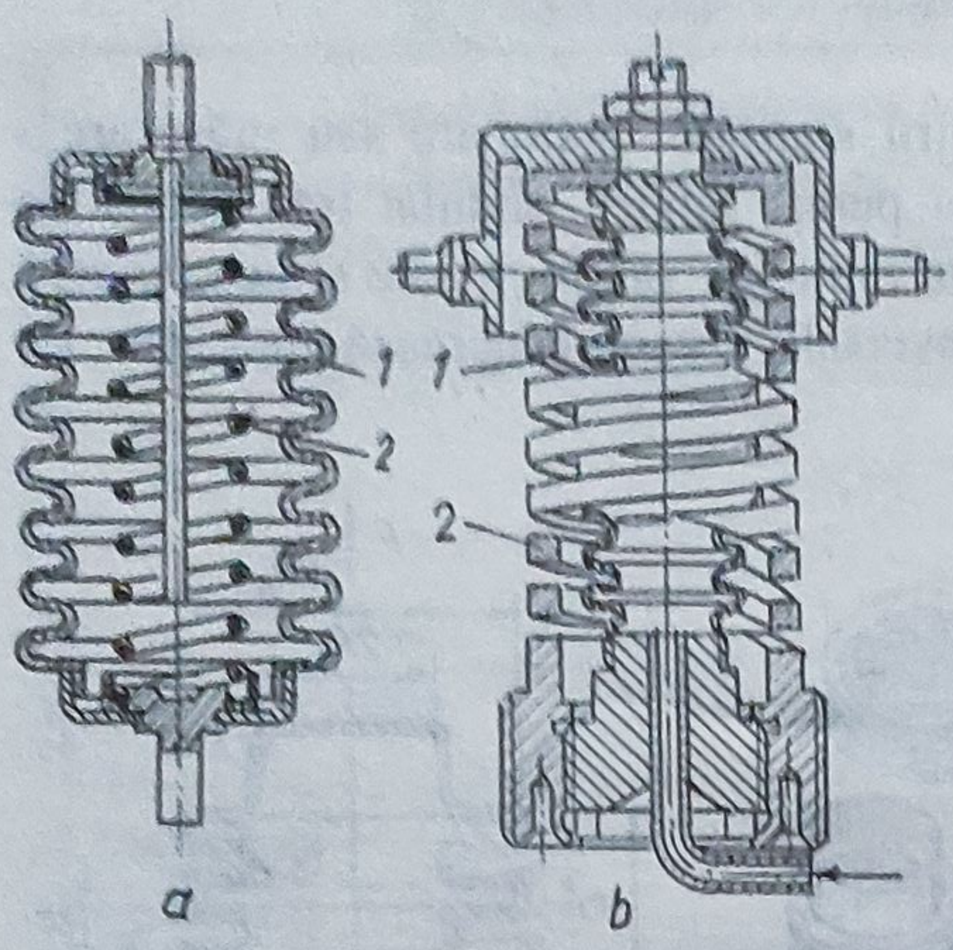


Fig. 1.71

Dacă este necesar să fie protejat *împotriva suprasarcinilor, tubul ondulat poate fi armat cu inele exterioare* (fig. 1.70). *În vederea îmbunătăţirii caracteristicii, tuburile ondulate se asociază în paralel cu arcurile elicoidale cilindrice cu sârma de secţiuni diferite, după necesitate*, ca în figura 1.71, *a* şi *b*, în care s-a notat cu *1* - silfonul şi cu *2* - arcul elicoidal. Se micşorează astfel efectul de histerezis elastic.

Pentru confecţionarea silfoanelor se întrebuinţează frecvent următoarele materiale metalice:

- *nichelul tehnic*, mai ales în cazul silfoanelor miniaturale, care prezintă o caracteristică stabilă până la o presiune de 15,4 bar şi o temperatură de 200°C, realizându-se o grosime minimă a pereţilor tubului de 0,025 mm şi un diametru interior minim de 2 mm;

- *bronzul cu staniu* (Cu Sn 6), care poate lucra la o temperatură de până la 250°C, permiţând confecţionarea de silfoane cu un diametru interior minim de 4 mm şi la o presiune de până la 30 bar;

- *tombacul* (Cu Zn 20), utilizabil până la o temperatură superioară lui 200°C, pentru tuburi ondulate cu un diametru interior minim de 6 mm şi o presiune maximă de 48 bar;

- *bronzul cu beriliu* (Cu Be 2), cu o caracteristică stabilă până la 150°C şi pierderi mici prin histerezis (0,2...0,5%), admiţând o temperatură de lucru superioară de 200°C;

- *oţelul aliat*, indicat în cazul funcţionării silfoanelor în medii agresive, cu un diametru interior minim de 5 mm, presiuni de până la 400 bar şi cu o limită superioară a temperaturii de +400°C.

În tabelul 1.24 sunt prezentaţi parametrii caracteristici ai unor materiale metalice întrebuinţate de firma "Hydra" (Germania), pentru confecţionarea silfoanelor.

Tabelul 1.24. **Parametrii unor materiale metalice întrebuinţate pentru silfoane de firma "Hydra" (Germania)**

Numărul materialului (DIN 17 007)	Marca (conform DIN 17 006)	Limitele de curgere [N/mm²]		Rezistenţa la rupere R_m [N/mm²]	Alungirea specifică minimă la rupere A_5 [%]	Duritatea Brinell HB_{30}	Limita superioară a temperaturii [°C]
		$R_{p\,0,2}$	R_{p1}				
1.4301	X5CrNi189	185	225	500...700	50	130...180	+300
1.4306	X2CrNi189	175	215	450...700	50	120...180	+350
1.4541	X10CrNiTi189	205	245	500...750	40	130...190	+400
1.4401	X5CrNiMo1 810	205	245	500...700	45	130...185	+300
1.4404	X2CrNiMo1 810	195	235	450...700	45	120...180	+400
1.4571	X10CrNiMoTi1 810	225	265	500...750	40	130...195	+400
1.4828	X15CrNiSi2 012	230		500...750	30	<223	+1 000
1.4878	X12CrNiTi189	210		500...750	40	<192	+850

Tabelul 1.24. (continuare)

Numărul materialului (DIN 17 007)	Marca (conform DIN 17 006)	Limitele de curgere [N/mm²]		Rezistența la rupere	Alungirea specifică minimă la rupere	Duritatea Brinell	Limita superioară a temperaturii
		$R_{p\,0,2}$	R_{p1}	R_m [N/mm²]	A_5 [%]	HB_{30}	[°C]
1.4948	X6CrNi1 811	185	225	500...700	30	-	+750
1.4961	X8CrNiNb1 613	210	250	520...700	35	-	+800
1.4981	X8CrNiMoNb1 616	220	260	540...700	35	-	+800
1.4988	X8CrNiMoVNb1 613	260	300	550...750	30	-	+650
1.4919	X6CrNiMo1 713	205	245	500...700	26	-	+750
2.0250	CuZn20	≤150	-	260...320	46	≈65	+200
2.1020	CuSn6	200	-	400...470	30	≈120	+250
2.1247	CuBe2	190...270	-	410...540	35	90...1 140	+200
2.4068	LC—Ni99	80	-	≥340	40	<100	+650
3.7025	Ti 995	180	200	290...410	30	≈120	+250
	Ag99,5	25		140	40	≈26	+250

Presiunile interioare pentru care se folosesc silfoanele în prezent, în practică, variază între 0,6 şi 400 bar. În construcţia de aparate se întâlnesc tuburi ondulate cu diametrul interior de la 2mm până la 125 mm şi cu diametrul exterior între 3mm şi 156 mm.

Sensibilitatea silfoanelor cu diametru mare şi pereţi subţiri este foarte ridicată, astfel că acestea pot fi folosite pentru presiuni de ordinul a câţiva zeci de mm coloană de apă. În schimb, tuburile ondulate de diametru mic şi cu pereţi groşi pot lucra la presiuni de sute de bari.

Datorită proprietăţii de a se deforma mult sub acţiunea sarcinilor exterioare, *silfoanele se folosesc drept elemente manometrice în construcţia aparatelor de precizie*, ca: manometre, termometre manometrice, manometre dfierenţiale, aparatură manometrică de reglare etc. De asemenea, tuburile ondulate pot servi şi ca elemente de etanşare fără garnitură. Posibilitatea de a se executa silfoane cu rigidităţi - axială şi de încovoiere - mici, face ca acestea să fie aplicate ca elemente de separare şi de ieşire, fără garnituri, în construcţia aparatelor. Deoarece tuburile ondulate pot dezvolta forţa de tracţiune mari, asigurând aparatelor un prag mic de sensibilitate, acestea se folosesc şi ca elemente în dispozitivele de acţionare. Datorită variaţiei mari a volumului, silfoanele se pot folosi şi ca elemente ale transmisiilor hidraulice la distanţă.

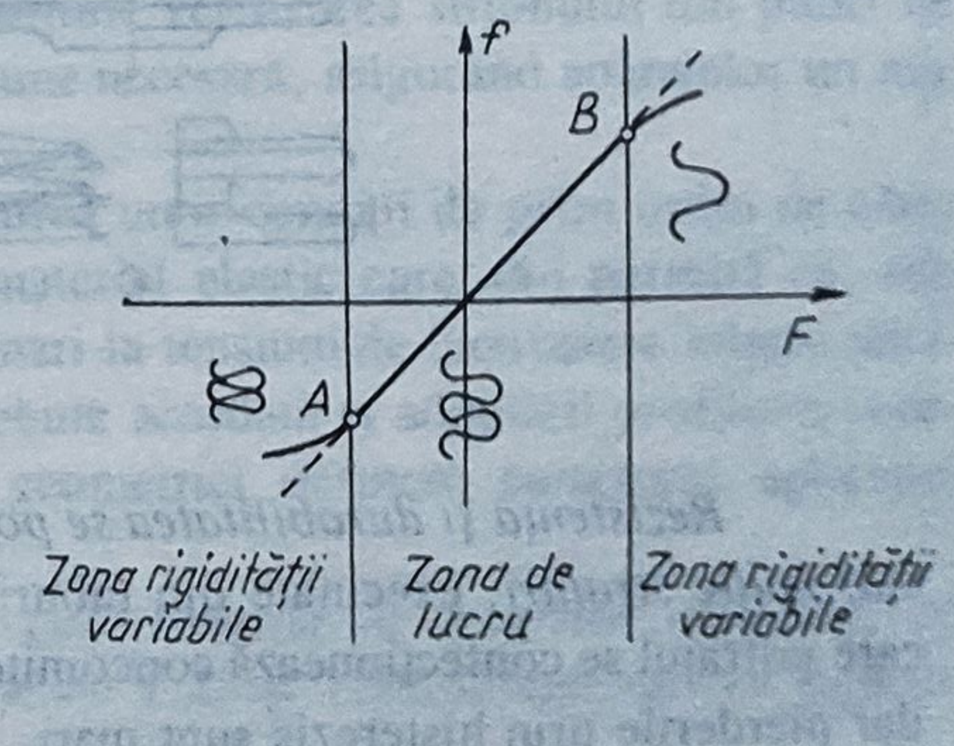


Fig. 1.72

Caracteristica tubului ondulat este liniară între anumite limite, fie că sarcina este concentrată, fie că intervine o presiune interioară, ca în figura 1.72, unde limita inferioară *A* este dată de începutul desfacerii contactului dintre ondulaţii, iar limita superioară *B* de începutul schimbării formei gofreurilor. Pentru a se îmbunătăţi liniaritatea caracteristicii, în unele cazuri, la silfoanele executate prin sudare, se procedează şi la gofrarea ondulaţiilor

(fig.1.73), similar ca la capsulele manometrice. *Geometria silfoanelor* variază după procedeul tehnologic aplicat. În prezent, *tuburile ondulate se execută mecano-hidraulic* (fig.1.74, *a*) sau, *în cazul pereților foarte subțiri, prin laminarea de precizie cu bile* (fig. 1.74, *b*). În ambele cazuri, ca semifabricat servește un manșon cilindric cu pereți subțiri pe care, în procesul de fabricație, se realizează ondulațiile. Silfoanele se mai pot confecționa și *prin sudare, din plăci inelare* (fig. 1.74, *c*). Ultimul procedeu permite o mărire a gofreurilor, ceea ce ridică sensibilitatea elementului elastic. Dezavantajul îl constituie scăderea rezistențelor mecanică și la coroziune, din cauza numărului mare de cusături sudate.

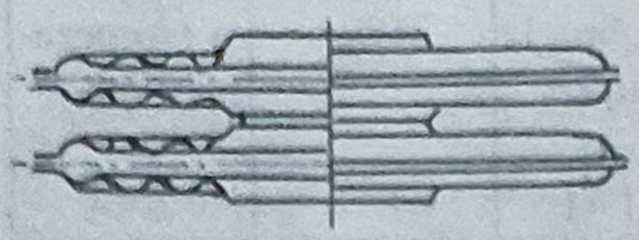


Fig.1.73

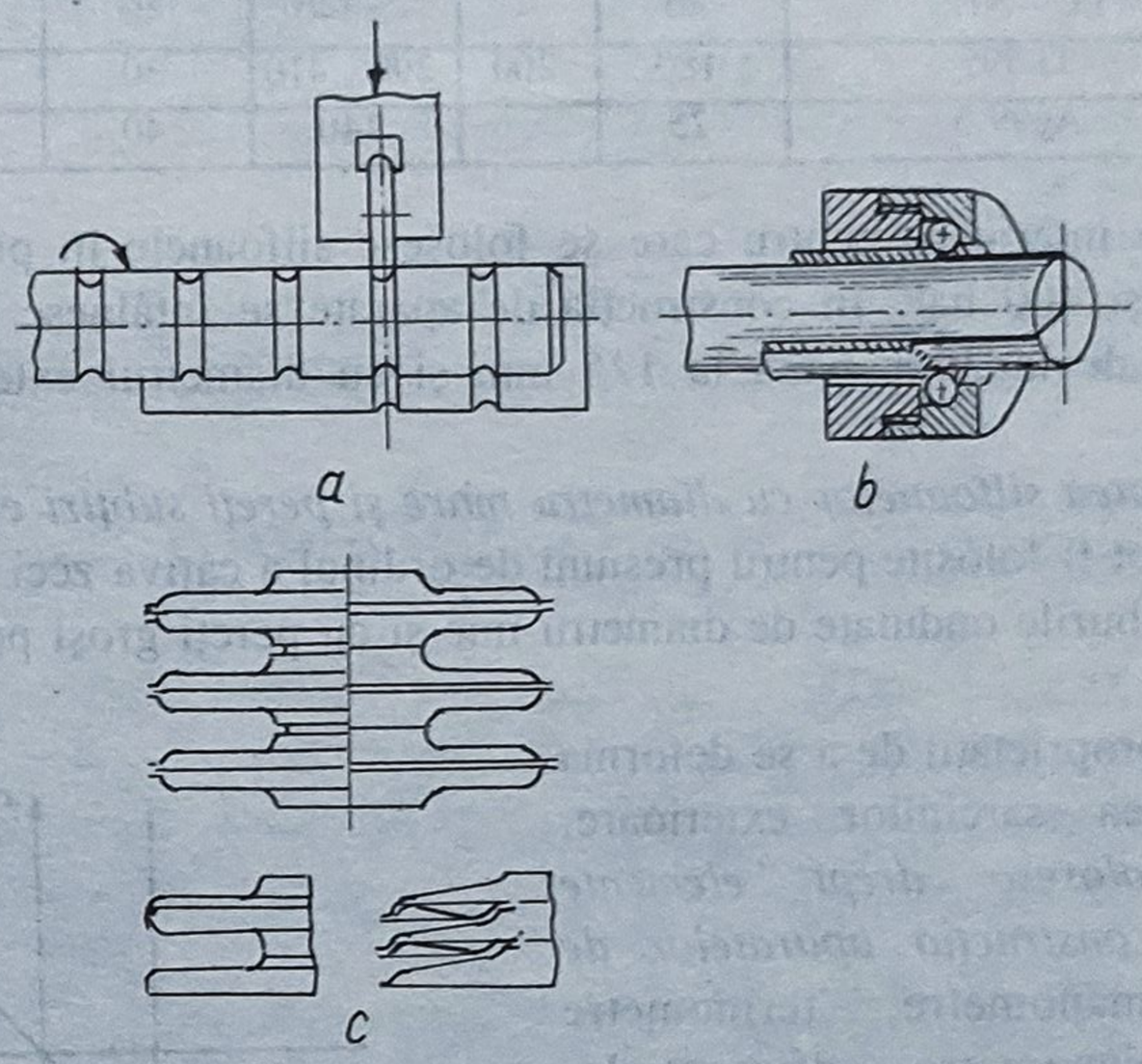


Fig. 1.74

Rezistența și durabilitatea se pot mări, în general, dacă se construiesc *silfoane din mai multe straturi*, executate din tuburi cilindrice subțiri, bine îmbinate între acestea, la care gofrajul se confecționează concomitent. Aceste tuburi ondulate au o rezistență ridicată, dar pierderile prin histerezis sunt mari.

B. Proiectare. Calcul

Metoda de proiectare a silfonului este specifică rolului căruia îi este destinat, din care cauză se impune o analiză prealabilă a fenomenelor ce intervin în funcționare, a solicitărilor la care este supus și, în consecință, a parametrilor caracteristici ce trebuie determinați și analizați în vederea optimizării aplicației. Astfel, când se folosește drept *compensator elastic al deplasărilor datorate exploatării și montajului în instalațiile de conducte*, silfonul primește deplasări axiale, transversale și unghiulare. Rigiditatea tubului, de obicei, nu interesează în acest caz, aceasta fiind extrem de mică în comparație cu cea

a conductelor. Important este numai ca tensiunile în secţiunea silfonului, la deplasări combinate, să nu depăşească o anumită limită la solicitarea statică sau la oboseală. Când tubul ondulat se foloseşte ca *traductor de presiune*, problema principală o constituie determinarea rigidităţii sau construirea caracteristicii. Totodată trebuie observat ca tensiunile din secţiunea silfonului să nu depăşească o anumită valoare. În acest caz însă, mărimea tensiunii limită se determină nu atât din motive de rezistenţă, ci mai ales ţinând seama de fenomenele de histerezis elastic, datorită cărora indicatorul aparatului nu ar mai reveni la zero la descărcare. De asemenea, tubul ondulat poate fi folosit ca *element de etanşare fără garnitură*, fapt ce implică proiectarea de silfoane cu rigidităţi - axială şi de încovoiere - mici. Pentru *mărirea durabilităţii silfonului* se pot construi tuburi cu două sau cu trei straturi. În scopul îmbinării unor caracteristici ridicate cu rezistenţa la coroziune, când funcţionarea are loc în medii agresive, este indicată prevederea a două silfoane: unul exterior, executat dintr-un material cu proprietăţi elastice înalte, şi altul interior, dintr-un material rezistent în condiţiile impuse de coroziune. Pentru a micşora cât mai mult efectul produs de histerezis, se recomandă asocierea în paralel a unui tub ondulat cu un arc elicoidal, care trebuie să răspundă anumitor sensibilităţi individuale. În fine, în cazul folosirii tubului ondulat ca *element de acţionare*, problema de bază o constituie verificarea silfonului din punct de vedere al posibilităţii de a dezvolta forţa de tracţiune necesară, asigurând aparatelor un mic prag de sensibilitate.

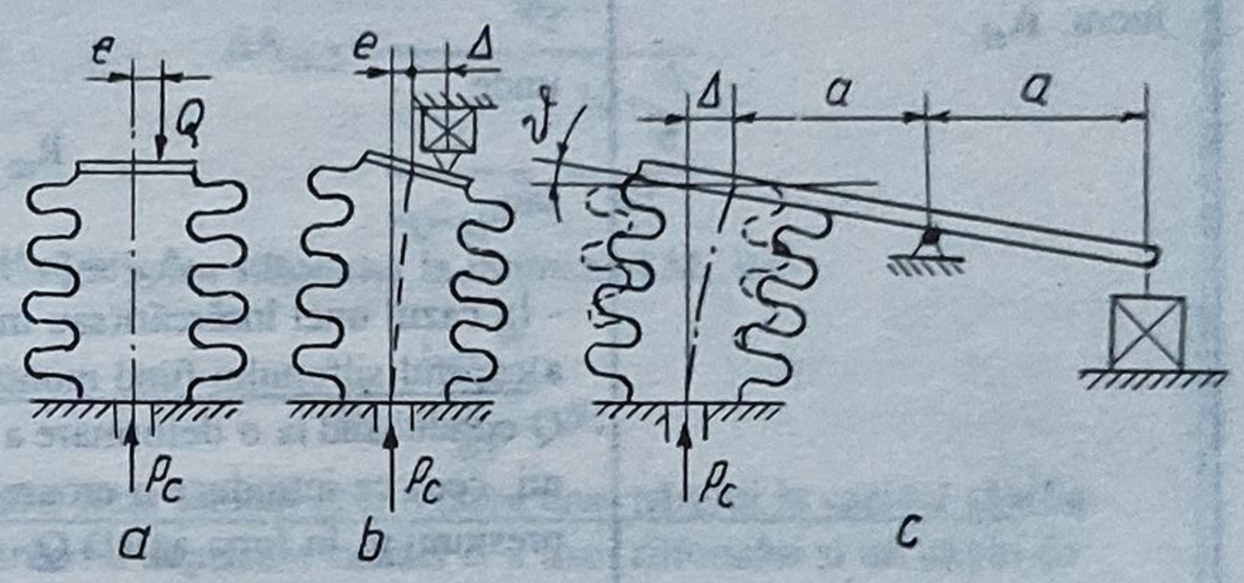


Fig.1.75

Pentru toate acestea se impune îndeplinirea unor condiţii de prim ordin de către **silfon, şi anume de a se confecţiona dintr-un material elastic care să-i permită ca, sub acţiunea forţelor axiale, să realizeze deformaţii mari la tensiuni de încovoiere relativ mici.**

O importanţă deosebită în proiectare trebuie acordată şi adoptării profilului corespunzător al ondulaţiilor, ai căror parametri geometrici definesc caracterul aplicaţiei silfonului.

Relaţiile pentru calculul parametrilor caracteristici ai tuburilor ondulate, cu recomandările de rigoare, sunt prezentate în tabelele 1.25 şi 1.26, completate cu figurile 1.75, *a* , *b* şi *c*, 1.76, *a* şi *b* şi 1.77.

Pentru documentare, în tabelul 1.27 sunt date *dimensiunile şi parametrii funcţionali ai minisilfoanelor produse de firma "Hydra"* (Germania), întrebuinţând ca material nichelul tehnic.

Tabelul 1.25. **Relaţiile de calcul ale parametrilor caracteristici ai tuburilor ondulate**

Parametrii caracteristici	Relaţiile de calcul. Recomandările necesare
Aria suprafeţei efective a ondulaţiilor în zona de lucru. A_{ef}	- În cazul unei încărcări exclusiv axiale $A_{ef} = \pi R_m^2$ unde $R_m = [(R_i + R_e)]/2$ sau $A_{ef} = (\pi/12)(D_i^2 + D_iD_e + D_e^2)$ - În cazul unei încărcări(sau montări) excentrice: a)capătul silfonului fiind montat liber (fig. 1.75,a), iar acţiunea sarcinii Q conducând la o deformare a axei (fig. 1.75, c) şi o variaţie a presiunii, ceea ce introduce o eroare suplimentară în relaţia de transformare a presiunii p_c în forţa axială Q, $A_{ef} = A_{ef,0}\left(1 - c_Q \frac{e^2\alpha^2}{A_{ef_0}p_c} tg\alpha L\right)$, unde: $A_{ef.o}$ reprezintă aria suprafeţei efective a silfonului încărcat exclusiv axial; c_Q - rigiditatea silfonului la forţa Q; $\alpha = \sqrt{\frac{Q}{c_i}}$, în care c_i este rigiditatea silfonului la încovoiere; L - lungimea tubului ondulat. Variaţia relativă a ariei suprafeţei efective la acţiunea presiunii este $\Delta A_{ef.1} = \frac{\Phi_1}{1 - \frac{1}{c_Q L^2}}$, nde $\Phi_1 = \frac{tg\alpha L}{\alpha L} - 1$; b) tubul ondulat fiind montat prin fixarea unui reazem la capătul său (fig. 1.75,b), rezultând o înclinare Δ a axei silfonului, ceea ce determină un moment M care roteşte capătul în jurul axei care trece prin punctul de aplicaţie al forţei, $A_{ef} = A_{ef,0}\left(1 - \frac{c_Q e^2 L}{c_i}\beta\right)$.

Tabelul 1.25 (continuare)

Parametrii caracteristici	Relaţiile de calcul. Recomandările necesare
	unde $\beta=\dfrac{2-\left(2+\dfrac{\Delta}{e}\right)\cos\alpha L-\alpha L\sin\alpha L+\dfrac{\Delta}{e}}{\alpha L\sin\alpha L-\alpha^2L^2\cos\alpha L}-\dfrac{3\Delta}{2e}\dfrac{1}{\alpha^2L^2}$. Variaţia relativă a ariei suprafeţei efective la acţiunea presiunii este $\Delta A_{ef.2}=\dfrac{\Phi_2}{\dfrac{1}{c_Qc_Me^2}-\dfrac{10+\dfrac{\Delta}{e}}{40}}$, unde c_M este rigiditatea silfonului la momentul M, iar $\Phi_2=\dfrac{10+\dfrac{\Delta}{e}}{40}-\beta$; c)tubul ondulat fiind montat prin fixarea unei pârghii la capătul său(fig. 1.75, c),apărând o deplasare radială Δ a axei silfonului şi un unghi de înclinare ϑ, ceea ce conduce la următoarea relaţie a variaţiei relative a axei suprafeţei efective la acţiunea presiunii: 1° dacă $\vartheta=0$, $\Delta A_{ef,3}=\Phi_3\dfrac{\Delta}{a}$. unde $\Phi_3=\dfrac{1}{2-\alpha L\dfrac{\sin\alpha L}{1-\cos\alpha L}}-\dfrac{6}{\alpha^2L^2}+\dfrac{1}{10}$; 2° dacă $\Delta=0$, $\Delta A_{ef,4}=\Phi_4\dfrac{\vartheta L}{a}$, unde $\Phi_4=\dfrac{4}{\alpha^2L^2}-\dfrac{1}{\alpha L}\dfrac{\sin\alpha L-\alpha L\cos\alpha L}{2(1-\cos\alpha L)-\alpha L\sin\alpha L}-\dfrac{2}{15}$. Pentru Φ_1, Φ_2, Φ_3 şi Φ_4 există diagrame în raport cu $p_c/p_{c,cr}$, pe baza cărora se poate efectua studiul variaţiei ariei suprafeţei efective în diferite cazuri şi se pot stabili valorile optime ale parametrilor funcţionali ai silfonului.
Deplasarea silfonului, f	Se pot utiliza relaţiile din tabelul 1.26, corespunzător felului solicitării, sau expresia stabilită prin metoda lui Ritz, independentă de forma ondulaţiilor, dar cu condiţia ca grosimea peretelui să fie invers proporţională cu distanţa la axă, şi anume: - când silfonul este încărcat cu o forţă axială F, $f=F\dfrac{1-\mu^2}{Eh_0}\dfrac{n}{A_0-\alpha A_1+\alpha^2A_2+B_0\dfrac{h_0^2}{R_i^2}}$,

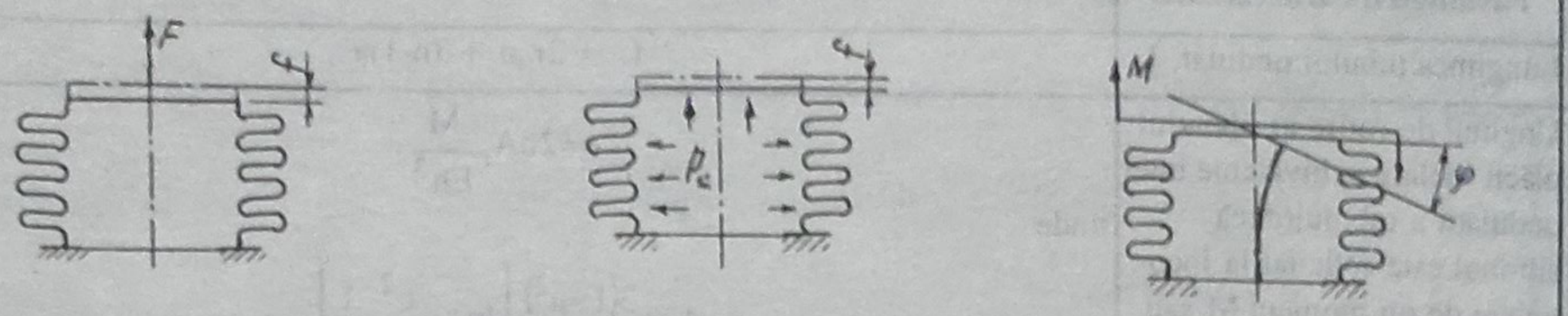
Tabelul 1.25. (continuare)

Parametrii caracteristici	Relațiile de calcul. Recomandările necesare
	în care:μ reprezintă coeficientul lui Poisson; h_0 - grosimea silfonului la partea interioară(aproximativ egală cu grosimea semifabricatului):n - numărul gofreurilor active; A_0, A_1, A_2 și B_0 - coeficienții care se pot determina cu ajutorul nomogramelor din figura 1.76, a și b, în funcție de $c=(R_e/R_i)$ și $m=(r_0/R_i)$; E - modulul de elasticitate longitudinal al materialului tubului: - <u>când silfonul este sub acțiunea unor unei presiuni p_c</u>, $$f=p_c A_{ef}\frac{1-\mu^2}{Eh_0}\frac{n}{A_0-\alpha A_1+\alpha^2 A_2+B_0\frac{h_0^2}{R_i^2}};$$ - <u>când silfonul este asociat în paralel cu un arc elicoidal</u>, pentru a permite să se lucreze într-un anumit domeniu de variație a presiunilor, $$f=\frac{p_c A_{ef}}{c_t}=\frac{p_c A_{ef}}{c_s+c_a},$$ unde: c_s - rigiditatea silfonului în zona de lucru - are relația: $$c_s=\frac{Eh_0}{1-\mu^2}\frac{A_0-\alpha A_1+\alpha^2 A_2+B_0\frac{h_0^2}{R_i^2}}{n},$$ iar c_a - rigiditatea arcului elicoidal - expresia $$c_a=\frac{Gd^4}{8D_m^3 n_1},$$ în care:G este modulul de elasticitate transversal al materialului arcului: D_m - diametrul mediu al spirelor arcului;d - diametrul sârmei arcului;n_1 - numărul total de spire ale arcului.
Unghiul de înclinare al gofreului, $\underline{\alpha}$	$\alpha \approx \frac{4r_0-T}{2(R_e-R_i-2r_0)}$, unde $T = 2r_0 + a$ sau $\alpha \approx \frac{2m-\frac{a}{R_i}}{2(c-2m-1)}$.
Variația volumului cavității silfonului la deformare, $\underline{\Delta V}$	$\Delta V = f \cdot A_{ef}$

Tabelul 1.25 (continuare)

Parametrii caracteristici	Relaţiile de calcul. Recomandările necesare
Lungimea tubului ondulat, L	$L = 2r_0 n + (n-1)a$
Unghiul de rotire al planului plăcii inelare echivalente unei ondulaţii a tubului(dacă silfonul este solicitat la încovoiere de un moment M sau de o forţă transversală), φ	$\varphi = 2nA_r \frac{M}{Eh^3}$, unde $A_r = \frac{3(1-\mu^2)}{\pi}\left[\ln c - \frac{c^2-1}{c^2+1}\right]$, valorile sale fiind specificate în tabelul 1.26.
Rigiditatea silfonului în zona de lucru, c_s	- În cazul unei încărcări exclusiv axiale, $c_s = \frac{F}{f}\frac{Eh_0}{1-\mu^2}\frac{A_0 - \alpha A_1 + \alpha^2 A_2 + B_0\frac{h_0^2}{R_i^2}}{n}$, adică rigiditatea scade o dată cu micşorarea lui α până la $\alpha = A_1/(2A_2)$, după care creşte cu mărirea acestui unghi. Familia de curbe ale lui α din figura 1.77, corespunzător diferitelor valori ale lui c, permite să se aleagă unghiul de înclinare din condiţia unei rigidităţi minime. - Dacă silfonul este solicitat la încovoiere de un moment M sau de o forţă transversală, $c_{se} = \frac{Eh^3 L}{2nA_r}$, unde c_{se} reprezintă rigiditatea la încovoiere a barei echivalente, de aceeaşi lungime L cu cea a părţii gofrate active a tubului ondulat.
Presiunea specifică de rupere, p_r	$p_r = \frac{R_m h_3}{R_e} \geq p_{imax}$, unde: R_m este rezistenţa la rupere la tracţiune a materialului silfonului; h_3 - grosimea peretelui gofreului la raza exterioară R_e; p_{imax} - presiunea maximă din interiorul silfonului.
Tensiunile totale, radială şi tangenţială(pentru verificare în punctele de pe cele două contururi - exterior şi interior - ale ondulaţiilor) $\sigma_{r\,tot}$ şi $\sigma_{t\,tot}$	$\sigma_{r\,tot} = \frac{T_1}{h} \pm \frac{6M_{i1}}{h^2}$ şi $\sigma_{t\,tot} = \frac{T_2}{h} \pm \frac{6M_{i2}}{h^2}$, unde: T_1 şi T_2 sunt forţele de întindere, radială T_1 şi circumferinţială T_2; M_{i1} şi M_{i2} - momentele încovoietoare maxime, radial M_{i1} şi circumferinţial M_{i2}. Se pot utiliza şi relaţiile din tabelul 1.26.
Tensiunea echivalentă (corespunzător teoriei energiei maxime de deformaţie), σ_e	$\sigma_e = \sqrt{\sigma_{rtot}^2 + \sigma_{ttot}^2 - \sigma_{rtot}\sigma_{ttot}} = \sigma_{rtot}\sqrt{1+\mu^2-\mu} \leq \sigma_a$, întrucât $\sigma_{ttot} = -\mu\sigma_{rtot}$.
Forţa critică de flambaj în cazul tubului ondulat, F_{cr}	$F_{cr} = \frac{\pi^2 Eh^3}{\gamma^2 L 2nA_r}$, unde γ este un coeficient care depinde de modul de fixare al capătului tubului. Se poate determina lungimea maximă necesară pentru a se evita flambajul. Dacă deplasarea axială a capătului silfonului este împiedicată de un reazem fix, tubul ondulat îşi poate pierde stabilitatea sub acţiunea presiunii interioare. Presiunea interioară critică se determină cu relaţia $p_{c,cr} = \frac{\pi^2 Eh^3}{\gamma^2 A_r 2nLR_m^2} + p_{co}$, în care presiunea p_{co} este presiunea iniţială la care se atinge reazemul fix, iar $R_m = (R_e + R_i)/2$.

Tabelul 1.26. **Relaţiile pentru calculul tuburilor ondulate în diferite ipoteze de solicitare**



$f=2nA_k\frac{FR_i^2}{Eh^3}$ $\sigma_{ri}=B_{ki}\frac{Eh_i f}{2nR_e^2}$ $\sigma_{re}=B_{ke}\frac{Eh_e f}{2nR_e^2}$	$f=2nA_q\frac{p_e R_e^4}{Eh^3}$ $\sigma_{ri}=B_q\frac{Eh_i f}{2n R_e^2}$ $\sigma_{re}=B_q\frac{E h_e f}{2n R_e^2}$	$\varphi=2nA_r\frac{M}{Eh^3}$ $\sigma_{ri}=B_{ri}\frac{\varphi Eh_i}{2nR_e}$ $\sigma_{re}=B_{re}\frac{\varphi Eh_e}{2nR_e}$

$c=(R_e/R_1)$	A_k	B_{ki}	B_{ke}	A_q	B_q	A_r	B_{re}	B_{ri}
1,10	0,000122	411	386	0,000326	399	0,000249	364	401
1,15	0,000344	202	184	0,000944	194	0,000782	170	195
1,20	0,000731	120	107	0,00193	119	0,001729	75,5	93,0
1,25	0,00129	88,9	76,6	0,00327	82,6	0,003154	66,5	83,1
1,30	0,00201	67,7	56,9	0,00493	62,1	0,00508	48,2	62,6
1,35	0,00290	54,4	44,6	0,00687	49,2	0,00755	36,8	49,7
1,40	0,00394	45,5	36,4	0,00905	40,6	0,001056	29,3	41,1
1,45	0,00510	39,0	30,5	0,0114	34,5	0,001408	24,1	34,9
1,50	0,00640	34,3	26,2	0,0139	29,9	0,001812	20,3	30,4
1,55	0,00782	30,6	22,9	0,0166	26,4	0,0226	17,4	26,9
1,60	0,00933	27,7	20,3	0,0193	23,7	0,0276	15,1	24,2
1,65	0,01093	25,5	18,3	0,0221	21,5	0,0331	13,4	22,0
1,70	0,01261	23,6	16,6	0,0249	19,7	0,0389	11,9	20,3
1,75	0,01436	22,0	15,2	0,0277	18,2	0,0451	10,9	18,8
1,80	0,01616	20,7	14,0	0,0305	17,0	0,0517	9,76	17,6
1,85	0,01800	19,6	13,0	0,0334	15,9	0,0586	8,93	16,4
1,90	0,01919	18,6	12,2	0,0362	15,0	0,0658	8,22	15,7
1,95	0,02182	17,8	11,4	0,0390	14,2	0,0732	7,61	14,8
2,00	0,02377	17,0	10,8	0,0417	13,5	0,0810	7,08	14,2

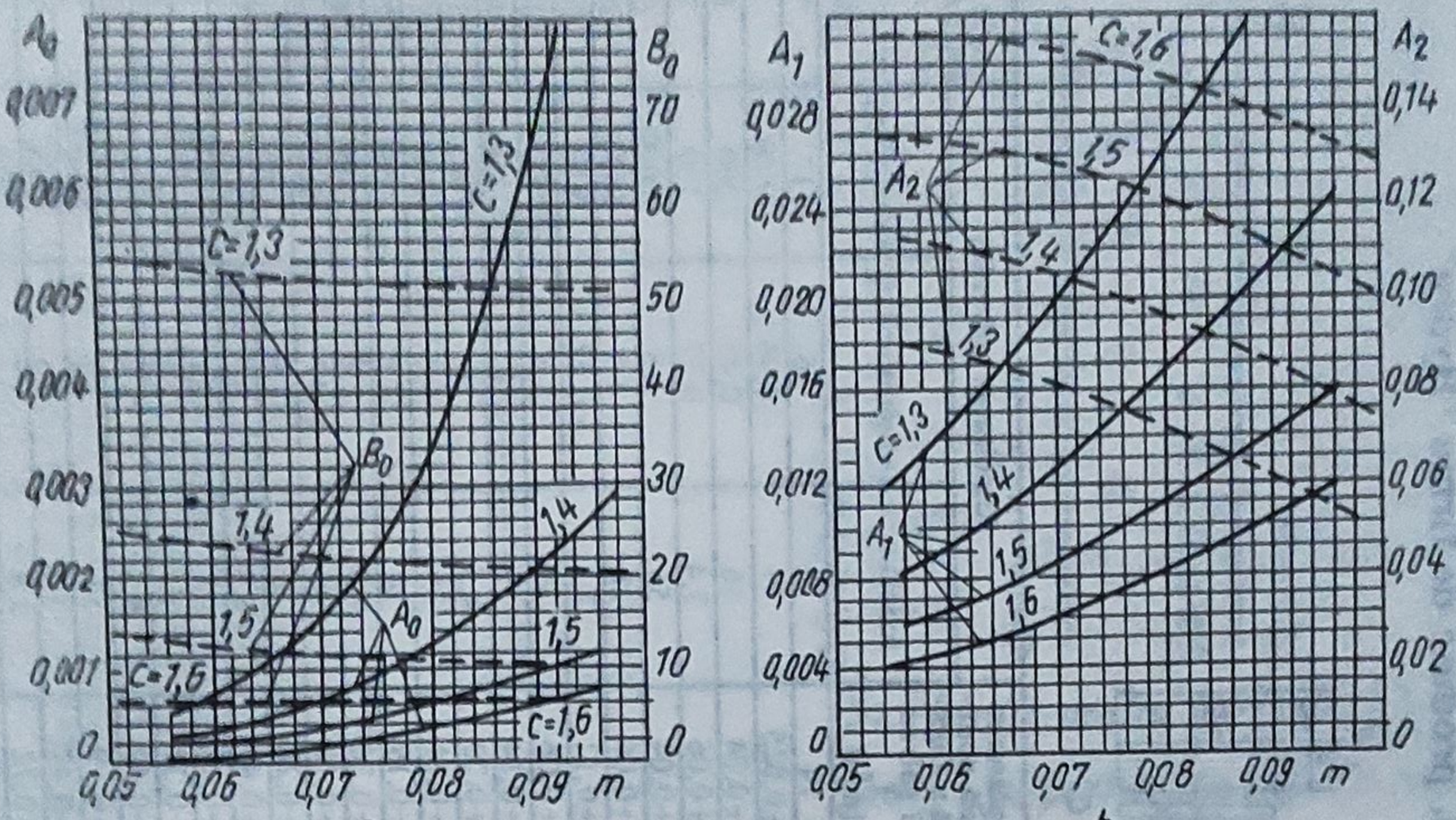


Fig.1.76

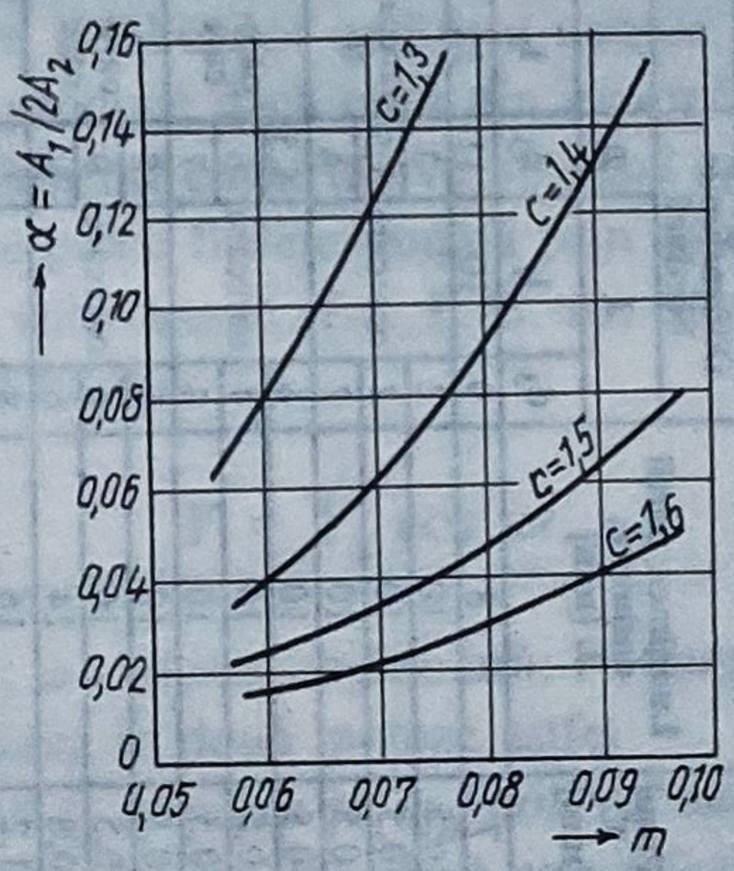
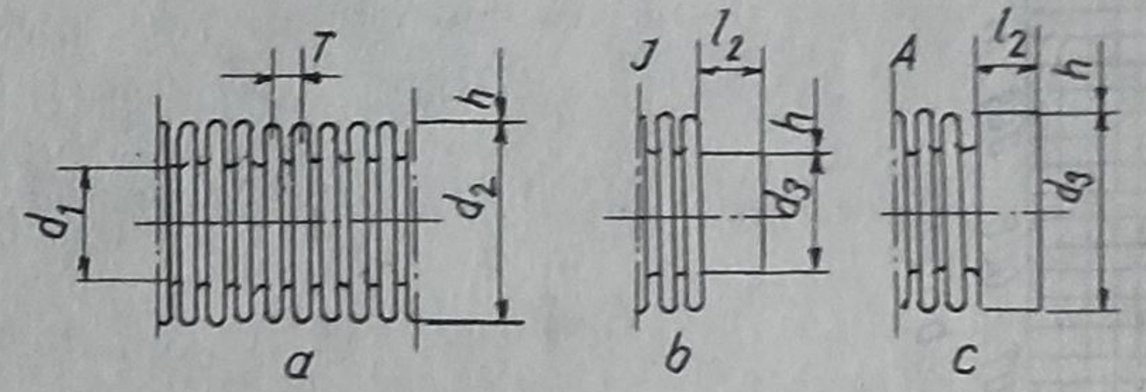


Fig.1.77

Tabelul 1.27. **Dimensiunile şi parametrii funcţionali pentru minisilfoanele din nichel, produse de firma "Hydra"**



Tipul	Diametrul [mm]				Grosimea h_0 [mm]	Pasul T [mm]	Lungimea părţii ondulate, L [mm]	Dimensiunile bordurii				Presiunea maximă de calcul p_{cimax} [bar]	Deplasarea axială nominală a fiecărui gofreu f_g [mm]	Rigiditatea gofreului			Aria suprafeţei efective A_{ef} [mm²]	Greutatea aproximativă a unui gofreu [g]
	interior		exterior					J		A				axială c_g	unghiulară c_a	laterală c_λ		
	D_i	Tol. +	D_e	Tol. +				d_3	l_2	d_3	l_2							
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
mi 233	2	0,1	3	0,1	0,025	0,5	10	2	oarecare	3	oarecare	15,4	±0,025	47	0,96	2600	5	0,002
mi 2353	2		3,5		0,025	0,5	10	2		3,5		5,9	+0,04	16	0,45	200	6,1	0,003
mi 243	2		4		0,025	0,5	10	2		4		2,8	+0,06	7,4	0,27	730	7,3	0,004
mi 453	4	0,1	3,5	0,1	0,03	0,5	10	4	oarecare	5,5	oarecare	8,2	+0,04	55	3,8	10000	17,9	0,007
mi 463	4		6		0,03	0,5	10	4		6		4	+0,06	26	2,1	5600	19,9	0,009
mi 473	4		7		0,03	0,5	10	4		7		2,1	+0,12	7,4	0,82	870	24,3	0,015
mi 683	6	0,1	8	0,1	0,03	0,5	10	6	oarecare	8	oarecare	4,2	+0,06	38	5,5	15000	38,7	0,013
mi 693	6		9		0,03	0,5	16	6		9		2	+0,14	11	2	2100	44,8	0,022
mi 6103	6		10		0,03	0,8	24	6		10		1,4	+0,20	4,5	1	480	51,3	0,031
mi 8114	8	0,1	1	0,1	0,04	1,2	16	8	oarecare	11	oarecare	3,4	+0,11	35	9,5	10000	71,5	0,037
mi 8124	8		12		0,04	0,8	24	8		12		2,3	+0,19	14	4,6	2200	79,6	0,052
mi 8134	8		13		0,04	1,2	24	8		13		1,3	+0,26	7,8	2,9	1400	88,2	0,067
mi10134	10	0,1	13	0,1	0,04	1,2	16	10	oarecare	13	oarecare	3,4	+0,11	44	17	18000	104,5	0,044
mi10154	10		15		0,04	0,8	24	10		15		1,3	+0,28	10	4,9	2300	124	0,079
mi10174	10		17		0,04	1,2	40	10		17		0,8	+0,43	3,4	2,2	370	146	0,12
mi12165	12	0,1	16	0,1	0,05	2,0	24	12	oarecare	16	oarecare	3,2	+0,16	42	24	11000	155	0,092
mi12185	12		18		0,05	1,2	40	12		18		1,8	+0,32	12	8,7	100	179	0,15
mi12205	12		20		0,05	2,0	40	12		20		0,9	+0,49	5,5	4,9	840	205	0,2
mi16216	16	0,1	21	0,1	0,06	1,2	24	16	oarecare	21	oarecare	2,7	+0,19	53	52	24000	270	0,18
mi16246	16		24		0,06	2,0	40	16		24		1,2	+0,47	13	16	2800	318	0,31
mi16276	16		27		0,06	3,0	60	16		27		0,7	+0,72	4,8	7,7	590	371	0,46
mi20267	20	0,1	26	0,1	0,07	2,0	40	20	oarecare	26	oarecare	3	+0,28	5,5	83	14000	418	0,32
mi20307	20		30		0,07	3,0	60	20		30		1,3	+0,62	12	25	1900	497	0,57
mi20337	20		33		0,07	3,0	60	20		33		0,6	+0,92	6,0	15	1100	563	0,76

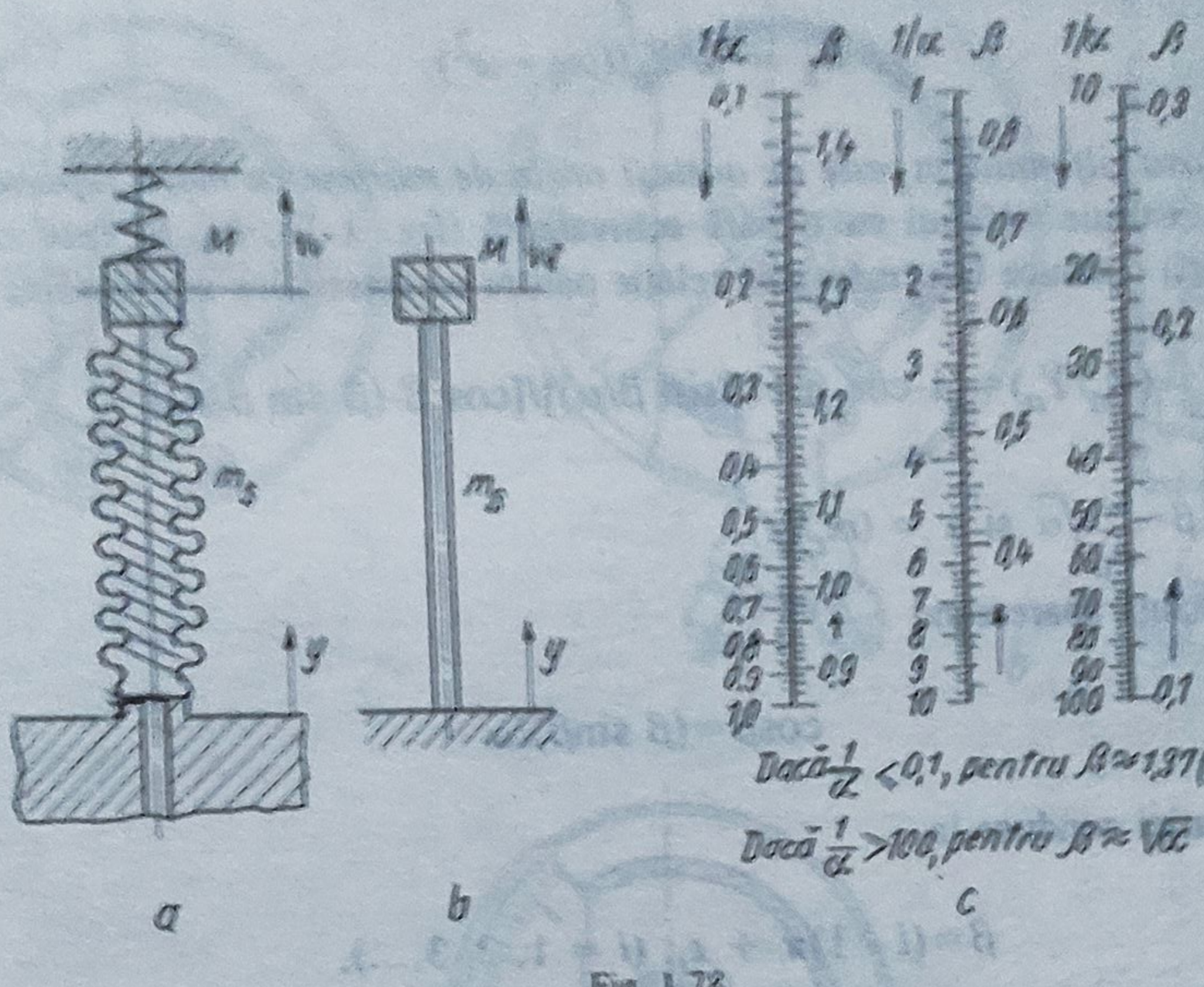


Fig. 1.78

Metoda de proiectare a tuburilor ondulate trebuie să ţină seama şi de influenţa vibraţiilor posibile care s-ar produce dacă unul din capetele acestora, fixat în aparat, se deplasează împreună cu alte elemente constructive. Această influenţă asupra caracteristicilor dinamice ale sistemului tehnic poate fi determinată prin aplicarea, la capătul silfonului, a unei mase şi a unui rigidităţi echivalente (fig. 1.78, *a*). *Mişcarea în direcţia axei tubului ondulat este armonică*, având relaţia:

$$Y = Y_a \cos \omega t, \tag{1.73}$$

în care: Y_a este amplitudinea; ω - viteza unghiulară; t - timpul.

Se examinează mişcarea în două ipoteze astfel:

a) *Rigiditatea arcului* c_a *şi masa sa* m_a *sunt cu mult mai mici decât rigiditatea silfonului* c_s *şi masa sa* m_s, *iar aceasta din urmă este mică în raport cu masa suplimentară M.*

Ecuaţia mişcării devine

$$(d^2w/dt^2) + \omega_0^2 w = Y_0^2 \omega_0^2 \cos \omega t, \tag{1.74}$$

unde w reprezintă deplasarea masei suplimentare M de la capătul silfonului, iar $\omega_0 = \sqrt{\frac{c_Q}{M}}$ - pulsaţia proprie a silfonului, c_Q fiind rigiditatea silfonului corespunzătoare forţei axiale Q.

Soluţia ecuaţiei este:

$$w = w_a \cos \omega t, \tag{1.75}$$

unde w_a reprezintă amplitudinea vibraţiilor forţate imprimate masei, având expresia:

$$w_a = \omega^2 Y_a/(\omega_0 - \omega^2). \tag{1.76}$$

b) *Masa silfonului m_s este de acelaşi ordin de mărime cu masa suplimentară M.* Se substituie silfonul cu o bară echivalentă (fig. 1.78, *b*), în care caz soluţia ecuaţiei mişcării conduce la următoarea relaţie pentru caracteristica amplitudine - timp:

$$(w_a/Y_a)=[1-\cos\beta+(\beta\sin\beta/\alpha)]/[\cos\beta-(\beta\sin\beta/\alpha)], \tag{1.77}$$

unde $\beta=\frac{\omega}{\omega_0}\sqrt{\alpha}$ şi $\alpha = (m_s/M)$.

Rezonanţa apare când

$$\cos\beta=(\beta\sin\beta)/\alpha \tag{1.78}$$

iar soluţia ecuaţiei conduce la

$$\beta=(i-1)\pi + \epsilon_i,\ (i = 1, 2, 3,\ldots),$$

unde $0<\epsilon_i<(\pi/2)$.

Mărimea primei rădăcini β_1 se poate determina cu nomograma din figura 1.78, *c*, iar pentru $\alpha>0{,}3$ - cu ajutorul relaţiei aproximative

$$\omega_1=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K_0}{M\left(1+\frac{\alpha}{3}\right)}}. \tag{1.79}$$

Elementele frecvenţei de rezonanţă se stabilesc pe baza relaţiei

$$\omega_i=\frac{1}{2\pi}\omega_o\beta_i\frac{1}{\sqrt{\alpha}}. \tag{1.80}$$

1.3.1.4. Tuburi manometrice

A. Generalităţi. Tipuri constructive.

Aceste elemente elastice sunt frecvent folosite în construcţia aparatelor de măsurare, ca: *manometre indicatoare* (fig. 1.79, *a*) şi *înregistratoare*, pentru măsurarea presiunii fluidelor lichide şi gazoase, sub rezerva ca viscozitatea lor să nu fie prea ridicată şi, în acelaşi timp, să nu fie cristalizante; *manometre cu întrerupătoare limitatoare*, pentru semnalizarea valorilor măsurate, ca şi pentru comanda şi supravegherea maşinilor şi instalaţiilor; *manometre teletransmiţătoare*, pentru măsurare şi reglaj, în scopul dirijării,

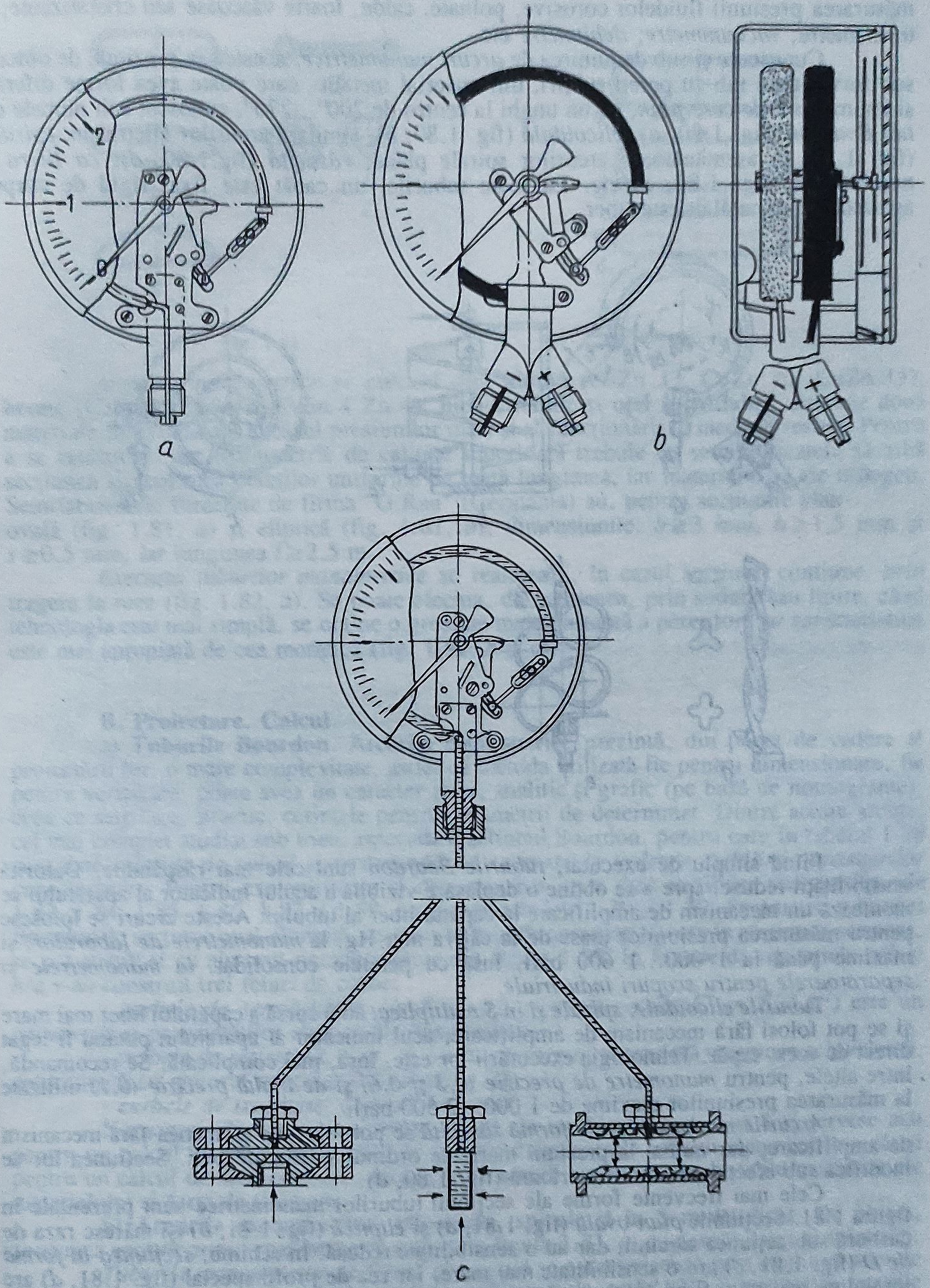


Fig. 1.79

în întregime, a procesului unei exploatări tehnice; *manometre diferențiale*, (fig. 1.79, *b*), pentru determinarea diferenței dintre două presiuni; *separatoare* (fig. 1.79, *c*), pentru

măsurarea presiunii fluidelor corosive, poluate, calde, foarte vâscoase sau cristalizante; termometre; *vacuummetre*; *debitmetre* etc.

Cunoscute şi sub denumirea de *arcuri manometrice*, acestea se prezintă, de obicei, sub forma unui tub cu pereţi subţiri, din material metalic, care poate avea forme diferite şi anume: *arc de cerc plan*, cu un unghi la centru de 200°...270°, cunoscut sub numele de *tub Bourdon* (fig. 1.80, *a*); *elicoidală* (fig. 1.80, *b*), similară arcurilor elicoidale; *spirală* (fig. 1.80, *c*) asemănătoare arcurilor spirale plane; *răsucită* (fig.1.80, *d*); *ca litera S multiplicată* (fig. 1.80, *e*) etc. La toate tuburile, un capăt este fixat rigid de corpul aparatului, iar celălalt este liber.

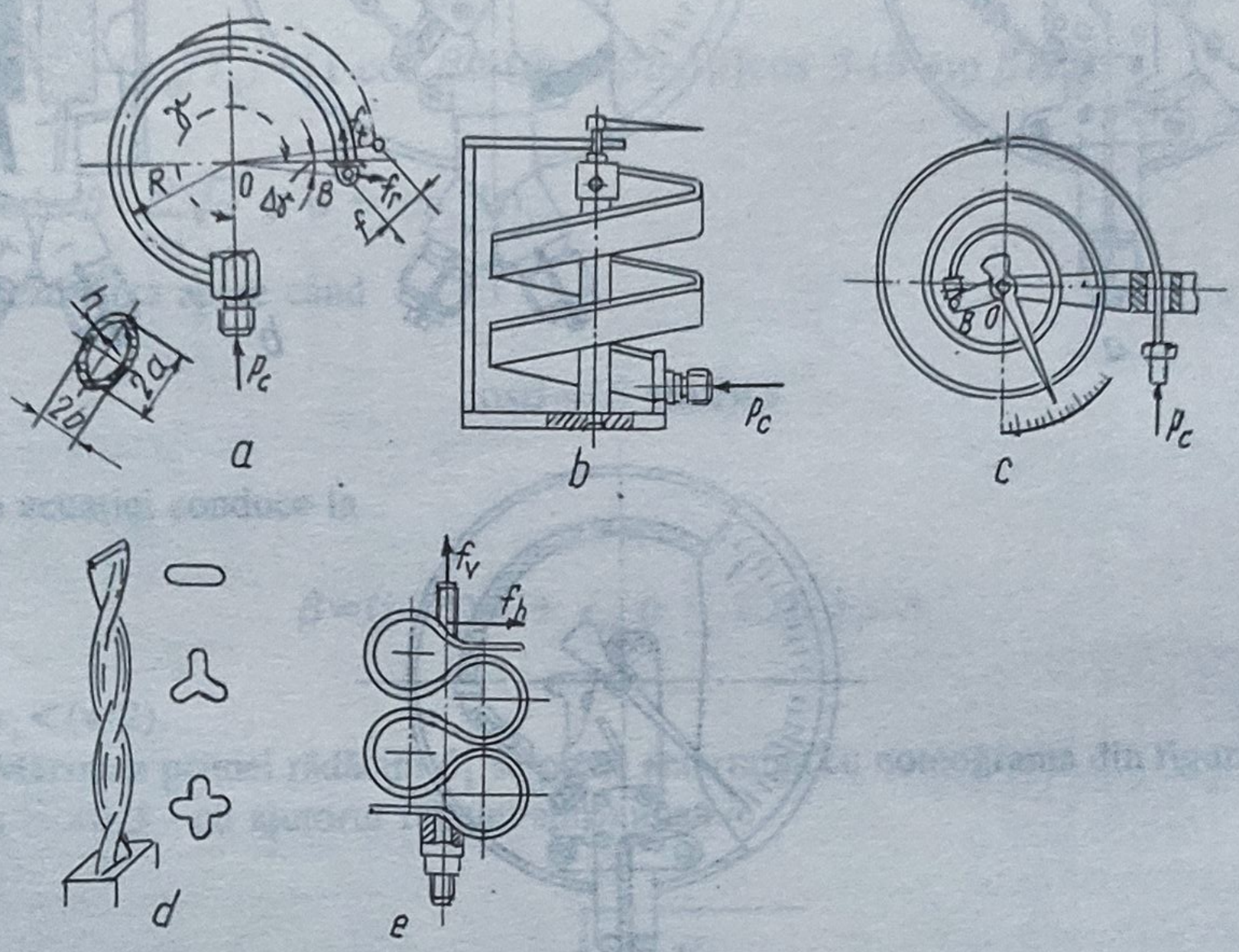


Fig. 1.80

Fiind simplu de executat, *tuburile Bourdon* sunt cele mai răspândite. Datorită sensibilităţii reduse, spre a se obţine o deplasare vizibilă a acului indicator al aparatului se montează un mecanism de amplificare la capătul liber al tubului. Aceste arcuri se folosesc pentru măsurarea presiunilor joase de la câţiva mm Hg, la *manometrele de laborator*, şi maxime până la 1 000...1 600 bari, însă cu peretele consolidat, *la manometrele şi separatoarele pentru scopuri industriale*.

Tuburile elicoidale, spirale şi în S multiplicat au o cursă a capătului liber mai mare şi se pot folosi fără mecanism de amplificare, acul indicator al aparatului putând fi legat direct de acest capăt. Tehnologia executării lor este, însă, mai complicată. Se recomandă, între altele, pentru *manometre de precizie (0,3 şi 0,6) şi de înaltă precizie (0,1)* utilizate la măsurarea presiunilor maxime de 1 000...2 500 bari.

Arcurile manometrice de formă răsucită se pot folosi de asemenea fără mecanism de amplificare, dar numai la presiuni mari, de ordinul sutelor de bari. Secţiunea lor se modifică sub efectul presiunii interioare (fig. 1.80, d).

Cele mai frecvente forme ale secţiunii tuburilor manometrice sunt prezentate în figura 1.81. Secţiunile *plan-ovală* (fig. 1.81, *a*) şi *eliptică* (fig. 1.81, *b*) îşi măresc raza de curbură sub acţiunea sarcinii, dar au o sensibilitate redusă. În schimb, *secţiunea în formă de D* (fig. 1.81, *c*) are o sensibilitate mai mare, iar cea de profil special (fig. 1.81, *d*) are un volum mai mic, fiind corespunzătoare pentru măsurări la *termometrele manometrice*.

Pentru *presiuni mai mari de 10 bari se folosesc pereţi groşi* (consolidaţi), deci tuburi cu secţiunea ca în figura 1.81, *e*. Aplicaţiile acestora sunt, totuşi, limitate din cauza tensiunilor mari care apar în punctele *A* şi *B*. Pentru a se evita apariţia tensiunilor de compresiune prea mari în punctele menţionate, cavitatea se realizează excentric.

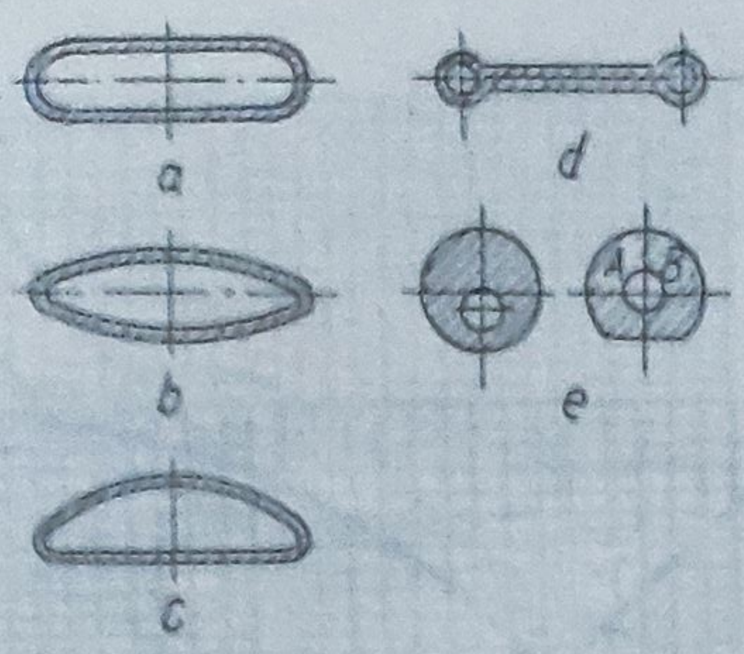


Fig. 1.81

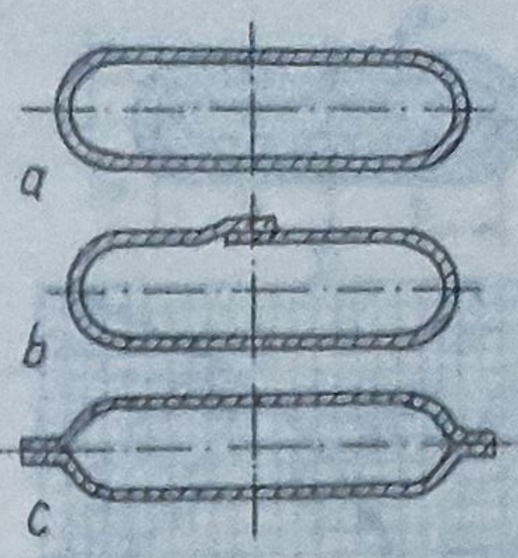


Fig. 1.82

Arcurile manometrice se execută din: **alamă** (CuZn 37, CuZn 20, CuZn 15), **bronz** (CuSn 6, CuSn 8, CuSn 4 Zn 4), **nichel tehnic** şi **oţel inoxidabil**, ultimele două materiale fiind indicate în cazul presiunilor mari şi al funcţionării în medii agresive. Pentru a se realiza un arc manometric de calitate superioară trebuie ca semifabricatele să aibă secţiunea şi grosimea pereţilor uniforme pe toată lungimea, iar materialul să fie omogen. Semifabricatele furnizate de firma "G.Rau" (Germania) au, pentru secţiunile plan-ovală (fig. 1.81, *a*) şi eliptică (fig. 1.81, *b*), dimensiunile: $b \geq 3$ mm, $h \geq 1{,}5$ mm şi $s \geq 0{,}5$ mm, iar lungimea $l \geq 2{,}5$ m.

Execuţia tuburilor manometrice se realizează, în cazul secţiunii continue, *prin* tragere la rece (fig. 1.82, *a*). Se poate efectua, de asemenea, prin sudare sau lipire, când tehnologia este mai simplă, se obţine o grosime mai constantă a pereţilor, iar caracteristica este mai apropiată de cea teoretică (fig. 1.82, *b* şi *c*).

B. Proiectare. Calcul.

a) **Tuburile Bourdon**. Arcurile manometrice prezintă, din punct de vedere al proiectării lor, o mare complexitate, astfel că metoda utilizată fie pentru dimensionare, fie pentru verificare, poate avea un caracter mixt, analitic şi grafic (pe bază de nomograme), ceea ce satisface, practic, cerinţele pentru parametrii de determinat. Dintre aceste arcuri, cel mai complet studiat sub toate aspectele este tubul Bourdon, pentru care în tabelul 1.28 sunt date *relaţiile de calcul şi recomandările necesare în vederea stabilirii parametrilor caracteristici*. Pentru exemplificare şi determinarea unor date auxiliare servesc figurile 1.83, 1.84, 1.85, 1.86, 1.87 şi 1.88, precum şi tabelele 1.29 şi 1.30. Parametrii tuburilor Bourdon de secţiune oval-alungită, inclusiv tensiunile corespunzătoare în secţiunea acestora, se pot stabili şi cu ajutorul nomogramelor din figura 1.89. În funcţie de rapoartele a/b şi h/a s-au construit trei feluri de curbe:

- *curbele de sensibilitate*, $(\Delta\gamma E')/(\gamma p_c) = \text{const.}$, unde $E' = E/(1-\mu^2)$ este un parametru al proprietăţilor elastice ale materialului;
- *curbele de rezistenţă*, $\sigma_e/p_c = \text{const.}$, în care σ_e reprezintă tensiunea echivalentă, determinată cu ajutorul relaţiilor din tabelul 1.28;
- *curbele de tracţiune*, $M_i/p_c R^2 = \text{const.}$

Nomogramele s-au trasat pentru valori ale lui $R/a = 2, 4, 6$ şi 8 şi servesc atât pentru un calcul de verificare - când se cunosc dimensiunile tubului manometric - cât şi pentru un calcul de dimensionare, dacă se ştiu: sensibilitatea, caracteristicile mecanice ale materialului şi forţa de tracţiune.

b) **Arcurile manometrice, elicoidale, spirale şi în S multiplicat**. De obicei, secţiunea acestor arcuri manometrice este ca în figura 1.83, *a*, cu pereţii groşi şi aplatizaţi.

Tuburile manometrice de formă elicoidală se caracterizează prin unghiuri mici de înclinare a spirelor care, în calcul, pot fi considerate nule, astfel că li se pot aplica relaţiile stabilite pentru tuburile Bourdon. Unghiul de înfăşurare γ are expresia $\gamma = 2\pi n$, unde n reprezintă numărul spirelor. Până în prezent nu a fost elaborată o metodă de calcul a acestor arcuri care să ia în considerare unghiul de înclinare.

La *arcurile manometrice de formă plană*, în calcul trebuie ţinut seamă de variaţia

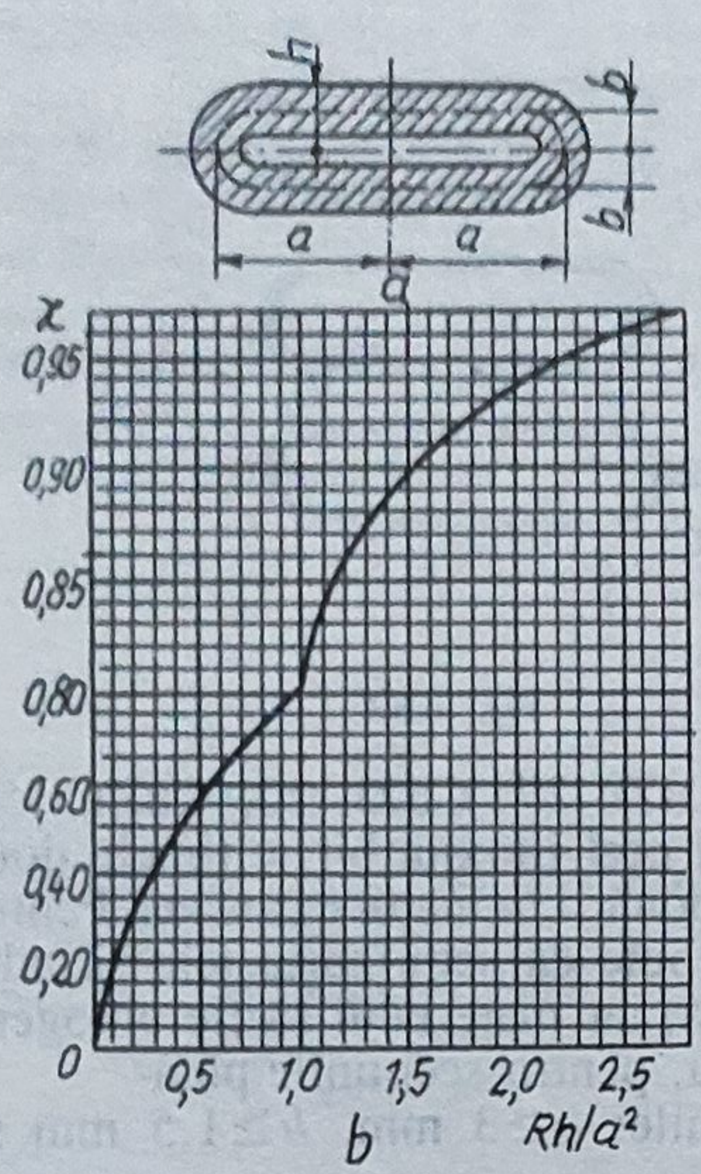


Fig.1.83

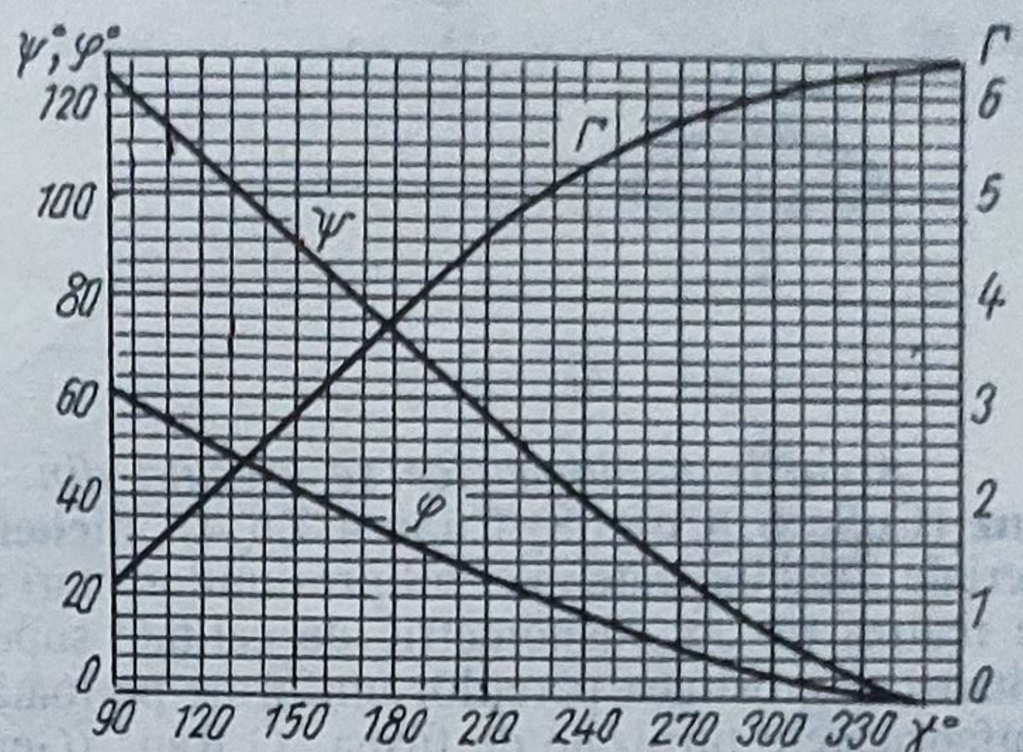


Fig.1.84

razei de curbură la spiră şi pe lungimea acesteia, în care sens se utilizează relaţia

$$\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R}=\frac{M_i}{c_a}=\frac{d\vartheta}{ds}=\frac{d\vartheta}{Rd\theta}=\frac{\Delta\gamma}{R\gamma}, \qquad (1.81)$$

unde R_1 şi R sunt razele arcului înainte şi după deformaţie; $ds=Rd\theta$ - elementul de arc; c_a - rigiditatea la încovoiere a arcului; $d\vartheta$ - unghiul elementar de rotire a secţiunii la deformare longitudinală. De asemenea, în raport cu grosimea pereţilor arcului, se aplică pentru calculul lui $\Delta\gamma/\gamma$ relaţiile corespunzătoare din tabelul 1.28. Cum pentru un element infinit mic curbura se poate considera constantă, expresia unghiului de rotaţie a secţiunii devine

$$d\vartheta=p_c\frac{1-\mu^2}{E}\frac{R^2}{bh}\left(1-\frac{b^2}{a^2}\right)\frac{\alpha}{\beta+\chi^2}d\theta, \qquad (1.82)$$

unde $\chi=(Rh/a^2)$.

Deci relaţia deformaţiei unghiulare a capătului arcului manometric spiral plan este

$$\Delta\gamma=\int d\theta=p_c\frac{1-\mu^2}{E}\left(1-\frac{b^2}{a^2}\right)\frac{\alpha}{bh}\int_0^{\gamma}\frac{R^2}{\beta+\chi^2}d\theta. \qquad (1.83)$$

Integrala se poate rezolva grafic sau analitic, cunoscând forma spiralei.

Arcul manometric în formă de S multiplicat se calculează prin asimilare cu mai multe tuburi Bourdon, legate unul de altul. Săgeata capătului liber se determină, ca atare, cu relaţia

$$f=\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\Delta\gamma}{\gamma}\right)_i\int_0^{\gamma_i}M_1d\theta, \qquad (1.84)$$

în care:$(\Delta\gamma/\gamma)_i$ reprezintă unghiul relativ de rotaţie a unei porţiuni *i* din arc, care, în raport cu grosimea pereţilor arcului, se calculează cu relaţiile din tabelul 1.28; M_1 - momentul dat

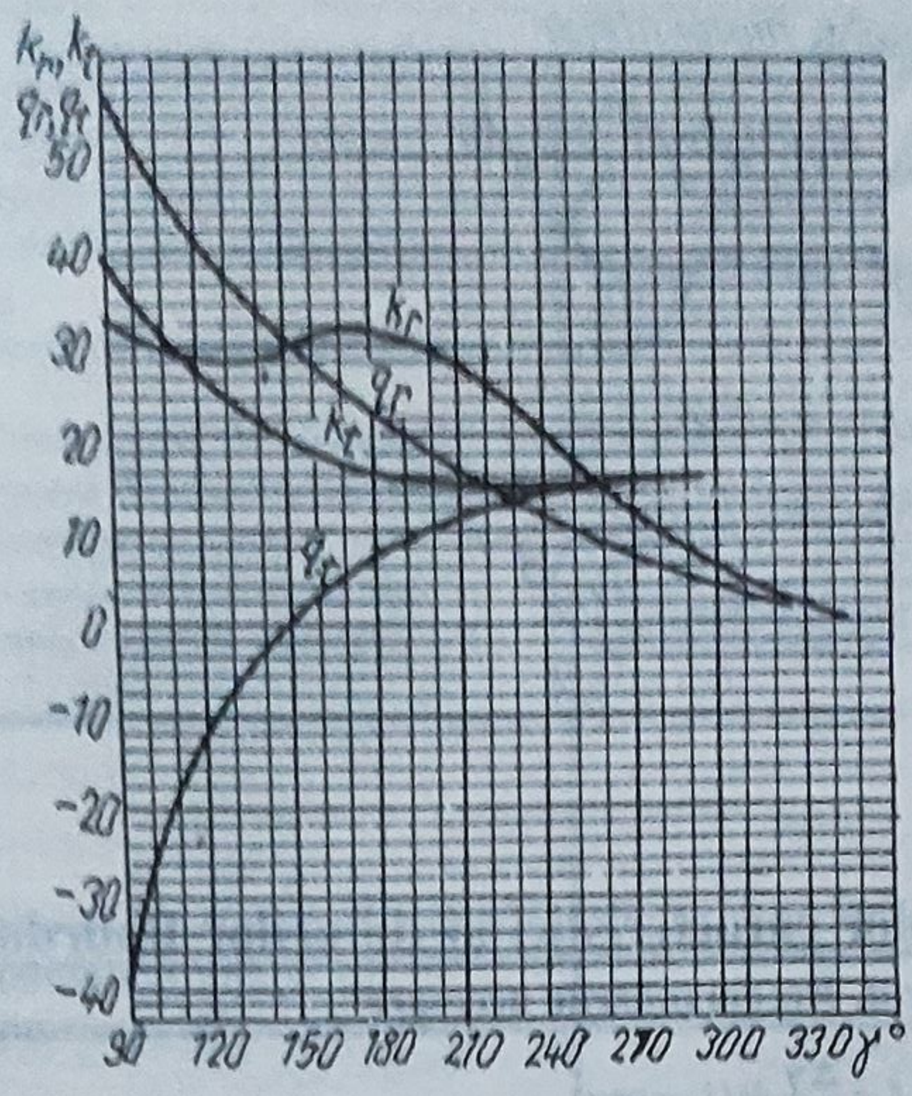


Fig. 1.85

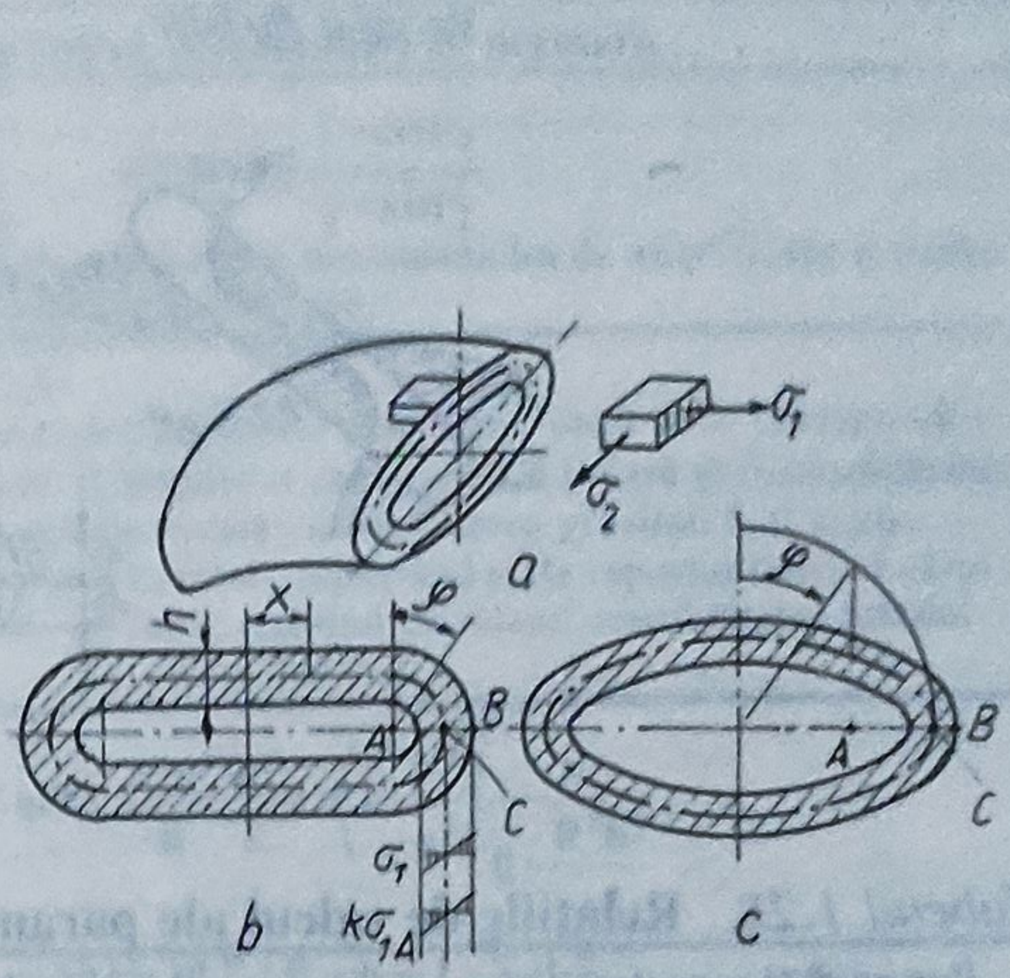


Fig. 1.86

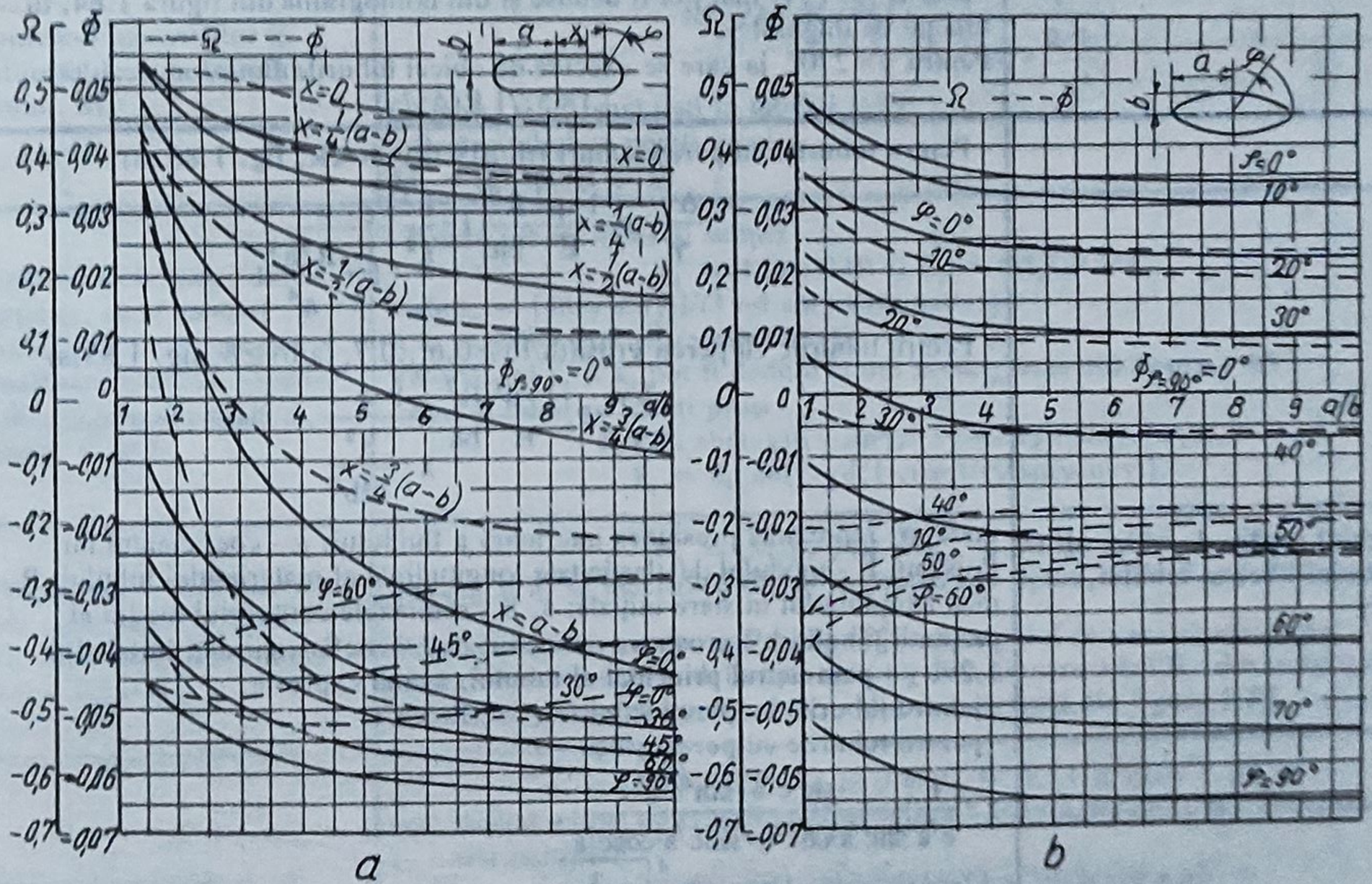


Fig. 1.87

de o forţă egală cu unitatea, care acţionează la capătul arcului, pe aceeaşi direcţie cu deplasarea acestuia; n - numărul de porţiuni din care se compune arcul manometric.

Săgeata totală a capătului liber al arcului manometric se stabileşte după ce, în prealabil, s-au calculat componentele orizontală şi verticală, f_v şi f_h, şi este dată de relaţia

$$f=\sqrt{f_v^2+f_h^2} \qquad (1.85)$$

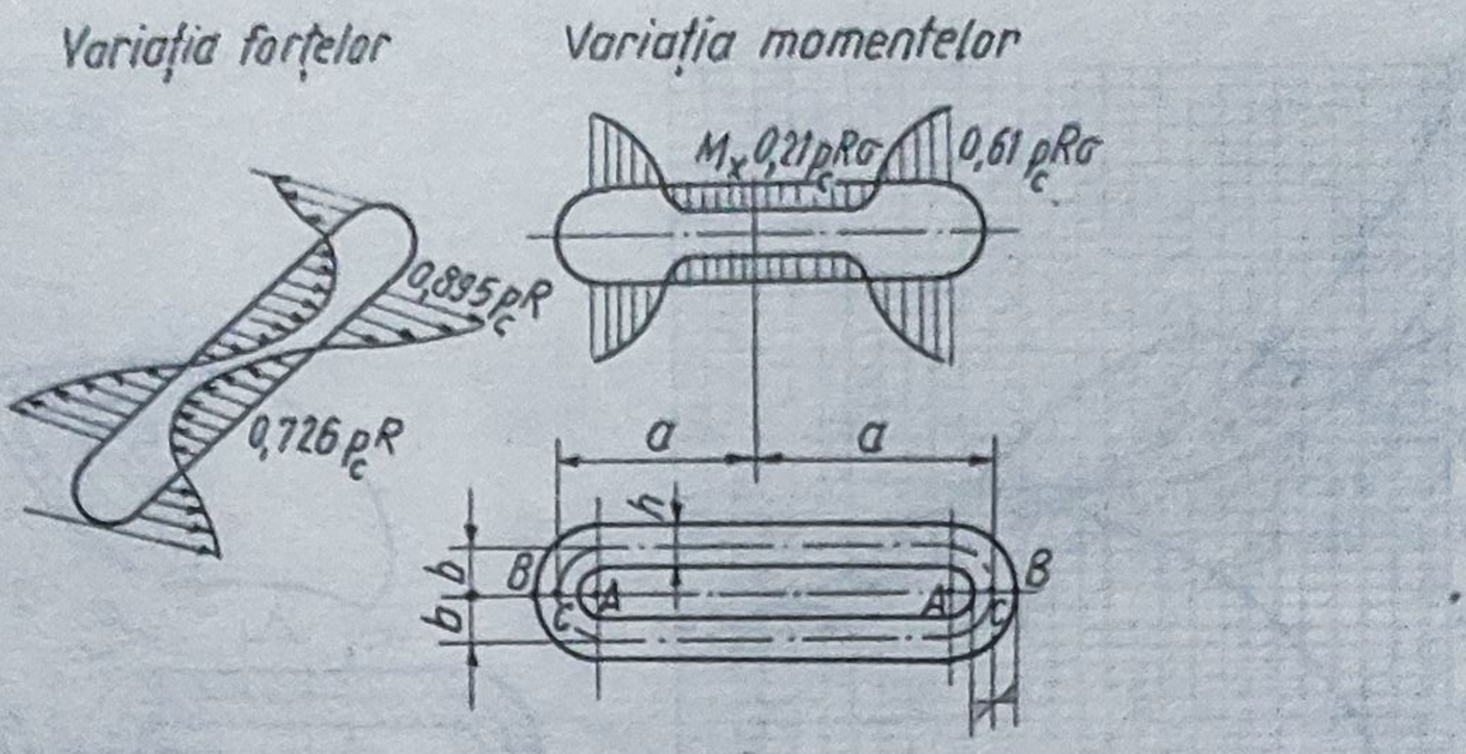


Fig.1.88

Tabelul 1.28. **Relațiile de calcul ale parametrilor caracteristici ai tuburilor Bourdon**

Parametri caracteristici	Relațiile de calcul. Recomandările necesare
Deplasarea (săgeata) capătului liber al tubului, f	$f=\sqrt{f_r^2+f_t^2}=\frac{\Delta\gamma}{\gamma}R\cdot\Gamma(\gamma)$, unde $f_r=\frac{\Delta\gamma}{\gamma}\cdot R(1-\cos\gamma)$, $f_t=\frac{\Delta\gamma}{\gamma}\cdot R(\gamma-\sin\gamma)$ şi $\Gamma(\gamma)=\sqrt{(1-\cos\gamma)^2+(\gamma-\sin\gamma)^2}$, γ fiind unghiul la centru iniţial al tubului. Valorile lui $\Gamma(\gamma)$ mai pot fi deduse şi din nomograma din figura 1.84, în funcţie de unghiul γ. Pentru $\gamma=270^0$, la care se execută de obicei tuburile Bourdon, rezultă $f=5{,}71\ R(\Delta\gamma/\gamma)$
Unghiul relativ de rotire al capătului liber al tubului, $\Delta\gamma/\gamma$	- Pentru tuburile cu pereţi subţiri ($(h/b)<0{,}6$, $b\ll R$, fig. 1.80, a) $\frac{\Delta\gamma}{\gamma}=p_c\frac{1-\mu^2}{E}\frac{R^2}{bh}\left(1-\frac{b^2}{a^2}\right)\frac{\alpha}{\beta+\frac{R^2h^2}{a^4}}$. - Pentru tuburile cu pereţi groşi($(h/b)\geq 0.6\ldots0{,}7$, $(a/b)\geq 8$, fig. 1.83.a) $\frac{\Delta\gamma}{\gamma}=p_c\frac{1-\mu^2}{E}\frac{R^2}{bh}\frac{1-\chi}{\chi+\frac{h^2}{12b^2}}$, unde: p_c reprezintă presiunea interioară a fluidului; μ - coeficientul lui Poisson; E - modulul de elasticitate longitudinal al materialului tubului; R - raza axei tubului în stare iniţială; a, b - semiaxele conturului mediu al secţiunii tubului; h - grosimea peretelui; α,β - coeficienţii daţi în tabelul 1.29; χ - parametrul principal al tubului, având expresia: - pentru tuburile cu pereţi subţiri, $\chi=(Rh)/a^2$; - pentru tuburile cu pereţi groşi, $\chi=\frac{1}{c'a}\frac{sh^2c'a-\sin^2c'a}{sh c'a\cdot ch c'a+\sin c'a\cdot\cos c'a}$. c' fiind dat de relaţia $c'=\sqrt[4]{\frac{3}{R^2h^2}}$. Valorile lui χ mai pot fi deduse din nomograma din fig.1.83, b.
Coordonatele centrului instantaneu de rotaţie, x_{CIR} şi y_{CIR}	$x_{CIR}=-R\frac{1-\cos\gamma}{\gamma}$ şi $Y_{CIR}=R\left(1-\frac{\sin\gamma}{\gamma}\right)$, iar raza centrului instantaneu de rotaţie, corespunzătoare capătului liber al tubului, $\rho_{CIR}=\frac{f}{\Delta\gamma}=\frac{R\cdot\Gamma(\gamma)}{\gamma}$.

Tabelul 1.28 (continuare)

Parametrii caracteristici	Relaţiile de calcul. Recomandările necesare
Unghiul dintre direcţia săgeţii totale f şi cea a componentei tangenţiale f_t. φ	$\varphi = \operatorname{arctg}\dfrac{1-\cos\gamma}{\gamma-\sin\gamma}$ Unghiul φ condiţionează poziţionarea mecanismului de amplificare şi poate fi dedus şi din nomograma din figura 1.84.
Coeficientul de siguranţă pentru determinarea presiunii limită $p_{c\,lim}$, ce condiţionează existenţa caracteristicii liniare, c	$c = (p_{c\,lim}/p_c) = 1.5\ldots2.5$. La proiectare, parametrii tubului trebuie aleşi astfel încât să le corespundă o presiune limită $p_{c\,lim}$ care să asigure o caracteristică liniară şi o sensibilitate suficientă. Sensibilitatea creşte o dată cu micşorarea grosimii h şi şi cu mărirea razei de curbură R a tubului, depinzând şi de raportul (a/b) al cărui optim se indică a fi 5...6. În cazul secţiunii circulare, sensibilitatea tubului este nulă.
Variaţia volumului cavităţii tubului în funcţie de presiune, ΔV	$\Delta V = 12p_c\dfrac{1-\mu^2}{E}\dfrac{R^2}{h}\alpha\gamma\left(1-\dfrac{b^2}{a^2}\right)\dfrac{n}{\beta+\dfrac{R^2h^2}{a^4}}$ sau $\Delta V = 12\dfrac{\Delta\gamma}{\gamma}R\cdot a\cdot b\cdot\gamma\left(1-\dfrac{b^2}{a^2}\right)\cdot\dfrac{n}{a}$ sau $\Delta V = 12f\cdot a\cdot b\cdot\gamma\left(1-\dfrac{b^2}{a^2}\right)\cdot\dfrac{n}{\alpha\cdot\Gamma(\gamma)}$, unde n, α şi β sunt daţi în tabelul 1.29.
Momentul încovoietor în secţiunea de încastrare a tubului, M_i	- Pentru tubul cu pereţi subţiri $M_i = 24p_c\cdot R\cdot a\cdot b\left(1-\dfrac{b^2}{a^2}\right)\dfrac{m_1}{m_2^2+\dfrac{R^2h^2}{a^4}}$. unde m_1 şi m_2 sunt daţi în tabelul 1.29. - Pentru tubul cu pereţi groşi $M_i = 4p_cRab(1-\chi)$.
Componentele forţei de tracţiune, când capătul tubului este liber, corespunzătoare limitării săgeţii, în direcţiile tangenţială şi radială, F_t şi F_r	- Pentru tubul cu pereţi subţiri $F_t = (M_ik_t)/24R$ şi $F_r = (M_ik_r)/24R$, unde $k_t = [48(\gamma-\sin\gamma)]/(3\gamma-4\sin\gamma+\sin\gamma\cos\gamma)$ şi $k_r = [48(1-\cos\gamma)]/(\gamma-\sin\gamma\cos\gamma)$. Valorile lui k_t şi k_r pot fi deduse şi din nomograma din figura 1.85. - Pentru tubul cu pereţi groşi $F_t = 8p_cab(1-\chi)[(\gamma-\sin\gamma)/(3\gamma-4\sin\gamma+\sin\gamma\cos\gamma)]$. $F_r = 8p_cab(1-\chi)[(1-\cos\gamma)/(\gamma-\sin\gamma\cos\gamma)]$.
Componentele forţei de tracţiune care acţionează în articulaţia tubului cu pereţi subţiri. F_{tt} şi F_{rt}	$F_{tt} = (M_iq_t)/24R$ şi $F_{rt} = (M_iq_r)/24R$, unde q_t şi q_r se determină din nomograma din figura 1.85. Forţa de tracţiune din articulaţie are expresia $F_t = \sqrt{F_{tt}^2+F_{rt}^2}$, iar unghiul cu care se răsuceşte capătul tubului şi care defineşte direcţia de acţionare a lui F_t, $\psi = \operatorname{arctg}(q_r/q_t)$. Valorile lui ψ se mai pot deduce şi din nomograma din figura 1.84.
Tensiunile normale după cele două direcţii, corespunzătoare stării de tensiune biaxiale cauzate de presiunea interioară a tubului, σ_1 şi σ_2	$\sigma_1 = [E/(1-\mu^2)](\epsilon_1+\mu\epsilon_2)$ şi $\sigma_2 = [E/(1-\mu^2)](\epsilon_2+\mu\epsilon_1)$ sau, ţinând seama de relaţiile deformaţiilor - longitudinală ϵ_1 şi transversală ϵ_2 - mai rezultă $\sigma_1 = p_c(R^2/a^2)[1-(b^2/a^2)][3/(\beta+\chi^2)][(2/\chi)\Phi\pm\mu\Omega]$ şi $\sigma_2 = p_c(R^2/a^2)[1-(b^2/a^2)][3/(\beta+\chi^2)][\pm\Omega+\mu(2/\chi)\Phi]$. unde Φ şi Ω sunt funcţii dependente de poziţia punctului pe contur, determinat prin coordonatele x şi φ (fig. 1.86). Semnul + corepunde conturului exterior al secţiunii transversale, iar - conturului interior. În diagramele din figura 1.87, a şi b, se dau valorile funcţiilor Ω şi Φ pentru secţiunile plan-ovală şi eliptică.

Tabelul 1.28 (continuare)

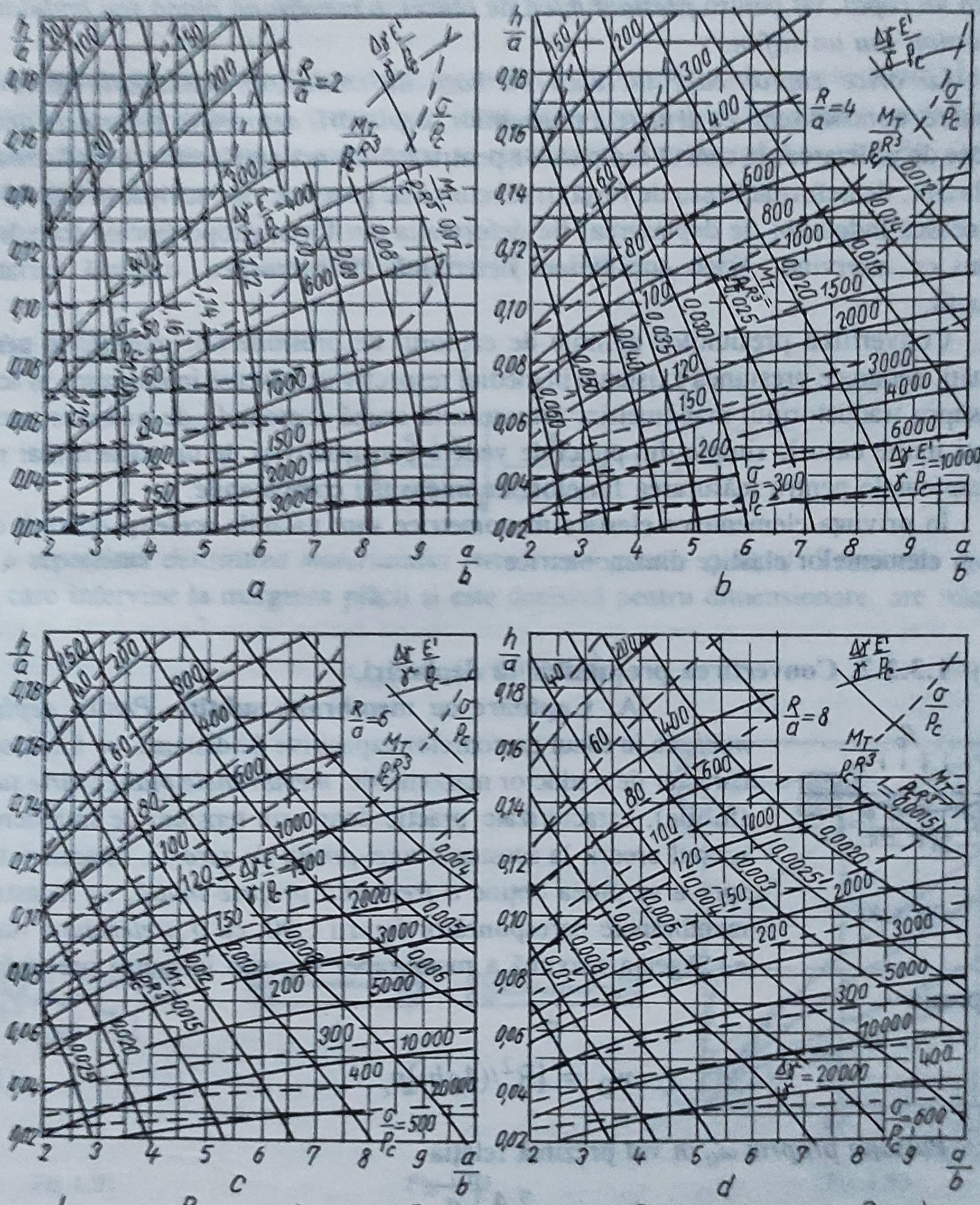
Parametrii caracteristici	Recomandările necesare
Tensiunea echivalentă (conform teoriei energiei maxime de deformație), σ_e	$\sigma_e = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2}$, care se poate calcula în orice punct al tubului. În cazul secțiunii oval-alungite, cu $(a/h) \geq 4$ și $\chi = (Rh)/a^2 \geq 0{,}4$, punctul cel mai solicitat este B (fig. 1.88), iar σ_e are relația $\sigma_e = p_f(R^2/a^2)[1-(b^2/a^2)][2{,}66/(\beta+\chi^2)]k'$, valorile coeficienților β și k' fiind date în tabelul 1.29. În figura 1.88 sunt prezentate variațiile forțelor și momentelor în secțiunea tubului - cu caracteristicile constructive menționate - dându-se indicații orientative asupra ordinului lor de mărime. Pentru anumite valori ale raportului (ρ/h), unde ρ reprezintă raza de curbură a secțiunii oval-alungite a tubului în punctul C, îndeplinind condiția $\rho = b$, punctul cel mai solicitat este A, a cărui tensiune echivalentă are expresia $\sigma_{e\,max} = k_1\sigma_e$, valorile coeficientului k_1 fiind specificate în tabelul 1.30, în funcție de raportul (ρ/h).

Tabelul 1.29. **Valorile coeficienților necesari calculului tuburilor Bourdon**

Forma secțiunii	Coeficientul	a/b											
		1	1,5	2	3	4	5	6	7	8	9	10	∞
oval-alungită	α	0,637	0,594	0,548	0,480	0,437	0,408	0,388	0,372	0,360	0,350	0,343	0,267
	β	0,096	0,110	0,115	0,121	0,121	0,121	0,121	0,120	0,119	0,119	0,118	0,114
	n	0,149	0,167	0,166	0,152	0,140	0,132	0,126	0,121	0,118	0,115	0,113	0,089
	m_1	0,0833	0,0848	0,0815	0,0743	0,0690	0,0652	0,0624	0,0602	0,0585	0,0571	0,0560	0,0444
	m_2	0,811	0,713	0,652	0,591	0,552	0,524	0,504	0,488	0,476	0,467	0,459	0,296
	k'	–	0,446	0,494	0,547	0,575	0,593	0,605	0,613	0,620	0,625	0,629	–
eliptică	α	0,750	0,636	0,566	0,493	0,452	0,430	0,416	0,406	0,400	0,395	0,390	0,368
	β	0,083	0,062	0,053	0,045	0,044	0,043	0,042	0,042	0,042	0,042	0,042	0,042
	n	0,197	0,149	0,142	0,121	0,111	0,106	0,102	0,100	0,098	0,097	0,095	0,089
	m_1	0,0982	0,0775	0,0662	0,0565	0,0155	0,0480	0,0465	0,0460	0,0455	0,045	0,0445	0,0409
	m_2	0,833	0,662	0,584	0,499	0,459	0,439	0,429	0,423	0,416	0,410	0,404	0,381

Tabelul 1.30. **Valorile coeficientului k_1**

$\frac{c}{h}$	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	3,0	4,0	5,0
k_1	2,89	2,10	1,80	1,63	1,53	1,39	1,32	1,26	1,23	1,20	1,13	1,10	1,09



(a – pentru $\frac{R}{a}=2$; b – pentru $\frac{R}{a}=4$; c – pentru $\frac{R}{a}=6$; d – pentru $\frac{R}{a}=8$)

Fig. 1.89

1.3.2. Captoare cu elemente elastice manometrice

1.3.2.1. Generalităţi. Formele constructive ale captoarelor pentru măsurarea presiunilor cu elemente elastice variază corespunzător mărimii presiunii maxime ce trebuie evaluată. Astfel, *pentru presiuni mari, captoarele au ca element elastic un tub cilindric închis la un capăt*, iar pentru *presiuni mici*, de obicei, *o membrană plană sau ondulată, un tub Bourdon sau un silfon.*

La orice captor care lucrează pe bază de traductor manometric intervin în funcţionare, concomitent, ca urmare a presiunilor, *deplasări, deformaţii şi forţe de arcuire.* În funcţie de utilizarea, în cadrul captoarelor pentru măsurarea presiunilor, a traductoarelor de deplasare, de deformaţie sau de forţă, traductorul de presiune este echipat în aşa fel încât să definească îndeosebi fie deplasarea, fie deformaţia sau forţa, proporţionale cu mărimea presiunii ce intervine. Acest considerent determină, de asemenea, o gamă variată de construcţii.

Convertirea presiunilor definite de captorul de presiune nu implică, în genere, dificultăţi, deoarece presiunea existentă în mediul respectiv acţionează întotdeauna în acelaşi mod asupra traductorului manometric. Din această cauză captoarele de presiune sunt, în cele mai multe cazuri, simple din punct de vedere constructiv şi de un gabarit mai redus decât captoarele pentru măsurarea forţelor, de intensităţi comparabile.

În privinţa elementelor elastice manometrice sunt valabile aceleaşi condiţii ce se impun şi elementelor elastice dinamometrice.

1.3.2.2. Convertirea presiunilor în deplasări.

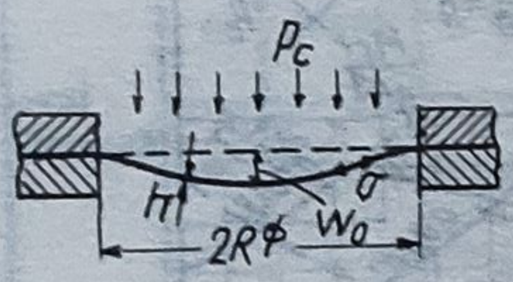


Fig.1.90

A. **Captoare cu membrane subţiri**. *Pentru deplasări mici*, ca în cazul captoarelor capacitive de distanţă, se folosesc, cu caracter de traductor manometric, *membranele plane foarte subţiri* (foliile), caracterizate practic doar prin tensiuni de întindere. În scopul creerii la acestea *a unei poziţii de zero* şi, în acelaşi timp, spre a se putea obţine *o frecvenţă proprie înaltă*, se încastrează membranele corespunzător figurii 1.90, *cu o pretensiune radială* σ. Săgeata maximă a membranei w_0, sub influenţa presiunii p_c, are expresia

$$w_0 = [R^2/(4\sigma h)]p_c. \qquad (1.86)$$

Pulsaţia proprie ω_0 *în vid* prezintă relaţia

$$\omega_0 = \frac{2,4}{R}\sqrt{\frac{\sigma}{\rho}}, \qquad (1.87)$$

unde ρ este *densitatea materialului membranei*. În cazul traductoarelor tehnice relaţia (1.87) indică doar un început, întrucât arcuirea eficientă ca şi masa eficace a membranei sunt considerabil dependente de mediul înconjurător. *Avantajul principal al traductoarelor cu membrane subţiri îl constituie marea lor sensibilitate la frecvenţe proprii înalte*. Un important domeniu de utilizare al acestora îşi găseşte loc în acustică sub formă de "*microfon*

cu condensator" pentru măsurarea presiunilor foarte mici.

B. Captoare cu membrane groase (plăci, $w_0 \ll h$). Din punct de vedere practic, la astfel de membrane sunt preponderente *tensiunile de încovoiere.* Săgeata maximă la mijlocul plăcii, sub influenţa presiunii p_c (fig. 1.91), este

$$w_0 = (3/16)[(1-\mu^2)/E](R^4/h^3)p_c. \quad (1.88)$$

Pentru *presiuni p_c foarte mici*, ecuaţia (1.88) corespunde cu exactitate. În cazul *presiunilor p_c mai mari*, w_0 creşte mai încet deoarece, datorită apariţiei tensiunilor de întindere, acesată categorie de membrane se rigidizează. În domeniul $w_0 \leq 1{,}2h$, *eroarea de liniaritate e* devine

$$e = -[0{,}53(w_0/h)^2]/[1+0{,}53(w_0/h)^2]. \quad (1.89)$$

Pulsaţia proprie ω_0 în vid este

$$\omega_0 = \frac{5{,}12h}{R^2}\sqrt{\frac{E}{3\rho(1-\mu^2)}}, \quad (1.90)$$

unde ρ reprezintă *densitatea materialului membranei groase (plăcii).* Tensiunea maximă σ_{max}, care intervine la marginea plăcii şi este decisivă pentru dimensionare, are relaţia

$$\sigma_{max} = (3/4)(R/h)^2 p_c. \quad (1.91)$$

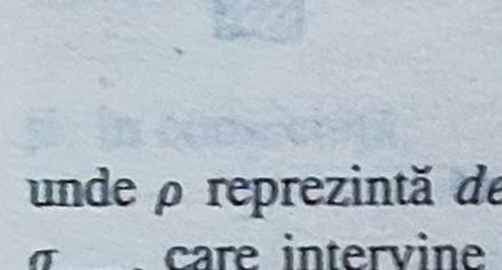


Fig.1.91

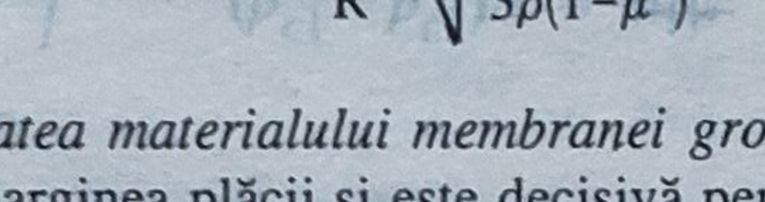


Fig.1.92

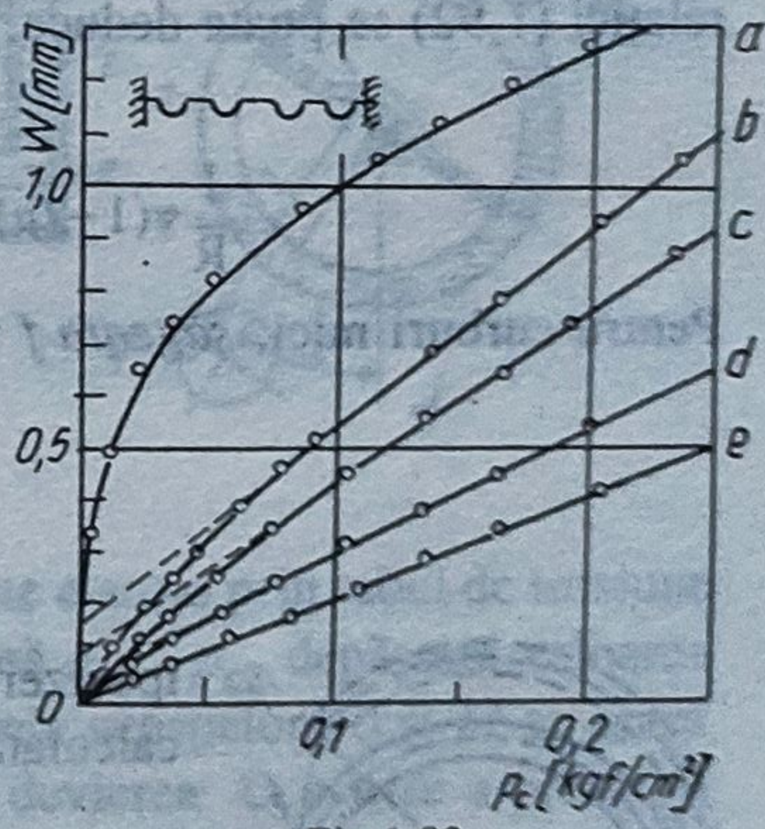


Fig.1.93

Forma constructivă foarte simplă a membranei-plăci, respectiv două inele între care este încastrată o şaibă plan-paralelă (fig.1.92, a), se realizează uşor, dar se caracterizează prin *erori de histerezis şi de neliniaritate.* Din acestă cauză, în cazul plăcilor de grosime mai mică, calculul trebuie să se axeze pe efectele flambajului. Rezultatele experimentale indică *membranele-plăci corespunzătoare tipului b din fig. 1.92 ca fiind de preferat.*

Dacă prin intermediul membranei-plăci plan-paralele se obţin deplasări prea mici, respectiv când eroarea de liniaritate este prea mare, se folosesc *membrane-plăci gofrate.*

În figura 1.93 se prezintă *influența adâncimii ondulațiilor* pentru arcurile caracteristice cu: diametrul de $2R = 108$ mm, grosimea de $h = 0{,}32$ mm și adâncimea, în mm, de: *a*) 0, *b*) 0,6, *c*) 0,9, *d*)1,5 și *e*) 3. După cum se observă, *eroarea de liniaritate se poate anihila prin mărirea adâncimii gofreurilor*; în cazul acesta, însă, *scade și sensibilitatea*.

C.Captoare cu elemente elastice tubulare. De obicei, pentru măsurarea presiunilor înalte se folosesc *elemente elastice tubulare*, conform figurii 1.94. Acestea se recomandă prin construcția lor simplă, fiind însă mai puțin apte pentru măsurări de precizie. *Deplasarea* Δl, ce se obține corespunzător *presiunii de acționare* p_c, este, în cazul pereților subțiri ai tubului, dată de relația

$$\Delta l = (D/E)l\{[D/(D^2 - d^2)] - \mu[l/(D - d)]\}p_c\}. \qquad (1.92)$$

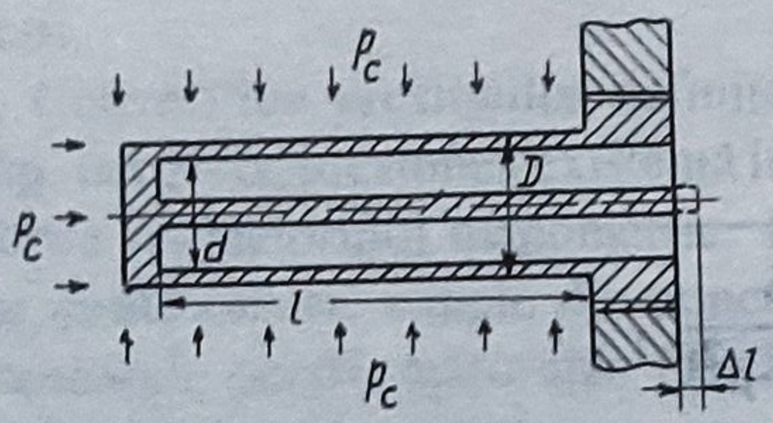


Fig.1.94

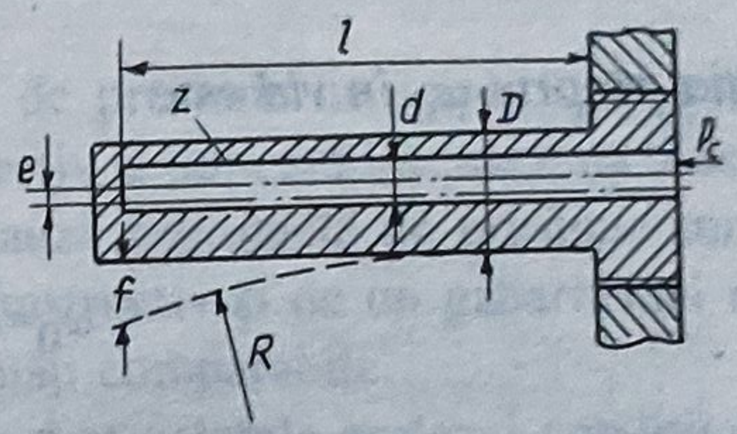


Fig. 1.95

Cel mai simplu se poate realiza arcul tubular prezentat în figura 1.95. Acesta se încovoaie sub acțiunea presiunii interioare p_c, așa cum se arată în figură,deoarece forța axială rezultată datorită acestei presiuni devine eficace printr-o *excentricitate e*. Conform relației (1.92) se poate deduce, pentru raza de curbură R, expresia

$$\frac{1}{R} = (1-2\mu)\frac{e^2D^2d^2}{0{,}0625(D^4-d^4)(D^2-d^2)-e^2D^2d^2}\frac{p_c}{E}. \qquad (1.93)$$

Pentru curburi mici, *săgeata f* va fi

$$f = l^2/(2R). \qquad (1.94)$$

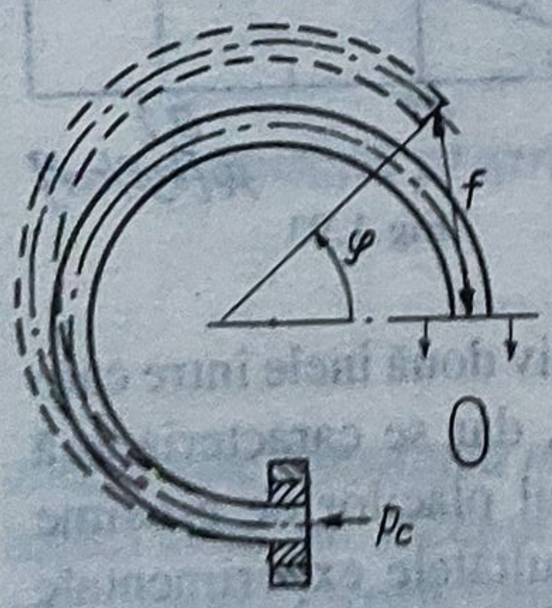


Fig. 1.96

Solicitarea maximă se află de-a lungul liniei Z. Conform ipotezei energiei de modificare a formei, tensiunea echivalentă calculată, σ_e, are relația

$$\sigma_e = \sqrt{3}\frac{D^2}{D^2-(d+2e)^2}\left[1-4e\frac{d+e}{D^2+d^2}\right]p_c. \qquad (1.95)$$

Elemente elastice tubulare corespunzătoare figurii 1.95 nu s-au putut folosi până în prezent, din cauza lungimii mari a acestora. Îndeosebi, *pentru măsurarea, a presiunilor foarte mari în laboratoare, de exemplu până la 1 000 N/mm*^{2}, acestea par însă să

ofere avantaje. Din punct de vedere tehnic, o mare însemnătate o prezintă *tubul Bourdon*, reprezentat schematic în figura 1.96. Acesta constă dintr-un tub circular încovoiat de secţiune inelară, necirculară, care se deformează sub acţiunea presiunii interioare p_c. Deplasarea f, respectiv unghiul φ, sunt apoi o măsură pentru această presiune.

Acestea au o anumită mărime, dar prin lungirea tubului în *forma unor linii spirale*, pot încă să crească. Presiunile nominale uzuale se situează între circa 1 până la câteva sute de N/mm^2.

D. Captoare cu diverse sisteme de elemente elastice. Îndeosebi în tehnica chimiei se folosesc unele captoare cu sisteme de elemente elastice speciale, dintre care cele mai importante sunt prezentate schematic în figura 1.97. Astfel, *celula Barton* (fig.1.97, *a*), *posedă două silfoane de presiune 1* şi *2*, de rigiditate redusă, ale căror *deplasări* sunt *cuplate în mod rigid împreună cu plăcile de capăt 3 şi 4 şi cu tija ventilului 5*. De placa de capăt *4* sunt legate arcurile elicoidale cilindrice de tracţiune *6* şi *7*. Când $p_{c1} > p_{c2}$, silfonul de presiune *1* este comprimat iar silfonul de presiune *2* - alungit. Prin aceasta, arcurile elicoidale cilindrice de tracţiune *6* şi *7*, cu constanta arcului c comună, sunt deviate cu deplasarea s. În caz de echilibru, forţa ce se exercită pe suprafaţa de arie A este egală cu forţa arcului, deci:

$$(p_{c1} - p_{c2})A = c\,s \tag{1.96}$$

şi, în consecinţă,

$$p_{c1} - p_{c2} = (c/A)s. \tag{1.97}$$

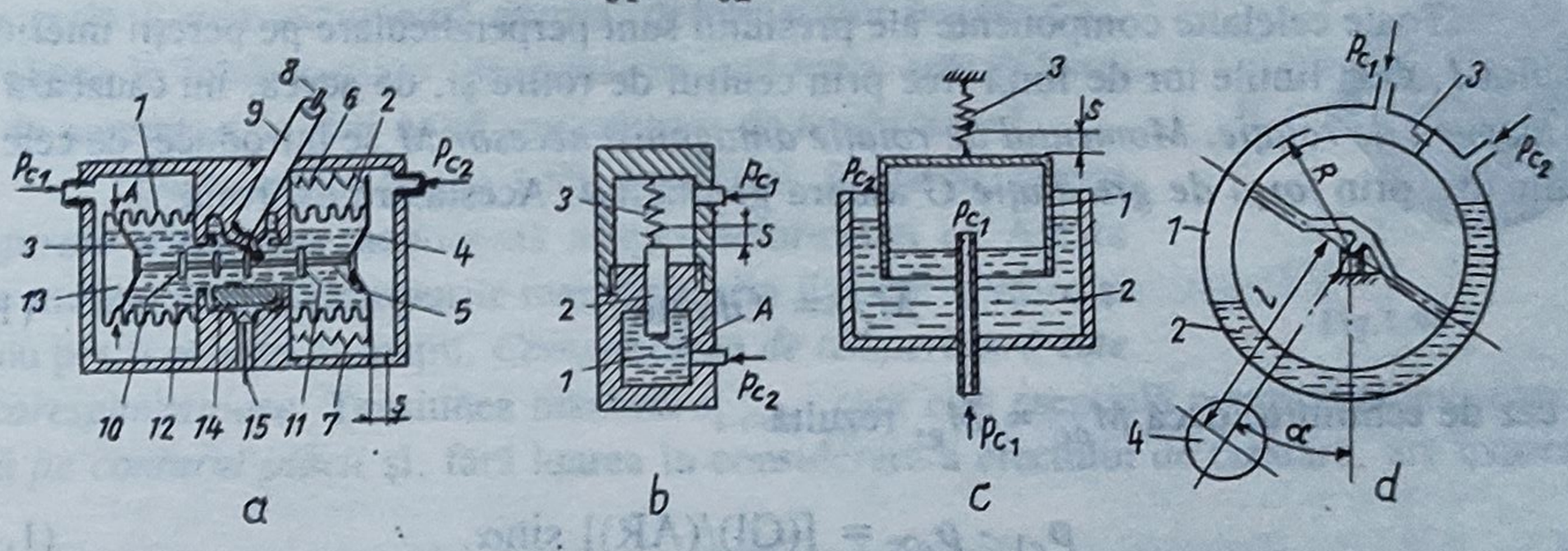


Fig. 1.97

Deplasarea s - prin intermediul arborelui *8*, care este etanşat prin tubul de torsiune elastic *9* - este transformată, în exterior, în unghi. În caz că $p_{c1} - p_{c2}$ depăşeşte valoarea finală a domeniului de măsurare, respectiv $p_{c1} > p_{c2}$, talerele supapelor *10* şi *11* se aşază pe suprafeţele de etanşare corespunzătoare, limitând astfel devierea. O mărire a presiunii în continuare nu mai poate afecta silfoanele de presiune *1* şi *2*, deoarece acestea sunt umplute cu un fluid incompresibil *12*. Variaţiile de volum ale fluidului *12* din cauza variaţiilor de temperatură pot fi echilibrate în camera de echilibrare *13*. Prin modificările secţiunii canalului de supracurent *14*, cu ajutorul ventilului *15*, se realizează schimbarea amortizării celulei. *Domeniile de măsurare uzuale* sunt de ordinul a câţiva 0,1 N/mm^2. *Erorile* se situează între $\pm 0{,}5\%$ şi 1% din valoarea finală a domeniului de măsurare. Un avantaj de o importanţă deosebită îl constituie *capacitatea de supraîncărcare* de 100 până la de 1 000 de ori a valorii finale a domeniului de măsurare.

În *instalaţia de măsurare cu piston rotativ* prezentată schematic în figura 1.97, *b* *presiunea diferenţială* acţionează, prin străbaterea unui recipient cu ulei *1*, pe suprafaţa *A* a unui piston 2. Acesta este solidarizat cu arcul *3* de constantă elastică *c*. În caz de echilibru este valabilă, de asemenea, relaţia (1.97). Spre a elimina forţele de frecare generatoare de erori, pistonul *2* este *permanent rotit cu câteva rotaţii/min în jurul axei sale longitudinale*. Prin pretensionarea arcului *3* se poate limita porţiunea utilizată a domeniului de măsurare, de exemplu cu 80%. *Domeniile de măsurare obişnuite se situează între aproximativ 10 şi 50 N/mm*^{2}.

În cazul instalaţiei de măsurare cu clopot scufundător (plonjor), ilustrată schematic în figura 1.97, *c*, se utilizează forţa portantă a clopotului scufundător *1*, care este introdus într-un lichid 2. Forţa portantă este măsurată cu ajutorul unui arc *3*. Este de asemenea valabilă relaţia (1.97). Se obţin astfel *domenii de măsurare de la câţiva mm până la aproximativ 250 mm col apă*. *Erorile* se situează între $\pm$0,5% şi $\pm$1% din valoarea finală a domeniilor de măsurare ale acestora.

Balanţa inelară pentru măsurarea presiunilor, reprezentată schematic în figura 1.97, *d*, posedă un tub inelar *1* în care se află un lichid de separare *2*. Tubul *1* este împărţit - prin intermediul unui perete transversal *3* având aria suprafeţei *A* - în două jumătăţi şi este sprijinit pe lagăre. În cazul în care intervine o diferenţă de presiune p_{c1} - p_{c2}, aceasta acţionează asupra peretelui transversal *3* sub forma unui moment M_{pc} care are expresia

$$M_{pc} = AR(p_{c1} - pc_2). \qquad (1.98)$$

unde R reprezintă distanţa centrului de masă al suprafeţei de arie A.

Toate celelalte componente ale presiunii sunt perpendiculare pe pereţii interiori ai tubului *1*, deci liniile lor de forţă trec prin centrul de rotire şi, de aceea, nu cauzează nici un *moment de rotaţie*. *Momentul de rotaţie antagonist necesar* M_g se introduce, de cele mai multe ori, prin *forţa de gravitaţie* G asupra greutăţii *4*. Acesta are expresia

$$M_G = Gl\sin\alpha. \qquad (1.99)$$

În caz de echilibru, dacă $M_{pc} = M_g$, rezultă

$$p_{c1} - p_{c2} = [(Gl)/(AR)]\ \sin\alpha. \qquad (1.100)$$

Greutatea specifică a lichidului de separare *2*, ca şi volumul acestuia, asigură în mod cert valoarea finală a domeniului de măsurare, nu însă şi *sensibilitatea balanţei inelare*. *Balanţa inelară este*, de cele mai multe ori, utilizată pentru diferenţe de presiune mici, de exemplu de la câţiva mm până la câteva sute de mm col. apă. *Erorile* se situează la $\pm$0,5% din valoarea finală a domeniului de măsurare.

1.3.2.3. Convertirea presiunilor în deformaţii

A. Captoare cu membrane groase (plăci, $w_o \ll h$). Pentru captoarele de presiune plane, în special, se folosesc adesea *membrane-plăci*, a căror *deformaţie* ϵ constituie o măsură pentru presiunea p_c. Ţinându-se seama de notaţiile din figura 1.98, *a*, se obţin, în

condiţiile valabilităţii relaţiei (1.88), pentru deformaţiile tangenţială ϵ_t şi radială ϵ_r, expresiile

$$\epsilon_t = (3/8)[(1-\mu^2)/E](R^2/h^2)[1-(r^2/R^2)]p_c, \quad (1.101)$$

$$\epsilon_r = (3/8)[(1-\mu^2)/E](R^2/h^2)[1-(3r^2/R^2)]p_c \quad (1.102)$$

În figura 1.98, *b* relaţiile (1.101) şi (1.102) au fost transpuse grafic, raportându-se ϵ_t şi ϵ_r la deformaţia ϵ_0 din mijlocul plăcii. În timp ce ϵ_t rămâne continuu *pozitiv*, iar *spre conturul plăcii devine zero*, din cauza inelului rigid, ϵ_r - la valoarea $r/R = 0{,}577$ - îşi schimbă semnul său iniţial şi atinge *valoarea sa maximă pe conturul plăcii*.

Măsurarea deformaţiilor se realizează, practic, numai cu *captoare cu semiconductori sau cu mărci tensometrice*. În special se folosesc mărci tensometrice sub formă de *folii* care au fost create anume pentru acest scop.

În figura 1.98, *c* se prezintă tipul cel mai utilizat, la care *grilele 1 şi 2* se referă la *deformaţiile* ϵ_r şi ϵ_t *pozitive*, iar *grilele 3 şi 4* - la deformaţiile ϵ_r negative. Este posibilă astfel realizarea unui *montaj în punte completă cu o mai bună compensare de temperatură*.

Tipul constructiv ilustrat în figura 1.98, *d* posedă o *spirală dublă 1* care acţionează asupra deformaţiilor pozitive ϵ_t şi o *grilă 2*, care acţionează asupra deformaţiilor negative ϵ_r. Se obţine în felul acesta *o semipunte de mai mare sensibilitate* şi, de asemenea, *o mai bună compensare de temperatură*.

Tipul expus în figura 1.98, *e* prezintă, în sfârşit, numai *o spirală dublă* care acţionează asupra deformaţiei ϵ_t. Acesta este utilizat doar când tipurile mai mari, din figurile 1.98, *c* şi *d*, nu pot fi plasate în spaţiu. *Compensarea de temperatură este necorespunzătoare*. Tensiunea maximă $\sigma_{r\,max}$, care este esenţială pentru dimensionare, *se află pe conturul plăcii* şi, fără luarea în considerare a efectului de crestare, are expresia

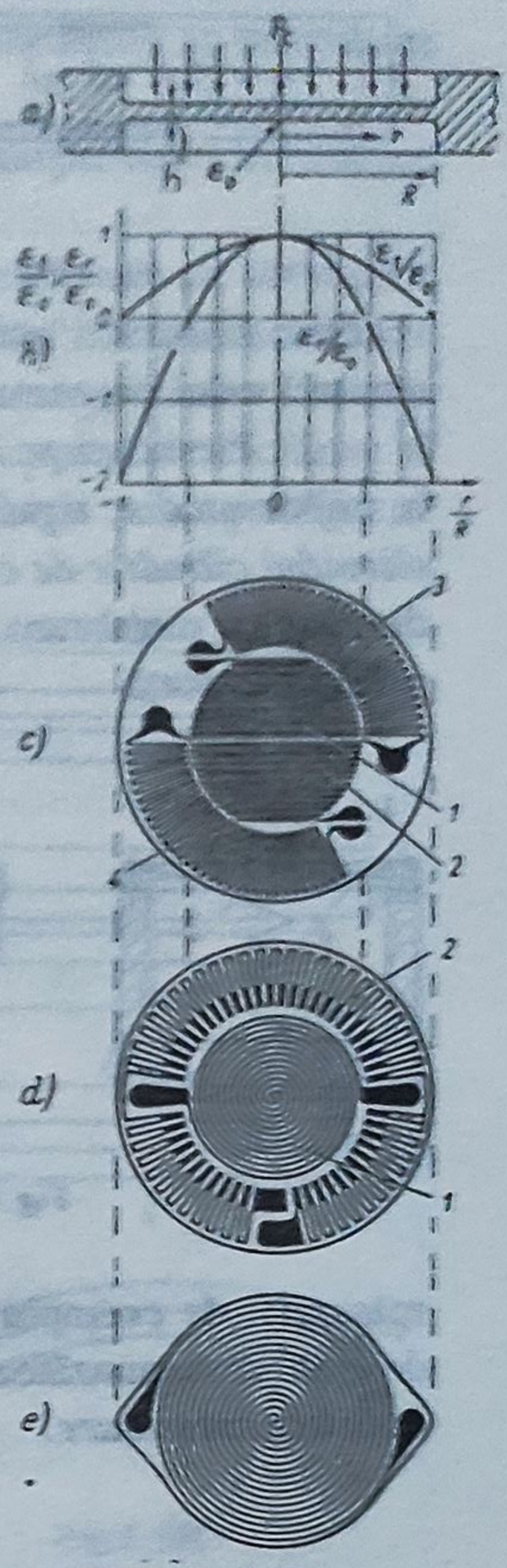


Fig.1.98

$$\sigma_{r\,max} = (3/4)(R^2/r^2)p_c. \quad (1.103)$$

Pentru *pulsaţia proprie* este din nou valabilă relaţia (1.90).

B.Captoare cu elemente elastice tubulare. În principiu, elementele elastice tubulare - ale căror deformaţii proporţionale cu presiunea se utilizează pentru măsurări - sunt realizate aproape numai din *ţevi drepte cu alezaj concentric*, conform figurii 1.99. Pentru $(D - d) \ll D$ se obţine, la o distanţă suficientă de capete, *deformaţia longitudinală* ϵ_l *şi transversală* ϵ_q, având relaţiile:

$$\epsilon_l = [(1 - 2\mu)/E][d^2/(D^2 - d^2)]p_c, \quad (1.104)$$

$$\epsilon_q = [(2 - \mu)/E][d^2/(D^2 - d^2)]p_c. \quad (1.105)$$

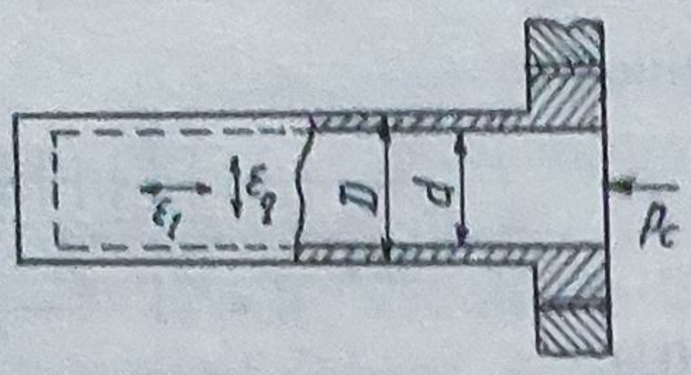


Fig.1.99

Domeniile de măsurare obișnuite se situează între câteva zecimi de N/mm^2 și câteva sute de N/mm^2.

1.3.2.4. Convertirea presiunilor în forțe

Pentru *transformarea presiunilor în forțe* în vederea măsurării acestora se utilizează, de cele mai multe ori, o structură de captor similară celei prezentate în figura 1.100, *a*.

Presiunea p_c acționează asupra unei *membrane subțiri sau groase 1* care are fixat în mijloc un *disc rigid 2* ce se sprijină pe un *traductor de forță 3*, reprezentat printr-un *arc elicoidal cilindric de compresiune*. Se alege apoi constanta traductorului de forță *3* suficient de mare ca membrana (subțire sau groasă) *1* să nu se încovoaie plastic, adică efectiv să nu preia vreo forță.

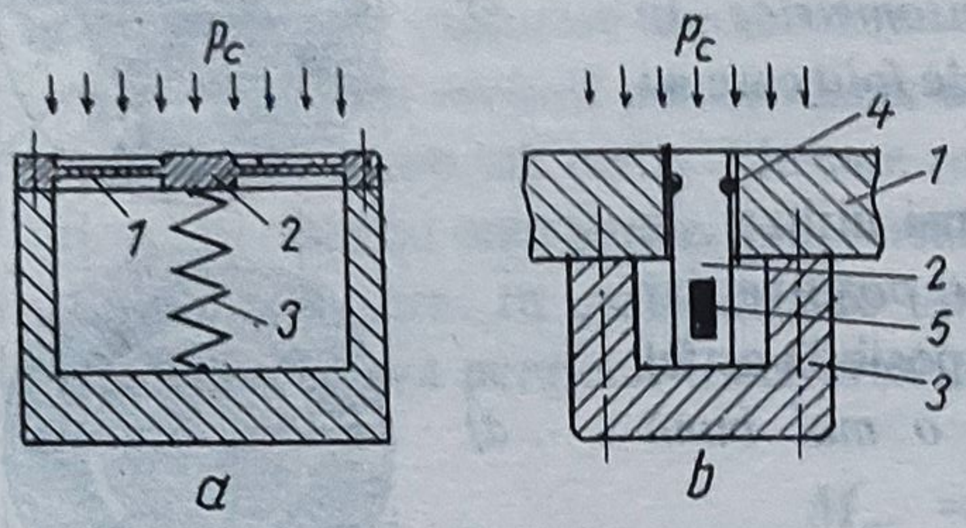


Fig.1.100

Un captor puțin obișnuit pentru măsurarea presiunilor foarte mari este prezentat schematic în figura 1.100, *b*. *Peretele 1* al recipientului de presiune este prevăzut cu un alezaj în care este introdus un *bolț elastic 2*, foarte precis păsuit. Acesta este sprijinit prin intermediul unui etrier *3*. Etanșarea față de camera de presiune este realizată printr-un inel de etanșare obișnuit *4* din material plastic. Forța în bolț este măsurată, de exemplu, cu ajutorul unei mărci tensometrice *5*. Captoare de acest gen s-au dovedit corespunzătoare până la presiuni de 1 000 N/mm^2, la *măsurări în domeniul balisticii interioare*.

1.4. Elemente elastice bimetalice

1.4.1. Construcție și calcul

1.4.1.1. Generalități. Tipuri constructive. *Elementele elastice bimetalice* se relevă prin aplicațiile lor tehnice extinse în toate domeniile, mai ales în electrotehnică și electronică, datorită îndeosebi caracterului de *traductor de temperatură*. Astfel, acestea intervin sub formă de:

- *dispozitive de comandă* pentru acționarea unor mecanisme cu clichet sau pentru învingerea forței elastice a unui arc. Acestea din urmă se întâlnesc la robinetele folosite în siguranțele pentru flăcările de aprindere ale aparatelor cu gaz, la regulatoarele de tiraj ale instalațiilor de încălzire, la cuptoare, la regulatoarele pentru conductele de aer cald etc.;
- *dispozitive de conectare și de protecție cu relee* în construcția mașinilor și a instalațiilor electrice, care sunt de două feluri: întreruptoare automate și contactoare electromagnetice;
- *termostate pentru controlul și reglajul temperaturii* la: perna electrică de încălzit, fierul electric de călcat, plita electrică de încălzire, avertizorul simplu de incendiu, avertizorul diferențial de incendiu și oscilatorul cu lamelă de cuarț;

- *aparate pentru controlul şi măsurarea diferitelor mărimi neelectrice*, cum ar fi: temperatura (termometre bimetalice), presiunea (vacuummetre bimetalice) şi umiditatea (aparate cu două elemente elastice bimetalice);

- *aparate pentru măsurarea mărimilor electrice*, şi anume: ampermetre bimetalice şi wattmetre bimetalice;

- *relee termoelectrice telefonice* prentru deblocarea liniilor telefonice ale abonaţilor şi *siguranţe luminiscente telefonice* pentru protecţia anumitor circuite la supratensiuni;

- *dispozitive (startere) pentru aprinderea lămpilor luminiscente şi ionice*, în care elementul elastic bimetalic are un dublu rol:primul, de a închide circuitul de încălzire al electrozilor lămpii, şi al doilea, de a întrerupe acest circuit pentru a se produce o supratensiune necesară amorsării.

Elementul elastic bimetalic este compus din *două bare* confecţionate din materiale metalice *cu coeficienţi de dilatare diferiţi şi îmbinate nedemontabil* (prin nituri, sudură sau aliaj de lipire). Prin încălzire, elementul elastic (fig. 1.101) se încovoaie, deoarece cele două componente se dilată în mod diferit. *Bara 1*, cu coeficient de dilatare mai mic, împiedică dilatarea în lungime a elementului elastic bimetalic, ceea ce îi determină încovoierea. Aceasta este situată în partea convexă a curburii şi poartă numele de *element pasiv* sau *inert*. În schimb, *bara 2*, având coeficientul de dilatare mai mare, se găseşte pe partea concavă a curburii şi se numeşte *element activ*.

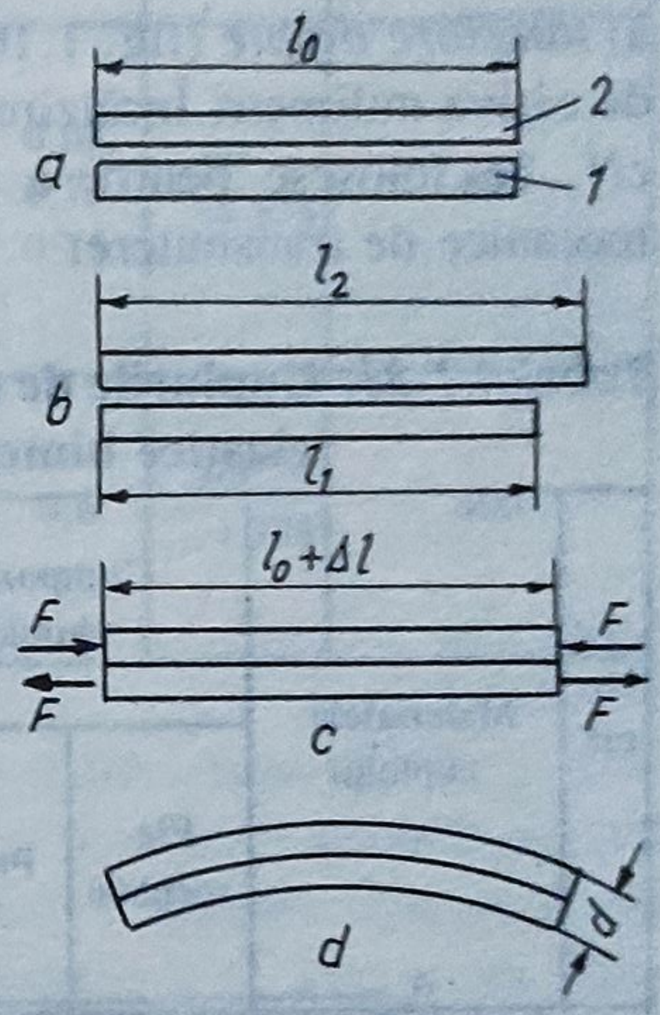


Fig.1.101

Deplasarea capătului unui element elastic bimetalic este mult mai mare decât dilatarea liniară a unei lamele de aceeaşi lungime, confecţionată din materialul metalic cu coeficientul de dilatare cel mai mare. În figura 1.102 se prezintă variaţia săgeţii de încovoiere a unui element elastic bimetalic lamelar drept în funcţie de temperatură. Dacă dispare sursa de căldură, temperatura revine la valoarea anterioară şi, ca atare, elementul elastic trebuie să capete forma iniţială.

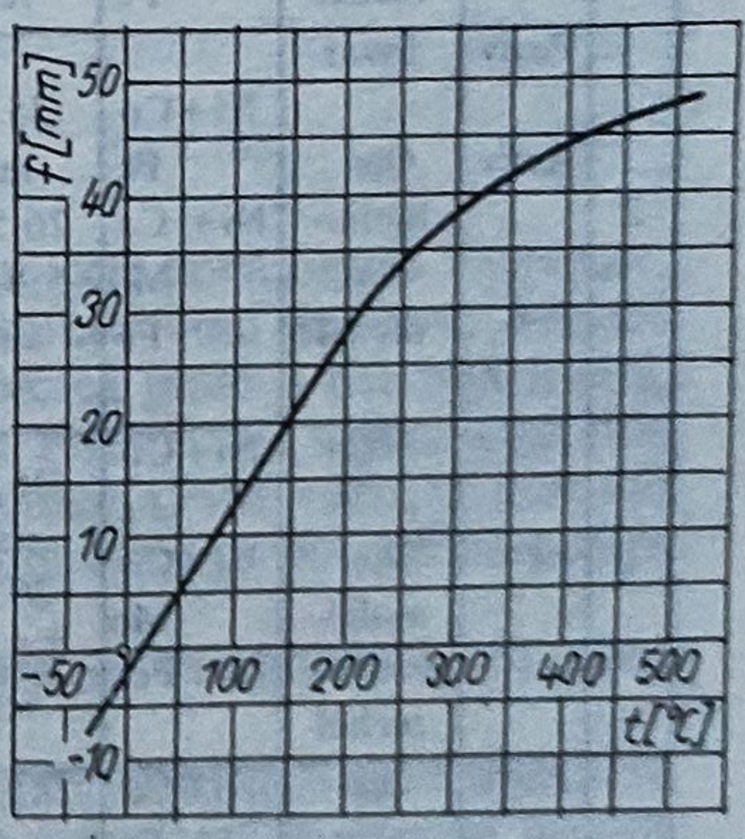


Fig.1.102

Larga utilizare în tehnică a elementelor elastice bimetalice cu rol de traductor se explică prin aceea că, *la o variaţie de temperatură, care constituie semnalul,* pot produce:

- *o mişcare* (deplasare) *datorită deformării*;

- *o forţă datorită tensiunilor interne* care apar dacă forţele exterioare se opun producerii deformării.

În general, *în aplicaţiile tehnice se utilizează rezultatul combinării dintre mişcare şi forţă*, generate de acelaşi element elastic bimetalic încălzit. *Cele două efecte se pot folosi succesiv sau simultan.*

Alegerea materialelor metalice întrebuinţate pentru componentele elementului elastic bimetalic este determinată în primul rând de coeficienţii de dilatare şi apoi de diferitele condiţii în care va lucra, ca de exemplu: temperatura, modul de încălzire, mediul înconjurător etc.

În tabelul 1.31 sunt date cuplurile de materiale metalice întrebuinţate frecvent pentru elementele elastice bimetalice, cu principalele caracteristici de care se ţine seama la alegerea lor.

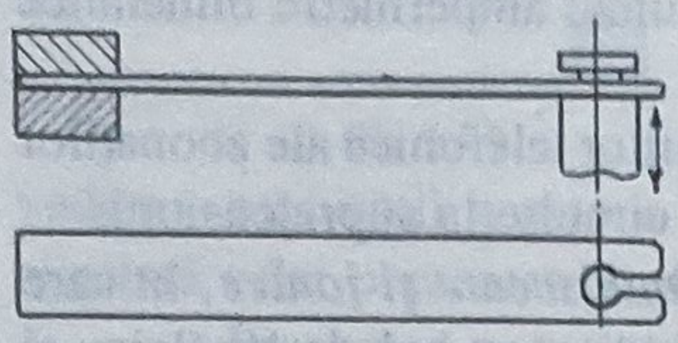


Fig. 1.103

În aplicaţiile practice se întâlnesc *diferite tipuri constructive de elemente elastice bimetalice*, forma acestora influenţând *mărimea deformării şi a forţei de acţionare*. Astfel se disting:

A. **Elemente elastice bimetalice încastrate la un capăt**. Acestea sunt cele mai răspândite şi, din punct de vedere al profilului, pot fi:

a) *lamelare drepte* (fig. 1.103), caracterizându-se printr-o cursă variabilă într-un domeniu de câţiva milimetri. Încălzirea se face uşor, iar forţele dezvoltate pot atinge *câteva sute de cN*. Se folosesc pentru a acţiona asupra robinetelor, prin intermediul unor elemente mecanice de transmitere;

Tabelul 1.31. **Cuplurile de materiale metalice întrebuinţate frecvent pentru elementele elastice bimetalice**

Nr. crt.	Materialele cuplului		Compoziţia chimică		Modulul de elasticitate E N/mm²	Diferenţa medie a coeficienţilor de dilatare:		Rezistenţa specifică:		Limitele temperaturii de lucru	Temperatura maximă
			Elementele	Proporţia		la temperatura °C	$(\alpha_1-\alpha_2)\cdot 10^{-6}$	la temperatura °C	$\frac{\Omega mm^2}{m}$	°C	°C
1	Pasiv	Invar	Ni+Co Fe	35…37 restul	150 500 204 000… …240 000	100	18	20	0,79	-60… …+200	225
	Activ	Oţel crom-nichel	Ni+Co Cr Fe	18…20 10…12 restul							
2	Pasiv	Invar	Ni+Co Fe	35…37 restul	150 000 189 200… …209 600	50 100 200	18,2 18,2 16,0	20 100 200 300	0,79 0,83 0,86 0,96	—60… …+120	225
	Activ	Oţel molib-den-nichel	Ni+ Co Mo Fe	26,5…28 5,5…6,5 restul							
3	Pasiv	Invar	Ni+Co Fe	35…37 restul	150 500 189 200… …209 600	100	13	20	0,68	—60… …+120	225
	Activ	Oţel molib-den-nichel	Ni+Co Mo Fe	20…21 5,5…6,5 restul							
4	Pasiv	Oţel aliat	Ni+Co Fe	41…43 restul	165 900 170 000… …183 000	100 200 300 400	9,7 11,0 12,6 13,3	20	0,54	—60… …+315	325
	Activ	Metal monel	Ni+Co Mn Fe Cu	65…70 1,2…1.8 2…3 restul							

Tabelul 1.31 (continuare)

Nr. crt.	Materialele cuplului		Compoziţia chimică		Modulul de elasticitate E N/mm²	Diferenţa medie a coeficienţilor de dilatare:		Rezistenţa specifică:		Limitele temperaturii de lucru °C	Temperatura maximă °C
			Elementele	Proporţia		la temperatura °C	$(\alpha_1-\alpha_2)\cdot 10^{-6}$	la temperatura °C	$\frac{\Omega mm^2}{m}$		
5	Pasiv	Oţel aliat	Ni+Co Fe	41…43 restul	165 000			20	0,68	-60… …+375	400
	Activ	Oţel molib-den-nichel	Ni+Co Mo Fe	26,5…28 5,5…6,5 restul	189 200… …209 600	300 400	14,5 . 12,0	100 200	0,70 0,75		
6	Pasiv	Oţel aliat	Ni+Co Fe	41…43 restul	165 900						
	Activ	Oţel crom-nichel	Ni+Co Cr Fe	20,5…21,5 2.5…3.2 restul	204 000… …240 000	100	13,5	20	0,6	-60… …+375	400

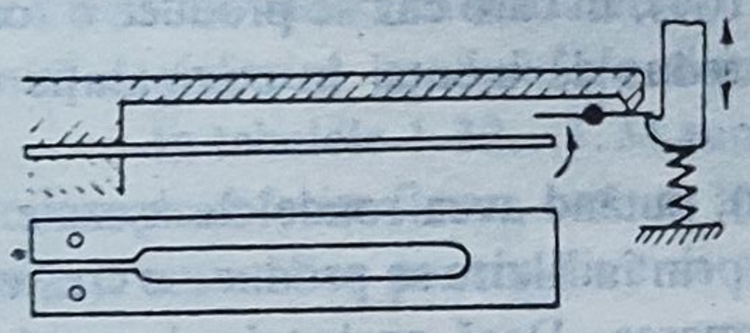


Fig.1.104

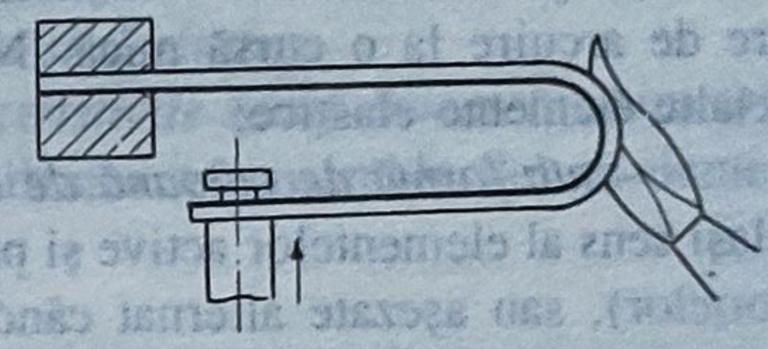


Fig.1.105

b)*lamelare ştanţate în formă de U* (fig.1.104), care au cele două capete încastrate, dar ambele locuri de încastrare se găsesc în acelaşi plan, izolate unul de altul. Acestea corespund fâşiilor drepte încastrate la un capăt şi, la încovoierea peste o anumită limită, acţionează asupra unui zăvor cu clichet. Se folosesc la releele de supracurent ale întreruptoarelor de protecţie pentru motoare şi reţele electrice. Prin variaţia mărimii deschiderii din elementul ştanţat, aceste elemente elastice bimetalice se pot utiliza pentru diverse valori ale curentului electric din circuit;

c)*lamelare curbate-preformate*, din categoria cărora se menţionează, ca fiind folosite mai mult, următoarele:

-cel în formă de U cu braţe inegale (fig. 1.105), la care elementul de transmitere este apropiat de locul de încastrare, dar flacăra încălzitoare acţionează în special asupra curburii. Acest tip se foloseşte la siguranţele pentru flăcările de aprindere;

- cel semicircular (fig. 1.106), care acţionează prin deformare, respectiv prin deplasarea capătului liber;

d)*lamelare ondulate* (fig.1.107), care se încovoaie perpendicular pe ondulaţie, fără să prezinte deformaţii neregulate. Benzile puţin ondulate sunt recomandabile pentru măsu-

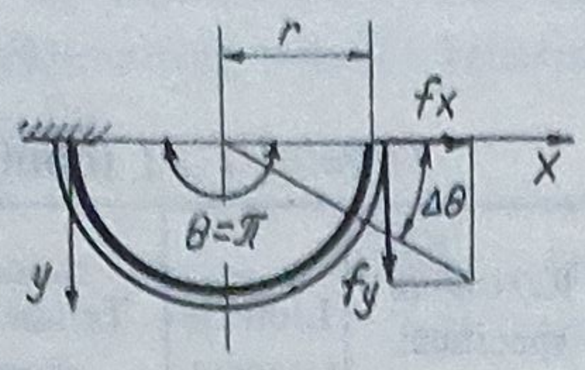


Fig.1.106

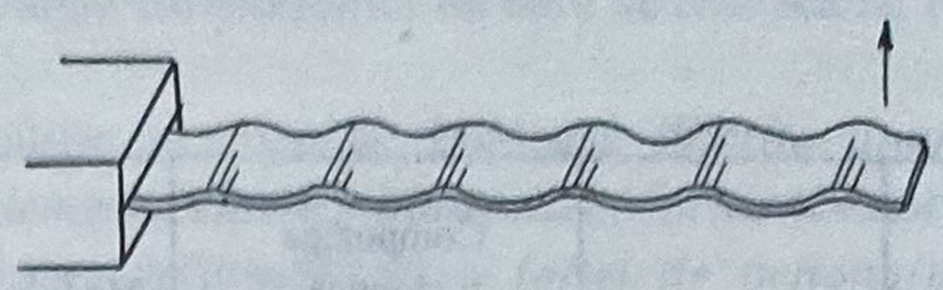


Fig.1.107

rarea temperaturii, întrucât produc forţe reduse, iar cele mai groase, cu ondulaţie mare, prezintă o deformaţie apreciabilă la distanţă mică de locul de încastrare şi dezvoltă forţe superioare. Aceste proprietăţi le recomandă în locul benzilor subţiri plane;

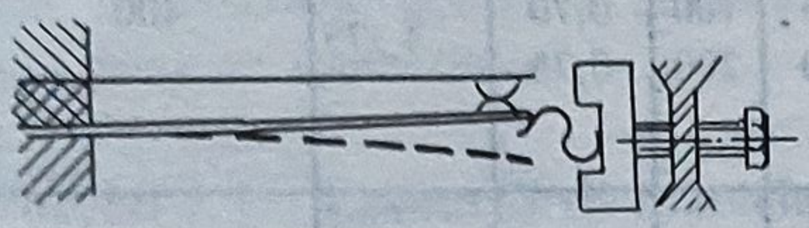


Fig. 1.108

e)*lamelare drepte asociate cu arcuri lamelare, folosind ca elemente de basculare* (fig. 1.108), care sunt precomprimate şi nu au, ca celelalte categorii de elemente elastice bimetalice, o mişcare continuă la variaţii ale temperaturii. Astfel, pentru o anumită valoare a temperaturii, lamela se deformează rapid şi închide contactele. Prin răcire, lamela se deplasează brusc în poziţia marcată cu linii întrerupte în figura 1.108. Se folosesc la regulatoarele automate de temperatură.

B.Elemente elastice bimetalice în formă de rondele perforate. Acestea prezintă două variante:

-în forma unei unice rondele perforate (fig. 1.109), în care caz se produce o forţă mare de arcuire la o cursă mică. Necesită un spaţiu redus de montaj în comparaţie cu celelalte elemente elastice;

- *sub formă de coloană de rondele* (fig.1.110), putând avea rondelele aşezate în acelaşi sens al elementelor active şi pasive, (în care caz prin încălzire se produce o creştere a forţelor), sau aşezate alternat când se măreşte deformarea. Dacă pachetele de rondele aşezate în acelaşi sens sunt asamblate în sensuri alternate astfel încât la capetele pachetelor să vină în contact elementele active, se obţine o creştere atât a forţei, cât şi a deplasării. Acestea se folosesc la regulatoarele motoarelor termice.

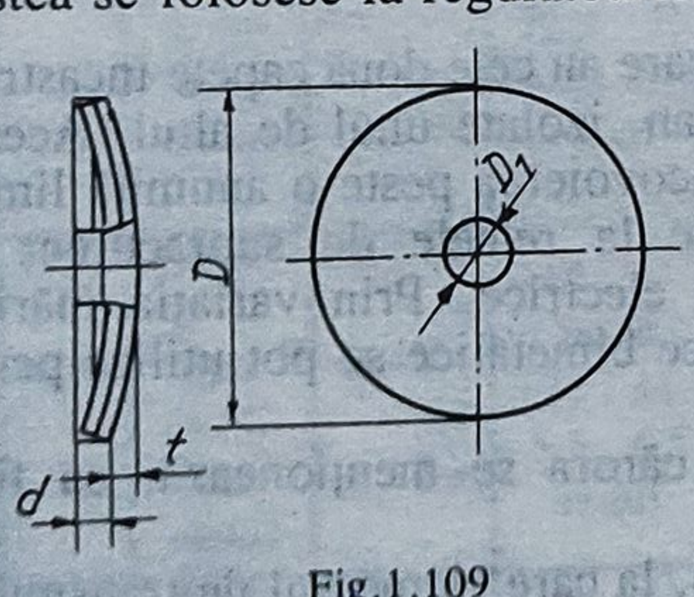


Fig.1.109

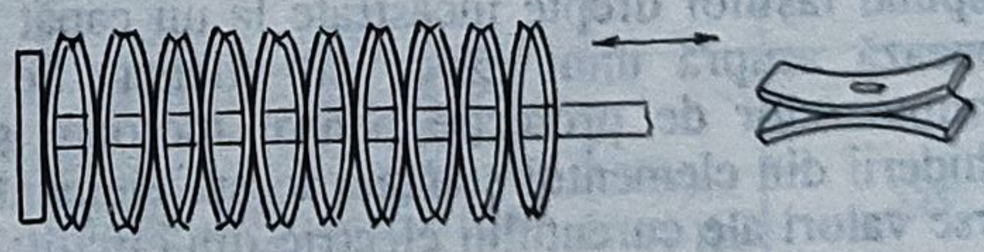


Fig.1.110

C.Elemente elastice bimetalice spirale plane. Astfel de variante (fig.1.111) produc deplasări mari, chiar în cazul unor diferenţe mici de temperatură. Prin încălzire se determină o rotire a capătului spiralei, iar efectul forţelor elastice este un *cuplu de rotire*. Acestea ocupă un spaţiu redus şi se folosesc la construcţia termometrelor şi ampermetrelor.

Deoarece generează un cuplu de rotaţie mare, se mai utilizează la acţionarea dispozitivelor de comandă care necesită momente mari, ca: regulatoare de tiraj la cuptoare, clape cu autodeschidere pentru gazele evacuate la arzătoarele cu gaz, termostate.

D.Elemente elastice bimetalice elicoidale. Caracteristic acestora (fig.1.112) este că asigură, prin încălzire, un unghi de deplasare mare al capătului arcului şi un moment de rotaţie ridicat într-un spaţiu destul de restrâns. Pentru a se reduce înălţimea arcului elicoidal, se înfăşoară banda bimetalică astfel ca să se formeze un sistem de elemente elastice bimetalice concentrice. Se folosesc la regulatoarele prin care se supraveghează procesul de ardere a păcurii.

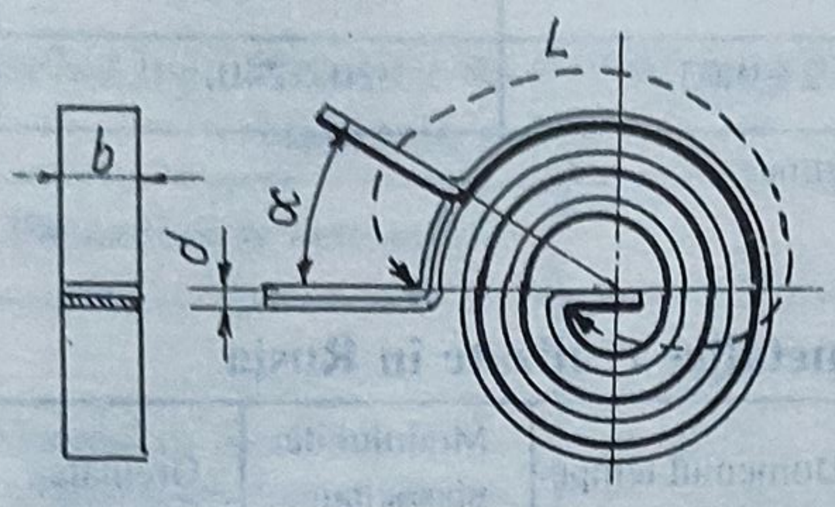


Fig.1.111

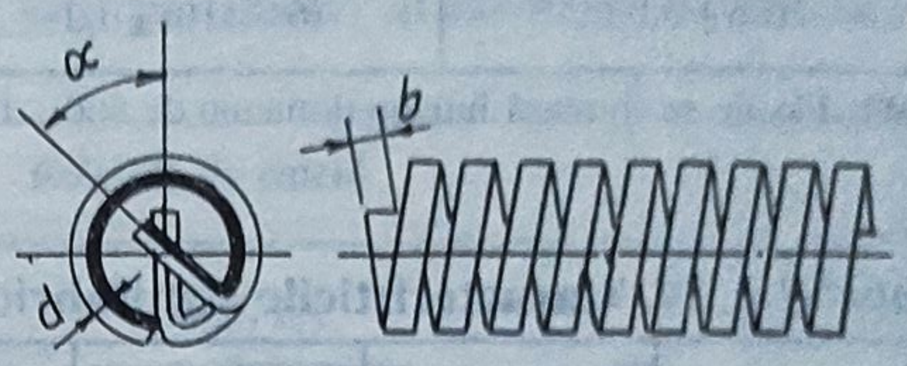


Fig.1.112

1.4.1.2.Proiectare.Calcul. Spre a se putea defini forma şi calcula dimensiunile tipului constructiv de element elastic bimetalic folosit ca subansamblu în cadrul unui dispozitiv, mecanism sau aparat oarecare este necesar să se cunoască cel puţin următoarele caracteristici ale semifabricatului: *săgeata termică specifică, rezistivitatea, temperatura limită de folosire, modulul de elasticitate longitudinal şi duritatea.*

În tabelele 1.32...1.34 sunt prezentate *caracteristicile semifabricatelor bimetalice* produse de diferite firme, care se întrebuinţează în realizarea subansamblurilor cu elemente elastice bimetalice pentru diverse aplicaţii.

Tabelul 1.32. **Caracteristicile semifabricatelor bimetalice produse în Germania**

Sortimentul	Săgeata termică specifică $(f_{os}x10^{-4})\pm5\%$	Rezistivitatea ρ la $20^oC\pm5\%$	Temperatura limită	Domeniul temperaturii de regim	Modulul de elasticitate, $Ex10^4$	Greutatea specifică γ	Duritatea, $HV_{min}x10^2$
	$1/^oC$	$\Omega\cdot mm^2/m$	^oC	^oC	N/mm^2	g/cm^3	N/mm^2
TB 155/78	0,155	0,78	400	-20...+250	16	8,1	20...25
TB 135/78	0,135	0,78	400	-20...+300	16	8,1	20...25
TB 110/70	0,110	0,70	450	-20...+400	16,5	8,1	20...25
TB 200/108	0,200	1,08	300	-20...+250	13,5	8,2	20...25
TB 148/35	0,148	0,35	400	-20...+250	19,5	8,2	20...25
TB 145/11	0,145	0,11	400	-20...+250	15	8,2	20...25
TB 135/35	0,135	0,35	400	-20...+300	16,5	8,2	20...25
TB 97/16	0,097	0,16	350	-20...+250	15	8,5	18...21

Notă. Tipurile cele mai reprezentative sunt: TB 200/108, caracterizat printr-o mare sensibilitate, şi TB 97/16, situat la polul opus, din care cauză este preferabil pentru aparatele având elementul elastic bimetalic încălzit prin conductivitate termică.

Tabelul 1.33. **Dimensiunile benzilor şi fâşiilor bimetalice**

Grosimea mm	Lăţimea benzii mm	Grosimea mm	Lăţimea benzii mm
0,2±0,01	(3...70)±0,15	0,8±0,02	(8...110)±0,2
0,25±0,01	(3...70)±0,15	1±0,02	(10...240)±0,3
0,3±0,02	(3...70)±0,15	1,2±0,02	(12...240)±0,3
0,4±0,02	(4...90)±0,15	1,5±0,03	(15...240)±0,3
0,5±0,02	(5...90)±0,15	1,8±0,03	(18...240)±0,3
0,6±0,02	(6...110)±0,2	2±0,03	(20...240)±0,3

Notă. Fâşiile se livrează într-un domeniu de 800...1500 mm lungime.

Tabelul 1.34. **Caracteristicile semifabricatelor bimetalice realizate în Rusia**

Sortimentul	Săgeata termică specifică, $f_{os}.10^{-4}$	Rezistivitatea ρ la 20°C	Temperatura limită	Domeniul temperaturii de regim	Modulul de elasticitate, $E.10^4$	Greutatea specifică γ
	$1/^oC$	$\Omega \cdot mm^2/m$	^oC	^oC	N/mm^2	g/cm^3
TB 2013	0,200±20%	1,08-1,18	200	-60...+200	12...15	7,26...8,12
TB 1613	0,160±12%	1,18-1,27	200	—60...+200	12...17	7,26...8,14
TB 1523	0,150±12%	0,77-0,82	450	—60...+200	15...17,5	8,12...8,02
TB 1423	0,140±12%	0,77-0,84	450	-50...+200	15...19	8,12
TB 1323	0,130±12%	0,76-0,83	450	—60...+200	15...19,5	8,04...8,12
TB 1353	0,130±15%	0,14-0,20	250	—50...+200	10...15	8,12...8,43
TB 1254	0,120±15%	0,09-0,14	180	—50...+140	10,5...15	8,12...8,73
TB 1243	0,120±15%	0,38-0,43	450	—50...+200	15...19	8,12
TB 1253	0,120±15%	0,15-0,18	250	—50...+200	15...19	8,12
TB 1132	0,110±12%	0,68-0,74	450	—50...+320	15,5...19	8,12...8,14
TB 1032	0,105±12%	0,67-0,73	450	-60...+320	15,5...19,5	8,04...8,14
TB 0921	0,090±15%	0,87-0,97	500	-60...+420	16,5...19,5	7,89...8,02
TB 0953	0,090±15%	0,15-0,20	430	—60...+200	15...21	8,9...8,12
TB 0831	0,075±12%	0,55-0,60	450	—50...+400	16,6..19	8,12...8,23

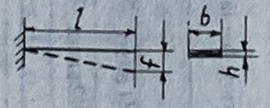
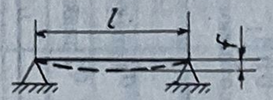
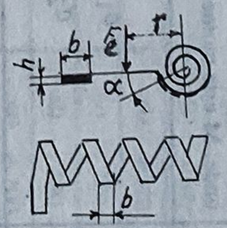
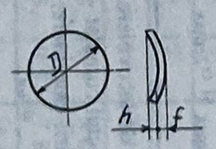
Notă.
1. Din tabel se remarcă tipurile care prezintă o rezistivitate de 0,09...0,2 $\Omega \cdot mm^2/m$, deoarece au o conductivitate termică mare şi o rezistivitate mică, ceea ce la face utilizabile pentru aparatele în care încălzirea elementelor elastice bimetalice se face prin conductivitate termică.
2. Pentru încălzirea elementelor elastice bimetalice cu valori mici ale curenţilor electrici se recomandă tipurile TB 2013 şi TB 1613, datorită valorilor ridicate ale săgeţii termice specifice şi rezistivităţii.
3. Ca o caracteristică comună se remarcă temperaturile scăzute, de circa 50...60°C sub zero, la care pot lucra aceste tipuri.

În principiu, pe baza caracteristicilor semifabricatelor bimetalice şi a relaţiilor de calcul, generale şi particulare, ale tipurilor constructive de elemente elastice bimetalice uzuale, date în tabelele 1.35, 1.36 şi 1.37, se poate efectua proiectarea unui subansamblu cu element sensibil, cu rol de măsurare şi reglare automată a temperaturii sau de compensare a acesteia. În cazul dimensionării, calculul de proiectare este optim când, pentru forţa şi săgeata impuse corespunzător unei anumite variaţii de temperatură, se obţine un lucru mecanic maxim cu volum de material minim.

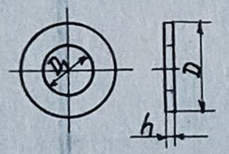
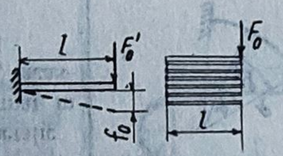
Tabelul 1.35. **Relaţiile de calcul generale pentru unii parametri ai elementelor elastice bimetalice**

Parametrii de determinat	Relaţiile de calcul
Modulul de elasticitate longitudinal echivalent al lamelei bimetalice, E	$E = \frac{4E_1E_2}{\left(\sqrt{E_1}+\sqrt{E_2}\right)^2}$, unde E_1 şi E_2 sunt modulele de elasticitate longitudinale ale materialelor elementelor componente.
Tensiunile de încovoiere termice maxime, σ_{1tmax} şi σ_{2tmax}	$\sigma_{1\,tmax} = -\frac{h_1}{h}E_1\Delta T(\alpha_1-\alpha_2)$ şi $\sigma_{2\,tmax} = \frac{h_2}{h}E_2\Delta T(\alpha_1-\alpha_2)$. unde: h_1 şi h_2 sunt grosimile elementelor componente; ΔT - variaţia de temperatură; α_1 şi α_2 - coeficienţii de dilatare termică liniară ai materialelor elementelor componente; $h = h_1 + h_2$.
Tensiunile de încovoiere maxime datorate încărcării exterioare, σ_{1emax} şi α_{2emax}	$\sigma_{1\,emax} = \frac{3M}{bhh_1}$ şi $\sigma_{2emax} = -\frac{3M}{bhh_2}$. unde: M este momentul încovoietor exterior; b - lăţimea lamelei bimetalice.
Tensiunile de încovoiere maxime, sub efectul cumulat - termic şi al încărcării exterioare, σ_{1tot} şi σ_{2tot}	$\sigma_{1\,tot} = \sigma_{1\,tmax} + \sigma_{1\,emax} \le \sigma_{ai1}$, $\sigma_{2\,tot} = \sigma_{2\,tmax} + \sigma_{2\,emax} \le \sigma_{ai2}$
Deformaţia totală a capătului liber al lamelei bimetalice solicitate termic şi de o încărcare exterioară, f_t	$f_t = f_0 \pm f_e + f_g$, unde f_0 este săgeata termică maximă; f_e - săgeata mecanică (datorată încărcării exterioare); f_g - săgeata cauzată de masa proprie, şi anume: $f_g = \frac{3\gamma_0 l^4}{2Eh^2}$, în care γ_0 este greutatea specifică echivalentă a arcului, având expresia : $\gamma_0 = \frac{h_1\gamma_1 + h_2\gamma_2}{h}$, γ_1 şi γ_2 fiind greutăţile specifice ale materialelor componente.

Tabelul 1.36. **Relaţiile pentru calculul deformaţiilor şi al forţelor interne pentru tipurile de elemente elastice bimetalice cel mai des folosite**

Nr.crt.	Tipul constructiv	Schema de calcul	Săgeata termică maximă	Săgeata mecanică, f_e	Forţa necesară anulării totale a săgeţii termice maxime F_0	Tensiunea de încovoiere maximă, σ_{imax}	Calculul de optimizare	
							Lucrul mecanic maxim	Volumul minim
1	Element elastic bimetalic lamelar drept încastrat la un capăt		$f_0 = \frac{K_0 \Delta T l^2}{h}$	$\frac{4F_e l^3}{Ebh^3}$	$\frac{EK_0 bh^2 \Delta T}{4l}$	$\frac{6F_e l}{bh^2}$	$\frac{F_0}{2}\frac{f_0}{2}$	$\frac{4F_0 f_0}{K_0^2 E(\Delta T)^2}$
2	Element elastic bimetalic lamelar drept sprijinit pe două suporturi		$f_0 = \frac{K_0 \Delta T l^2}{4h}$	$\frac{F_e l^3}{4Ebh^3}$	$\frac{EK_0 bh^2 \Delta T}{l}$	$\frac{3F_e l}{2bh^2}$	$\frac{F_0}{2}\frac{f_0}{2}$	$\frac{4F_0 f_0}{K_0^2 E(\Delta T)^2}$
3	Element elastic bimetalic lamelar spiral plan şi elicoidal, încastrat la un capăt, având n spire şi lungimea *l*		$\alpha_0 = \frac{2K_0 \Delta T l}{h}$ (*rad*) $\alpha_0 = \frac{360 K_0 \Delta T l}{\pi h}$ (*grade*) $S_0 = \frac{2\pi r \alpha_0}{360}$	$\frac{360 \cdot 12 r F_e l}{2\pi Ebh^3}$	$\frac{EK_0 bh^2 \Delta T}{6r}$	$\frac{6F_e r}{bh^2}$	$\frac{F_0}{2}\frac{s_0}{2}$	$\frac{3F_0 s_0}{K_0^2 E(\Delta T)^2}$
4	Element elastic bimetalic în formă de disc		$f_0 = \frac{K_0 \Delta T D^2}{4h}$	$\frac{F_e D^2}{4Eh^3}$	$EK_0 h^2 \Delta T$	$\frac{3F_e}{2h^2}$	$\frac{F_0}{2}\frac{f_0}{2}$	$\frac{\pi F_0 f_0}{K_0^2 E(\Delta T)^2}$

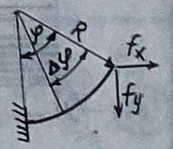
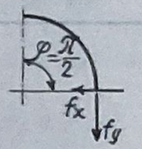
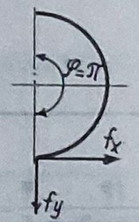
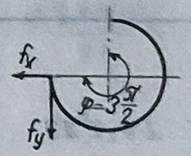
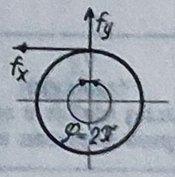
Tabelul 1.36. (continuare)

Nr. crt.	Tipul constructiv	Schema de calcul	Săgeata termică maximă	Săgeata mecanică, f_e	Forţa necesară anulării totale a săgeţii termice maxime, F_0	Tensiunea de încovoiere maximă, σ_{imax}	Calculul de optimizare	
							Lucrul mecanic maxim	Volumul minim
5	Element elastic bimetalic în formă de rondelă perforată		$f_0=\frac{K_0\Delta T\left(D^2-D_1^2\right)}{4h}$	$\frac{F_e\left(D^2-D_1^2\right)}{4Eh^3}$	$EK_0h^2\Delta T$	$\frac{3F_e}{2D^2}$	$\frac{F_0}{2}\frac{f_0}{2}$	$\frac{\pi F_0 f_0}{K_0^2E(\Delta T)^2}$
6	Element elastic bimetalic-pachet cu n lamele plane de grosime h, săgeată f'_0 şi forţă F'_0		$f_0=nf'_0=n\frac{K_0\Delta Tl^2}{h}$	$n\frac{4F_el^3}{Ebh^3}$	$\frac{1}{n}F'_0=\frac{1}{n}\frac{EK_0bh^2\Delta T}{4l}$	$\frac{6F_el}{nbh^2}$	$\frac{F_0}{2}\frac{f_0}{2}$	$\frac{4F_0f_0}{K_0^2E(\Delta T)}$
7	Element elastic bimetalic-pachet cu n rondele alternate, cu săgeata termică maximă f'_0 şi forţa F'_0 necesară anulării lui f'_0, precum şi cu w straturi		$f_0=wf'_0=w\frac{K_0\Delta T\left(D^2-D_1^2\right)}{4h}$	$\frac{w}{n}\frac{F_e\left(D^2-D_1^2\right)}{4Eh^3}$	$F'_0n=nEK_0h^2\Delta T$	$\frac{3F_e}{nh^2}$	$\frac{F_0}{2}\frac{f_0}{2}$	$\frac{\pi F_0f_0}{K_0^2E(\Delta T)^2}$

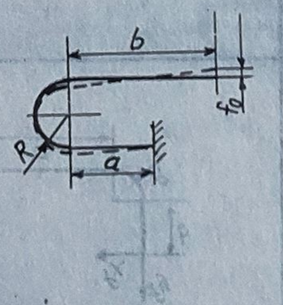
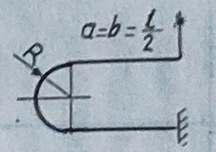
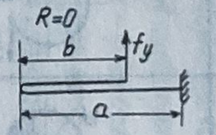
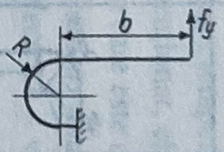
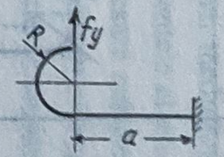
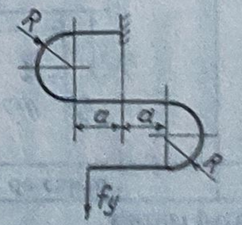
Observaţii. *Semnificaţiile unor notaţii din tabel sunt:*

$K_0=\frac{3}{4}(\alpha_1-\alpha_2)$; $s_0=r\alpha_0=r\frac{2\pi\alpha_0^o}{360^o}$; $\Delta T=T-T_0$; | E - modulul de elasticitate echivalent al lamelei bimetalice (v. tabelul 1.35).

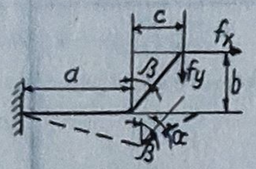
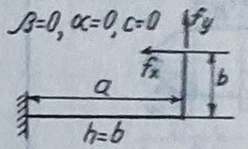
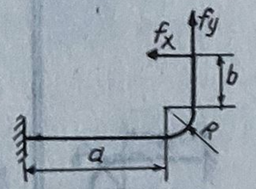
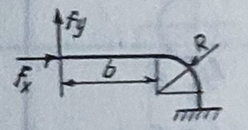
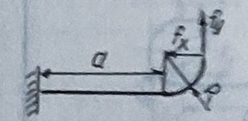
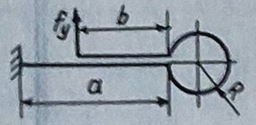
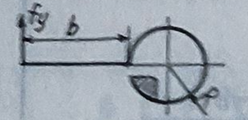
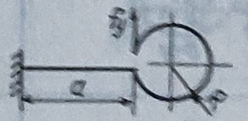
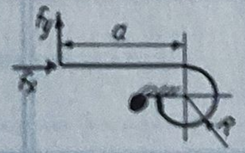
Tabelul 1.37. **Relaţiile de calcul ale săgeţilor termice maxime ale elementelor elastice bimetalice fabricate de firma "Kanthal"**

Nr.crt.	Tipul constructiv	Schema de calcul	Săgeata termică maximă	Cazuri particulare	
				Schema de calcul	Săgeata termică maximă
1	Element elastic bimetalic lamelar curbat-preformat, în formă de arc de cerc, încastrat la un capăt		$f_x=\frac{2K_0R^2\Delta T}{h}(\sin\varphi-\varphi\cos\varphi)$, $f_y=\frac{2K_0R^2\Delta T}{h}(\varphi\sin\varphi+\cos\varphi-1)$		$f_x=\frac{2K_0R^2\Delta T}{h}$, $f_y=\frac{(\pi-2)K_0R^2\Delta T}{h}$, $\Delta\varphi=\frac{f_y}{R}$
					$f_x=\frac{2\pi K_0R^2\Delta T}{h}$, $f_y=\frac{4K_0R^2\Delta T}{h}$, $\Delta\varphi=\frac{f_x}{R}$
					$f_x=\frac{2K_0R^2\Delta T}{h}$, $f_y=\frac{(3\pi+2)K_0R^2\Delta T}{h}$, $\Delta\varphi=\frac{f_y}{R}$
					$f_x=\frac{4\pi K_0R^2\Delta T}{h}$, $f_y=0$, $\Delta\varphi=\frac{f_x}{R}$

Tabelul 1.37 (continuare)

2	Element elastic bimetalic lamelar curbat preformat, în formă de U, încastrat la un capăt		$f_0 = \frac{K_0 \Delta T}{h}(b^2 - a^2 + 2ab + 4R^2 + 2\pi Rb)$		$f_y = \frac{K_0 \Delta T}{h}\left(\frac{l^2}{2} + \pi Rl + 4R^2\right)$
					$f_y = \frac{K_0 \cdot \Delta T}{h}(b^2 - a^2 + 2ab)$
					$f_y = \frac{K_0 \cdot \Delta T}{h}(b^2 + 4R^2 + 2\pi Rb)$
					$f_y = \frac{K_0 \cdot \Delta T}{h}(4R^2 - a^2)$
					$f_y = 0$

Tabelul 1.37 (continuare)

Nr. crt.	Tipul constructiv	Schema de calcul	Săgeata termică maximă	Cazuri particulare	
				Schema de calcul	Săgeata termică maximă
3	Element elastic bimetalic lamelar curbat - preformat, în formă de L, încastrat la un capăt		$f_x=\frac{K_0\Delta T}{h}[2ab+(b^2+c^2)\cos(\alpha+\beta)]$, $f_y=\frac{K_0\Delta T}{h}[a^2+2ac+(b^2+c^2)\sin(\alpha+\beta)]$, $\alpha=\frac{2K_0\Delta T\cdot a}{h}$		$f_x=\frac{K_0\Delta Tb}{h}(2a+b)$, $f_y=\frac{K_0\Delta Ta^2}{h}$
			$f_x=\frac{K_0\Delta T}{h}[2a(R+b)+2R^2+$ $+(\pi-2)Rb+b^2]$, $f_y=\frac{K_0\Delta T}{h}[a^2+2Ra+(\pi-2)R^2]$		$f_x=\frac{K_0\Delta T(\pi-2)R^2}{h}$, $f_y=\frac{K_0\Delta T}{h}[2R^2+(\pi-2)Rb+b^2]$
					$f_x=\frac{2K_0\Delta T(a+R)R}{h}$, $f_y=\frac{K_0\Delta T}{h}[a^2+2aR+(\pi-2)R^2]$
4	Element elastic bimetalic lamelar curbat-preformat, formând o buclă		$f_y=\frac{K_0\Delta T}{h}(b^2-a^2+2ab+4\pi R^2+4\pi Rb)$		$f_y=\frac{K_0\Delta T}{h}(4\pi R^2-a^2)$
					$f_x=\frac{K_0\Delta T}{h}(b^2+4\pi Rb+4\pi R^2)$
			$f_x=\frac{(3\pi+2)K_0R^2\Delta T}{h}$, $f_y=\frac{K_0\Delta T}{h}[a^2+2R^2+(3\pi+2)Ra]$		

1.4.2. Captoare cu elemente elastice bimetalice

1.4.2.1. Generalităţi. Caracteristica calitativă a aparatelor de măsurare - precizia - depinde, în cazul multora, în mare parte de *temperatura mediului ambiant*. În scopul eliminării acestui neajuns sau cel puţin a reducerii la minimum, instrumentele ale căror indicaţii nu trebuie să fie influenţate de variaţia unui astfel de factor sunt prevăzute cu *elemente elastice bimetalice, sub formă de lamele sau spirale, ale căror deformaţii anulează erorile de măsurare* produse de modificarea temperaturii mediului înconjurător.

În afară de *rolul compensator* menţionat, elementele elastice bimetalice şi-au găsit aplicaţii - ca *traductoare* - şi în cazurile în care este necesară *măsurarea diferitelor mărimi*, şi anume: *neelectrice*, cum ar fi *temperatura, umiditatea, presiunea* şi în locuri foarte diverse, ca *în domeniul tehnicii auto; electrice* - vizând *intensitatea curentului electric, puterea electrică*.

1.4.2.2. Aplicaţii la măsurarea mărimilor neelectrice

A. Controlul şi măsurarea temperaturii. Subansamblul principal al aparatelor destinate acestui scop, cunoscute sub denumirea de *termometre bimetalice*, îl constituie un element elastic bimetalic spiral de grosime mică sau elicoidal, încastrat la unul din capete. În cazul modificării temperaturii, momentul de rotaţie care rezultă la capătul liber se transmite unui ac indicator ce se deplasează în faţa unei scale gradate, etalonate în °C.

Domeniul de temperatură, aferent măsurării la un astfel de aparat, este dependent de dimensiunile şi caracteristicile tehnice ale tipului de element elastic bimetalic folosit.

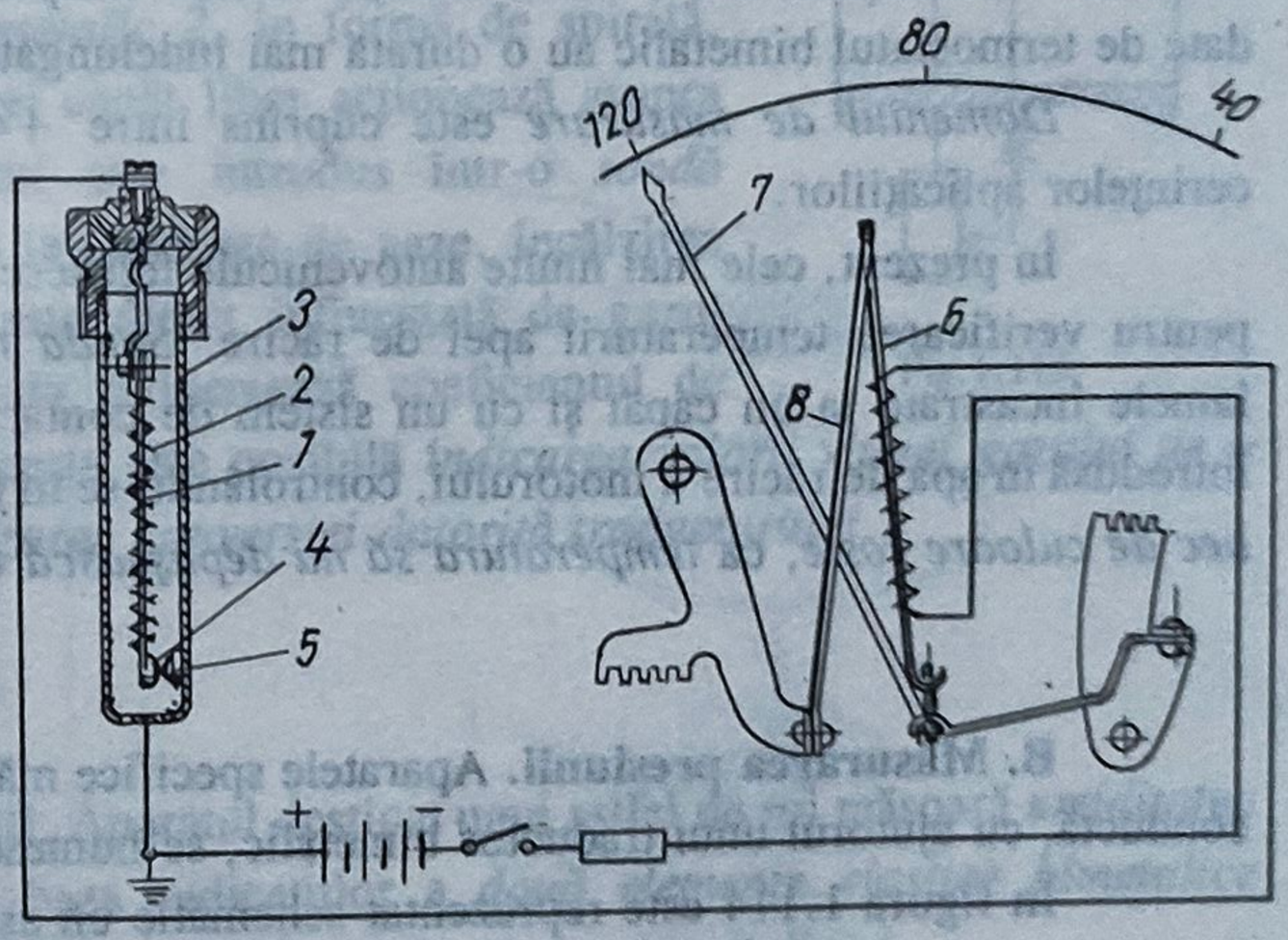


Fig.1.113

Există aparate în care elementul elastic bimetalic în formă de spirală este plasat într-o *casetă specială*, în aşa fel încât poate măsura temperatura prin contact direct la locul dorit. Acesta este cazul *termometrelor bimetalice de contact*.

Capătul liber al elementului elastic bimetalic în formă de spirală poate acţiona asupra unui *sistem înregistrator*, care să controleze temperatura într-un anumit *domeniu de timp*.

Elementele elastice bimetalice şi-au găsit aplicaţii şi în domeniul *tehnicii auto*, unde sunt folosite la *măsurarea temperaturii blocului motor*. Un aparat de acest gen este prezentat în figura 1.113, denumit *termometru bimetalic cu impulsuri*.

Traductorul bimetalic intervine esenţial în construcţia celor două părţi principale ale acestui aparat, astfel:

- ca *termostat*,în cadrul generatorului de impulsuri plasat plasat în mediul a cărui temperatură trebuie să se măsoare (de ex. blocul motor, apa de răcire etc.);

- ca *element elastic bimetalic de acţionare al sistemului indicator*, având rolul de a transforma impulsurile electrice primite de la termostat în mărimi caracteristice temperaturii, adică ^{o}C.

Termostatul este constituit dintr-o *lamelă bimetalică 1* încălzită atât de o *înfăşurare rezistivă 2*, cât şi de *mediul ambiant*, care-şi manifestă influenţa prin intermediul *tubului de alamă 3*. În acest tub se află termostatul împreună cu *sistemul de contacte 4 şi 5*.

Elementul elastic bimetalic din cadrul sistemului indicator este construit *în formă de U*; *braţul activ 6* este încălzit indirect de o rezistenţă electrică şi susţine *sistemul acului indicator 7*, iar braţul *8* este de tip compensator pentru anularea influenţei mediului ambiant asupra indicaţiilor pe *scala gradată în ^{o}C*.

La închiderea circuitului electric, termostatul bimetalic dă *o serie de impulsuri (50...100 pe minut)* care sunt înregistrate de elementul elastic bimetalic indicator, dar, din cauza inerţiei lui termice datorate încălzirii indirecte, acestea sunt indicate pe scala gradată sub formă rezultantă, ce reprezintă *temperatura la locul de măsurare*.

În cazul creşterii încălzirii blocului motor sau a apei de răcire, durata impulsurilor de curent devine mai mică, iar în situaţia în care temperatura acestora scade, impulsurile date de termostatul bimetalic au o durată mai îndelungată.

Domeniul de măsurare este cuprins între $+40^{o}C$ şi $+100^{o}C$, corespunzător cerinţelor aplicaţiilor.

În prezent, cele mai multe autovehicule folosesc *semnalizatoare bimetalice optice* pentru verificarea temperaturii apei de răcire. *Sonda termobimetalică*, sub forma unei lamele încastrate la un capăt şi cu un sistem de contacte electrice la capătul liber, este introdusă în apa de răcire a motorului, controlându-se în felul acesta, prin intermediul unui *bec de culoare roşie*, ca *temperatura să nu depăşească $85^{o}C$*.

B. Măsurarea presiunii. Aparatele specifice măsurării presiunii unui gaz dintr- o conductă, cu ajutorul unui traductor bimetalic, se numesc *vacuummetre bimetalice*.

În figura 1.114 este reprezentat schematic un astfel de aparat.

Se observă că elementul constructiv al acestuia, ce poate fi racordat la o conductă de gaz, îl constituie traductorul în forma unei *spirale bimetalice 1* din bandă foarte subţire şi cu o sensibilitate ridicată.

Deformarea produsă capătului liber prin încălzire electrică este sensibil influenţată de presiunea gazului care determină *factorul de transmitere a căldurii*, astfel încât temperatura elementului elastic bimetalic se modifică concomitent cu presiunea gazului,

făcând în felul acesta posibilă măsurarea acesteia prin intermediul unei scări gradate. În acest mod se pot evalua *presiuni de până la* $3 \cdot 10^{-5}$ *mm col. Hg*.

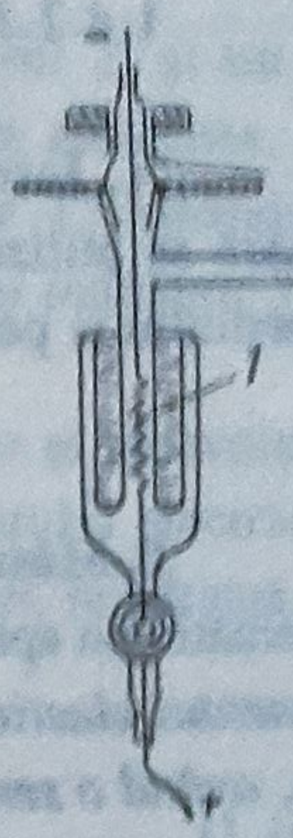


Fig.1.114.

Presiunea uleiului de lubrifiere la autovehicule este măsurată cu ajutorul unui aparat prevăzut cu traductor bimetalic, similar în principiu cu termometrul bimetalic menţionat anterior.

Sistemul indicator este asemănător şi construit, în principiu, tot dintr-un element elastic bimetalic, ca traductor, numai că generatorul de impulsuri, sub forma unei *lamele bimetalice de tip U*, este acţionat chiar de uleiul de lubrifiere a cărui presiune trebuie măsurată. În acest mod, valoarea arătată de acul indicator este direct proporţională cu presiunea uleiului din conductă.

C. Măsurarea vitezei gazului dintr-o conductă. S-au creat dispozitive prevăzute cu elemente elastice bimetalice în formă de spirală, cu rol de traductoare, în scopul măsurării directe a vitezei curentului unui gaz dintr-o conductă.

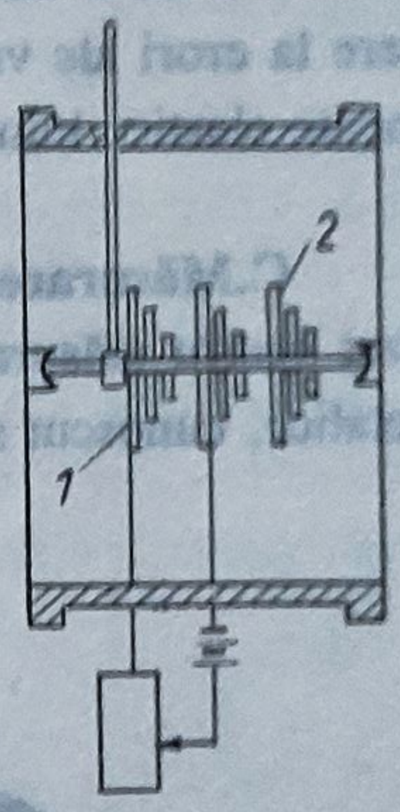


Fig.1.115.

Un astfel de dispozitiv este prezentat schematic în figura 1.115, format, în principal, dintr-un *element elastic bimetalic 1 în formă de spirală*, de o mare sensibilitate, încălzit prin intermediul curentului electric. Capătul liber al acestuia acţionează prin intermediul unui *sistem indicator*. Compensarea influenţei temperaturii mediului indicator este realizată, de asemenea, cu ajutorul unui *element elastic bimetalic 2*, în formă de spirală, *înfăşurată în sens invers*, al cărei capăt liber acţionează asupra aceluiaşi sistem indicator. Totul este introdus într-o *sondă metalică*. Prin conectarea sondei la conducta de gaze, încălzirea elementului elastic bimetalic *1* este direct influenţată de gazul respectiv, deoarece viteza acestuia influenţează coeficientul de transmitere a căldurii. În felul acesta este posibilă *indicarea valorii vitezei gazului pe o scară gradată special*, deci *realizarea conversiei datorită traductorului*.

D. Măsurarea umidităţii. Aparatul destinat unui astfel de rol măsoară *umiditatea relativă*, care se calculează pe baza indicaţiilor a *două elemente elastice bimetalice elicoidale*, care lucrează *conform principiului termometrelor bimetalice*.

Un element elastic bimetalic serveşte la *controlul temperaturii aerului*, iar celălalt, introdus într-un vas cu apă prin intermediul unui fitil, este destinat *urmăririi temperaturii unui curent de aer având o viteză de 2 m/s*, creat cu ajutorul unui ventilator.

1.4.2.3. Aplicaţii la măsurarea mărimilor electrice

A. Introducere. Există unele aparate electrice de măsurare a mărimilor electrice la care se utilizează traductoare bimetalice pentru compensarea variaţiilor de temperatură a mediului şi pentru indicare directă, pe un cadran gradat, a unor mărimi electrice.

B.Măsurarea intensităţii curentului electric. În figura 1.116 este prezentat schematic un aparat de acest gen, numit *ampermetru bimetalic*. Piesa principală o constituie *elementul elastic bimetalic spiral plan 1, cu lungimea de circa 400 mm şi grosimea de 0,2 mm, având o sensibilitate mare şi o rezistenţă specifică ridicată.* Capătul liber al elementului *1* acţionează asupra arborelui de rotaţie al acului indicator *2* cu o deformare proporţională cu pătratul intensităţii curentului electric. Pentru mărirea sensibilităţii, aparatul mai este prevăzut şi cu o *rezistenţă adiţională 3*. În scopul compensării influenţei mediului ambiant se foloseşte încă un *element elastic bimetalic spiral plan 4*, ceva mai mic, înfăşurat în sens invers şi al cărui capăt liber acţionează asupra aceluiaşi indicator.

Pentru a nu se influenţa reciproc prin transmisii de căldură, care ar putea da naştere la erori ale valorilor măsurate, se plasează un *disc de protecţie S* între cele două elemente elastice bimetalice *1* şi *4*.

C.Măsurarea puterii electrice. În figura 1.117 este ilustrat, schematic, aparatul utilizat pentru măsurarea puterii electrice cu ajutorul traductoarelor cu elemente elastice bimetalice, cunoscut sub denumirea de *wattmetru bimetalic*.

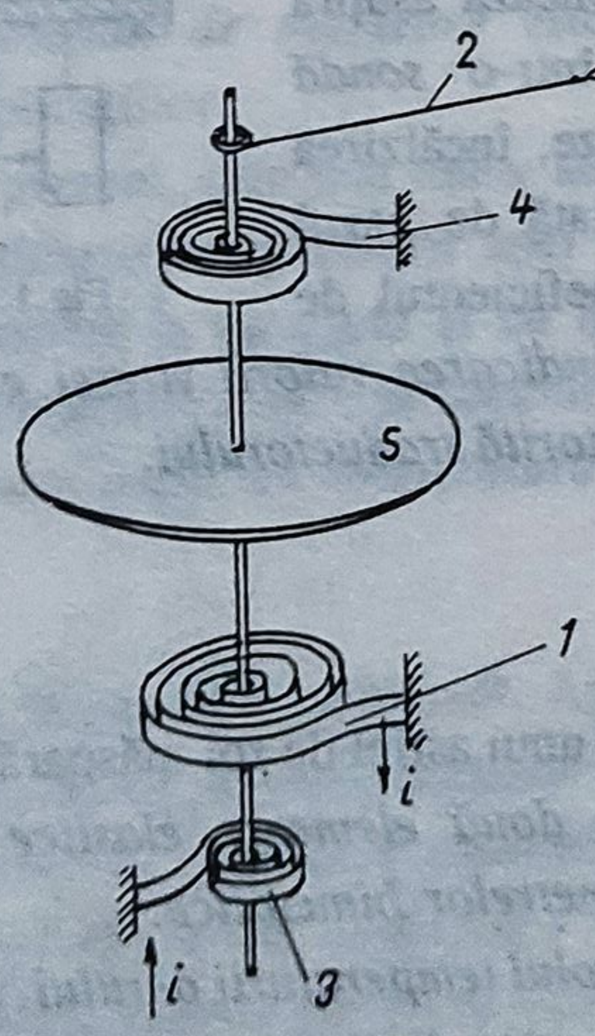


Fig.1.116

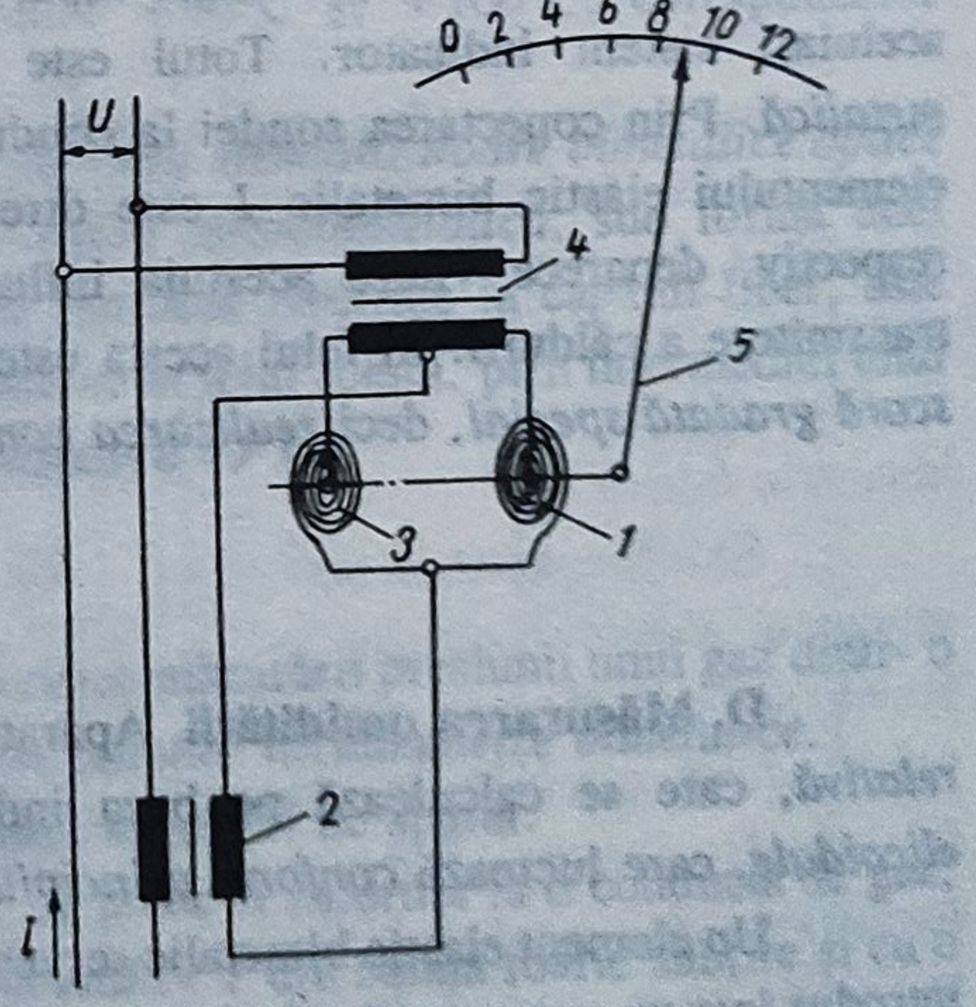


Fig.1.117

În principiu, un astfel de aparat posedă un *element elastic bimetalic spiral 1*,

încălzit prin trecerea curentului electric dat de un *transformator de curent 2*, şi un alt *element elastic bimetalic spiral 3*, înfăşurat în sens invers şi încălzit, de asemenea, cu ajutorul curentului electric debitat însă de un *transformator de tensiune 4*. Amândouă elementele elastice bimetalice acţionează cu capătul liber asupra unui *sistem indicator 5 cu cadran gradat în unităţi*.

Deoarece încălzirea celor două elemente elastice bimetalice spirale şi încovoierea produsă de acestea sunt proporţionale cu valoarea pătratică medie a curentului electric şi fiindcă ambele săgeţi la încovoiere au sensuri opuse, săgeata la încovoiere rezultantă va avea, în ultimă instanţă, relaţia:

$$\alpha = 4\,C\,U\,I\cos\varphi, \tag{1.106}$$

în care C este *constanta aparatului*, iar φ - *defazajul dintre tensiunea electrică U şi curentul electric I*, aşa încât pe scara gradată va apărea *o deviere a acului indicator proporţională cu puterea consumată*.

2 ELEMENTE ELASTICE PENTRU REZEMAREA SISTEMELOR MOBILE ALE APARATULUI

2.1. Caracterizare

Pentru a sprijini elastic sistemele mobile, realizând totodată şi o mărire a sensibilităţii şi stabilităţii indicaţiilor aparatelor, se folosesc *lagărele cu elemente elastice*. Elementele de lucru sunt firele sau benzile elastice care se fixează cu un capăt la partea mobilă, iar cu celălalt capăt la partea fixă a aparatului. Acestea pot asigura suspensia atât la mişcarea de rotaţie, ca lagăre, cât şi la mişcarea de translaţie, ca ghidaje de translaţie etc.

Materialele din care se execută elementele trebuie să îndeplinească unele condiţii, ca: elasticitate mare; capacitate de a putea fi prelucrate în formă de benzi foarte subţiri; lipsa deformaţiilor remanente; rezistenţă mecanică ridicată; rezistenţă la coroziune; greutate specifică mică.

Ca materiale se utilizează bronzul fosforos (α_t = 0,4% la 10°C), cu beriliu, zinc şi plumb, cuarţul şi, în unele cazuri, aliajele de platină cu argint, platină cu nichel. Cuarţul posedă proprietăţi elastice stabile, motiv pentru care se întrebuinţează ca material pentru suspensorii din galvanometrele şi electrometrele de mare sensibilitate (prin acoperire, desigur, cu un strat metalic). Aliajele pe bază de platină şi nichel au o rezistenţă electrică ridicată, dar apar dificultăţi la lipirea lor. Bronzul cu plumb şi zinc şi bronzul cu cadmiu se utilizează când se cere ca arcul să aibă proprietăţi electroconducătoare şi, în acelaşi timp, să-şi păstreze proprietăţile elastice la trecerea curentului prin acesta.

2.2. Lagărele cu elemente elastice

2.2.1. Clasificare. Generalităţi

Elementele elastice ale acestor lagăre se execută sub formă de fire (cu secţiunea circulară) sau benzi (cu secţiunea dreptunghiulară), foarte subţiri (raportul dintre lăţimea b şi grosimea h a benzii fiind $b/h > 10$).

În funcţie de natura deformaţiilor, *sprijinirile elastice* pentru mişcarea de rotaţie pot fi *de torsiune şi de încovoiere*. Din prima categorie fac parte *suspensorii* şi *extensorii*, iar din cea de-a doua, *articulaţiile cu una sau două benzi paralele, încrucişate, cu axele perpendiculare* ş.a. Din punct de vedere al solicitărilor, elementele elastice pot lucra la torsiune sau la încovoiere. Fenomenele de relaxare elastică şi de histerezis, care determină erorile de caracteristică ale elementelor elastice, influenţează precizia de indicaţie a aparatelor în acelaşi mod ca şi frecarea de la sprijinirile obişnuite. În figura 2.1 sunt

arătate, grafic, erorile de relaxare şi de histerezis la un element solicitat. Mărimea acestor erori depinde de natura materialului, iar în figura 2.2 sunt date valorile numerice ale erorilor relative de caracteristică la solicitarea la torsiune a benzilor din aliaj de platină cu nichel. Se remarcă faptul că, în timp ce efectul relaxării variază liniar în raport cu solicitarea, histerezisul apare de la un anumit prag, peste care creşte foarte repede.

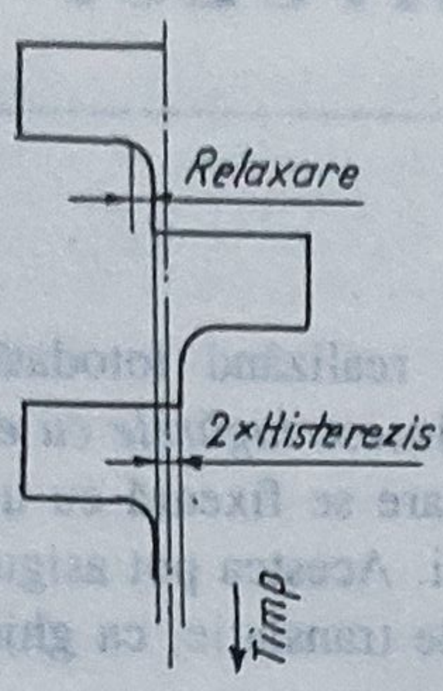


Fig.2.1.

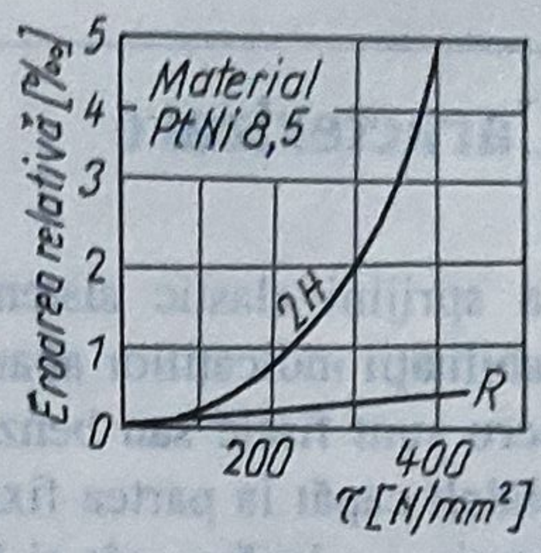


Fig.2.2

În alegerea solicitării admisibile a materialului, care se utilizează ca valoare de referinţă pentru calculele de deformaţii şi rezistenţă, trebuie să se ţină seama de mărimea erorii relative admise.

Utilizarea în construcţia de aparate a elementelor elastice sub formă de fire sau benzi prezintă, pe lângă avantajul frecării minime, şi pe cel al simplificării construcţiei. Firul sau banda dezvoltă prin deformare un moment rezistent, care este utilizat pentru readucerea sistemului mobil în poziţia iniţială şi înlocuieşte astfel arcul spiral folosit, de obicei, în acest scop. Deci se poate vorbi despre aceste elemente elastice ca despre un element mecanic integrat.

Lagărele cu elemente elastice prezintă şi alte avantaje, dintre care se pot enumera: lipsa jocurilor; nu necesită lubrifiant şi întreţinere;insensibilitate la impurităţile din mediul de lucru; nu prezintă uzură; caracteristicile mecanice rămân stabile în timp.

Ca dezavantaj rămâne de menţionat deplasarea unghiulară limitată ce caracterizează aceste lagăre.

2.2.2. Lagăre cu elemente elastice de torsiune

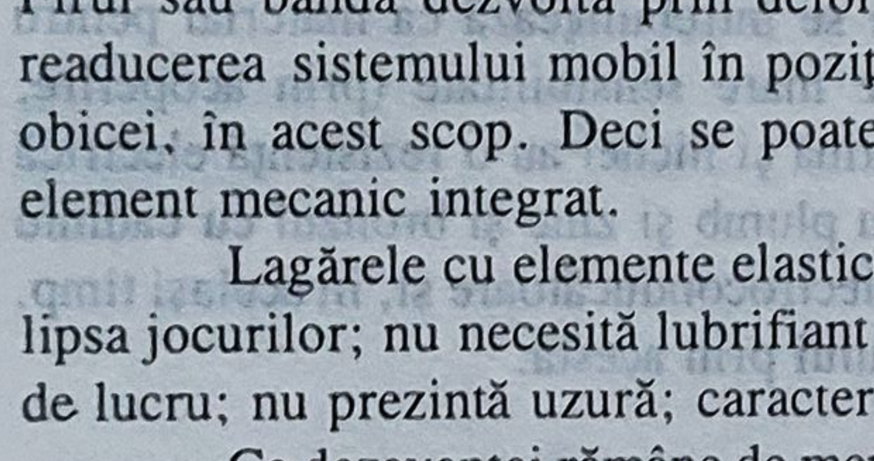


Fig.2.3.

Folosirea elementelor de torsiune pentru sprijinirea părţii mobile a aparatelor este arătată schematic în figura 2.3. Construcţia din figura 2.3, *a*, la care partea mobilă este suspendată de capătul liber al elementului de torsiune, este *suspensorul*. Construcţia din figura 2.3, *b* şi *c*, la care partea mobilă este prinsă de capetele a două elemente elastice, tensionate axial, putând astfel funcţiona atât vertical, cât şi orizontal, este *extensorul*.

2.2.2.1. **Torsiunea elementelor elastice de secţiune circulară**. La torsiuni simple, relaţia dintre momentul de torsiune şi deformaţie

se poate scrie

$$M_{t0} = G \cdot I_p(\theta/l) = (G \cdot \pi \cdot d^4 \cdot \theta)/(32l), \tag{2.1}$$

unde: d este diametrul firului; θ — deformaţia unghiulară; l — lungimea firului.

Dacă se păstrează poziţia secţiunii transversale, urmărindu-se deformaţia fibrelor din element, cu notaţiile din figura 2.4 se poate scrie

$$AC = AC_1/\cos\gamma = AC_1[1 + (\gamma^2/2)], \tag{2.2}$$

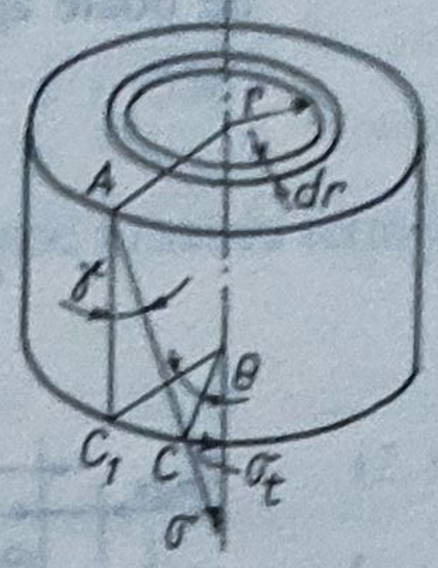


Fig.2.4.

unde $\gamma = (\theta \cdot d)/(2l) \ll 1$.

Împiedicarea apropierii suprafeţelor impune apariţia în fibre a unei alungiri care, pornind de la zero în centru, ajunge la valoarea maximă la marginea firului,

$$\epsilon_{max} = (AC - AC_1)/AC = \gamma^2/2. \tag{2.3}$$

Într-o secţiune oarecare, la distanţa r de centru, alungirea va fi

$$\epsilon' = [(\theta \cdot r)/l]^2/2. \tag{2.4}$$

Corespunzător acestei alungiri se poate calcula şi tensiunea de întindere $\sigma' = \epsilon \cdot E$, necesară pentru împiedicarea ei, având valoarea maximă

$$\sigma'_{max} = (\gamma^2 \cdot E)/2. \tag{2.5}$$

Când capătul firului este liber, atunci se va produce o scurtare a lui cu ϵ_0 şi, în secţiune, va apare o astfel de distribuţie de tensiuni de întindere σ încât rezultanta axială P_a să fie nulă.

Dacă se notează

$$\epsilon = \epsilon' - \epsilon_0, \tag{2.6}$$

cu ϵ' dat de relaţia (2.4), se poate scrie

$$\sigma = \epsilon \cdot E = \left\{[(\theta \cdot r/l)^2/2] - \epsilon_0\right\} \cdot E. \tag{2.7}$$

Condiţia forţei axiale P_a nule va fi

$$P_a = \int_0^{d/2} \sigma_n \cdot 2\pi \cdot r \cdot dr = \int_0^{d/2} \sigma \cdot 2\pi \cdot r \cdot dr = 0, \tag{2.8}$$

de unde se obţine

$$\epsilon_0 = (d/4)^2 \cdot (\theta/l)^2 . \qquad (2.9)$$

Se poate apoi calcula

$\sigma_{min} = -(d/4)^2 \cdot (\theta/l)^2 \cdot E$ — în centrul secţiunii, (2.10)

$\sigma_{max} = (d/4)^2 \cdot (\theta/l)^2 \cdot E$ — la extremitatea secţiunii.

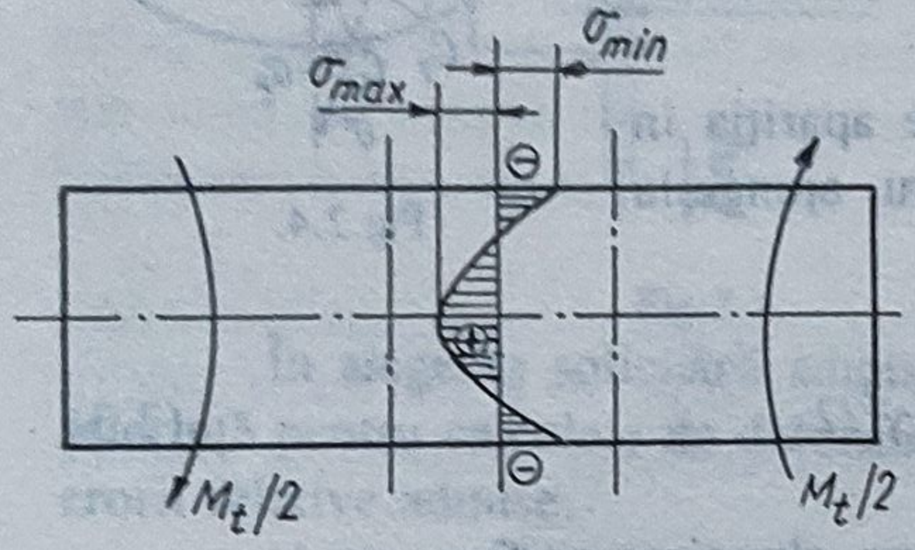


Fig.2.5

Tensiunile reprezentate grafic în figura 2.5, orientate în lungul firului, deplasează secţiunea şi creează un moment de torsiune suplimentar, care se suprapune peste momentul M_0. Pentru valori reduse ale unghiului θ şi respectiv γ, componenta tensiunilor perpendiculare pe axa firului, σ_t, (fig.2.4) va fi

$$\sigma_t = \sigma \cdot \sin[(\theta \cdot r)/l] \approx (\sigma \cdot \theta \cdot r)/l . \qquad (2.11)$$

Se poate, deci, calcula

$$M_s = \int_0^{d/2} \sigma_t \cdot \pi \cdot r \cdot r \cdot dr , \qquad (2.12)$$

şi, ţinându-se seama de relaţiile (2.7), (2.9) şi (2.11), rezultă

$$M_s = [(\pi \cdot E \cdot d^6)/1536] \cdot (\theta/l)^3 . \qquad (2.13)$$

Dacă asupra firului acţionează o forţă axială P_a, atunci peste distribuţia tensiunilor de întindere σ, considerată anterior, se vor suprapune tensiunile uniform distribuite date de P_a,

$$\sigma_{ax} = (4P_a)/(\pi \cdot d^2) . \qquad (2.14)$$

Datorită deformaţiei de torsiune, şi aceste tensiuni vor da o componentă normală pe axa firului,

$$\sigma_t = \frac{\sigma_{ax}}{\cos[(\theta \cdot r)/l]} \cdot \sin[(\theta \cdot r)/l] \approx \sigma_{ax}[(\theta \cdot r)/l] . \qquad (2.15)$$

Efectuându-se integrala (2.12), rezultă

$$M_a = (\sigma_{ax} \cdot \pi \cdot d^4 \cdot \theta)/(32l) . \qquad (2.16)$$

Momentul rezistent de răsucire total al firului se va scrie

$$M_t = M_{t0} + M_a + M_s,$$

adică:

$$M_t = (G \cdot \pi \cdot d^4 \cdot \theta)/(32l) + (\sigma_{ax} \cdot \pi \cdot d^4 \cdot \theta)/(32l) + (\pi \cdot E \cdot d^6 \cdot \theta^3)/1536.$$

Contribuţia termenului în θ^3 este neglijabilă, operându-se în mod uzual cu termenii liniari, adică:

$$M_t = (G \cdot \pi \cdot d^4 \cdot \theta)/(32l) + (P_a \cdot d^2 \cdot \theta)/(8l). \qquad (2.17)$$

Tensiunile tangenţiale maxime ce apar în fir sunt date de relaţia

$$\tau_{max} = M_{t0}/W_p = (16M_{t0})/(\pi \cdot d^3). \qquad (2.18)$$

Tensiunile de întindere au valoarea maximă la marginea firului şi sunt date de

$$\sigma_{max} = [(E \cdot d^2)/16](\theta/l)^2 + (4P_a)/(\pi \cdot d^2). \qquad (2.19)$$

Tensiunea echivalentă, σ_e, calculată pe baza teoriei a treia de rupere, va fi

$$\sigma_e = \sqrt{\sigma_{max}^2 + 4\tau_{max}^2}, \qquad (2.20)$$

relaţie ce serveşte pentru verificarea sau dimensionarea firului.

2.2.2.2. **Torsiunea elementelor elastice de secţiune dreptunghiulară**. Analiza deformaţiilor şi solicitărilor în banda de secţiune dreptunghiulară este mai complexă întrucât, sub acţiunea tensiunilor de întindere, deplasarea secţiunii este foarte accentuată (fig.2.6). În ipoteza torsiunii simple, relaţia dintre momentul de torsiune şi deformaţie se scrie

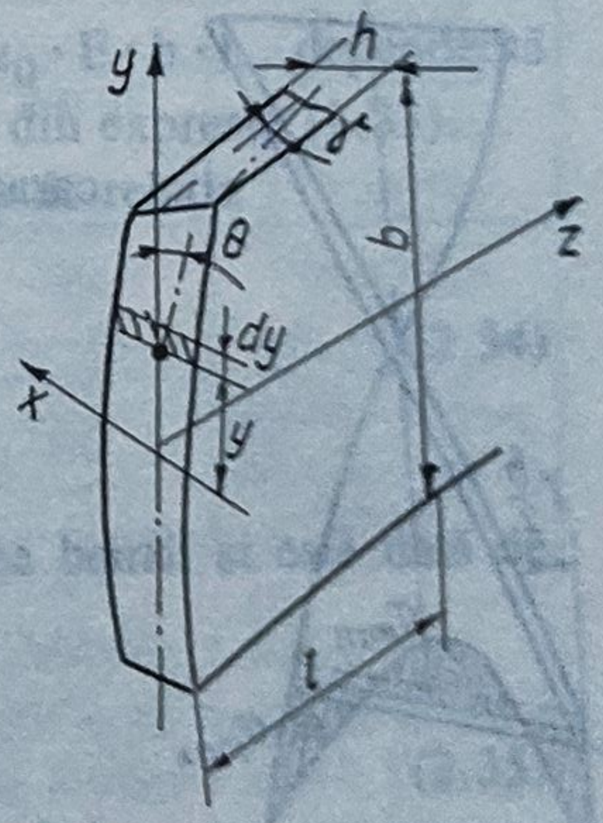


Fig.2.6.

$$M_{t0} = [(G \cdot b \cdot h^3 \cdot \theta)/l] \cdot f_1(b/h), \qquad (2.21)$$

unde: h şi b reprezintă grosimea şi lăţimea secţiunii; l — lungimea benzii; θ — deformaţia unghiulară.

Valorile lui $f_1(b/h)$ sunt date în tabelul 2.1.

Tabelul 2.1. **Valorile lui $f_1(b/h)$ şi $f_2(b/h)$**

b/h	1	1,5	2	4	6	8	10	15	
$f_1(b/h)$	0,141	0,1958	0,2287	0,2808	0,2985	0,3072	0,3124	0,3194	1/3
$f_2(b/h)$	0,212	0,2311	0,2459	0,2816	0,2988	0,3072	0,3124	0,3194	1/3

Urmărind deformaţia fibrelor longitudinale, în ipoteza nemodificării poziţiei secţiunii transversale, alungirea relativă va avea expresia

$$\epsilon' = (b^2/8) \cdot (\theta/l)^2 \cdot [(2y)/b]^2 = [(\theta/l)^2 \cdot y^2]/2 . \qquad (2.22)$$

În cazul în care deplasarea axială a benzii nu este împiedicată, banda va suferi o scurtare relativă cu valoarea ϵ_0. În această situaţie, alungirea relativă într-o secţiune oarecare a benzii se scrie $\epsilon = \epsilon' - \epsilon_0$ şi va fi

$$\epsilon = [(1/2) \cdot (\theta/l)^2 \cdot y^2] - \epsilon_0 , \qquad (2.23)$$

iar tensiunile de întindere corespunzătoare sunt

$$\sigma = E\left\{\left[(\theta/l)^2 \cdot (y^2/2)\right] - \epsilon_0\right\} . \qquad (2.24)$$

Condiţia ca forţa axială rezultată din integrarea tensiunilor să fie nulă se poate scrie

$$\int_{-b/2}^{b/2} \sigma \cdot h \cdot dy = \int_{-b/2}^{b/2} h \cdot E\left\{\left[(\theta/l)^2 \cdot (y^2/2)\right] - \epsilon_0\right\} \cdot dy , \qquad (2.25)$$

de unde se obţine

$$\epsilon_0 = (\theta/l)^2 \cdot (b^2/24) . \qquad (2.26)$$

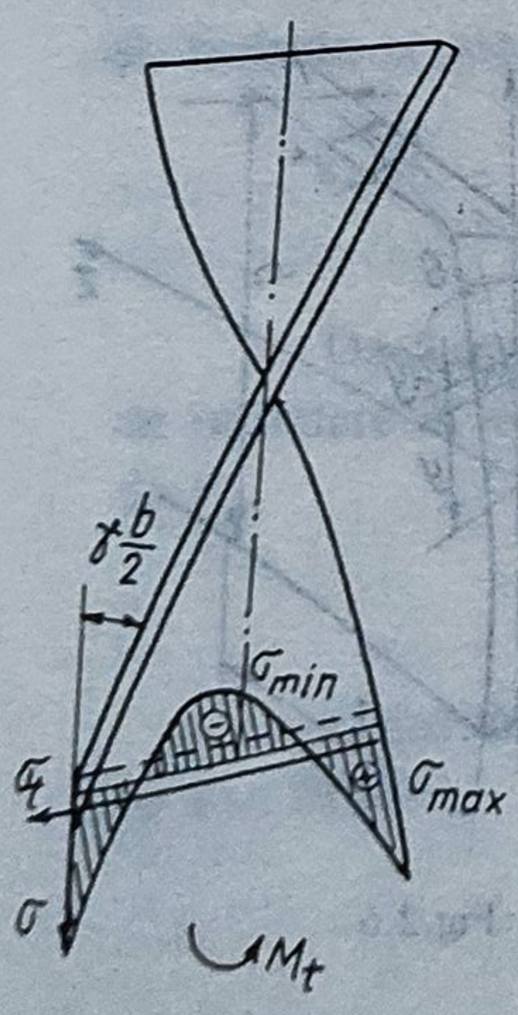


Fig.2.7.

Distribuţia tensiunilor, ilustrată în figura 2.7, este caracterizată de valorile

$$\sigma_{min} = -E \cdot (\theta/l)^2 b^2/24 , \text{ în centrul secţiunii } (y = 0), \qquad (2.27)$$

$$\sigma_{max} = E \cdot (\theta/l)^2 b^2/12 , \text{ la marginea secţiunii } (y = b/2).$$

Aceste tensiuni de întindere, orientate în lungul fibrelor deformate, deplasează secţiunea firului şi creează un moment de răsucire suplimentar. Componenta tensiunilor ce furnizează acest moment va fi

$$\sigma_t = \sigma \cdot \sin[(\theta \cdot y)/l] \approx \sigma \cdot [(\theta \cdot y)/l] , \qquad (2.28)$$

unde σ este dat de relaţia (2.24).

Prin integrarea acestei expresii pe suprafaţa secţiunii, se obţine

$$M_s = \int_{-b/2}^{b/2} \sigma_t \cdot y \cdot h \cdot dy = [(E \cdot h \cdot b^5)/360] \cdot (\theta/l)^3 . \quad (2.29)$$

În cazul în care în direcţia axială a benzii acţionează o forţă suplimentară P_a, care produce o tensiune uniform distribuită,

$$\sigma_{ax} = P_a/(b \cdot h) , \quad (2.30)$$

componenta normală a acesteia pe axa benzii, care va produce un moment rezistent suplimentar, va fi

$$\sigma_t = \frac{\sigma_{ax}}{\cos[(y \cdot \theta)/l]} \cdot \sin[(y \cdot \theta)/l] \approx \sigma_{ax} \cdot [(y \cdot \theta)/l] . \quad (2.31)$$

Dacă se efectuează integrala (2.29), rezultă

$$M_a = (\sigma_{ax} \cdot h \cdot b^3 \cdot \theta)/(12l) . \quad (2.32)$$

Momentul rezistent de torsiune total al benzii va fi

$$M_t = [(G \cdot b \cdot h^3 \cdot \theta)/l] \cdot f_1(b/h) + (E \cdot h \cdot b^5 \cdot \theta^3)/(360l^3) + (P_{ax} \cdot b^2 \cdot \theta)/(12l) . \quad (2.33)$$

Este de menţionat faptul că, în cazul împiedicării deplasării axiale a benzii (împiedicarea scurtării), în bandă se dezvoltă o forţă axială $P'_{ax} = \epsilon_0 \cdot E \cdot b \cdot h$, dependentă de unghiul de torsiune care măreşte rigiditatea, după cum rezultă din expresia (2.33).

Tensiunile tangenţiale maxime ce apar în bandă sunt date de relaţia

$$\tau_{max} = [M_0/(b \cdot h^2)] \cdot f_2(b/h) , \quad (2.34)$$

unde valorile funcţiei $f_2(b/h)$ sunt date în tabelul 2.1.

Tensiunea de întindere are valoarea maximă la marginea benzii şi este dată de relaţia

$$\sigma_{max} = [E \cdot (\theta/l)^2 \cdot (b^2/12)] + [P_{ax}/(b \cdot h)] , \quad (2.35)$$

iar tensiunea echivalentă se calculează ca în cazul firelor cu relaţia (2.20).

În cazul extensorilor lucrează în paralel două benzi, pentru care, dacă secţiunea are aceleaşi dimensiuni, se poate calcula o singură bandă cu lungimea echivalentă

$$l = (l_1 \cdot l_2)/(l_1 + l_2) . \quad (2.36)$$

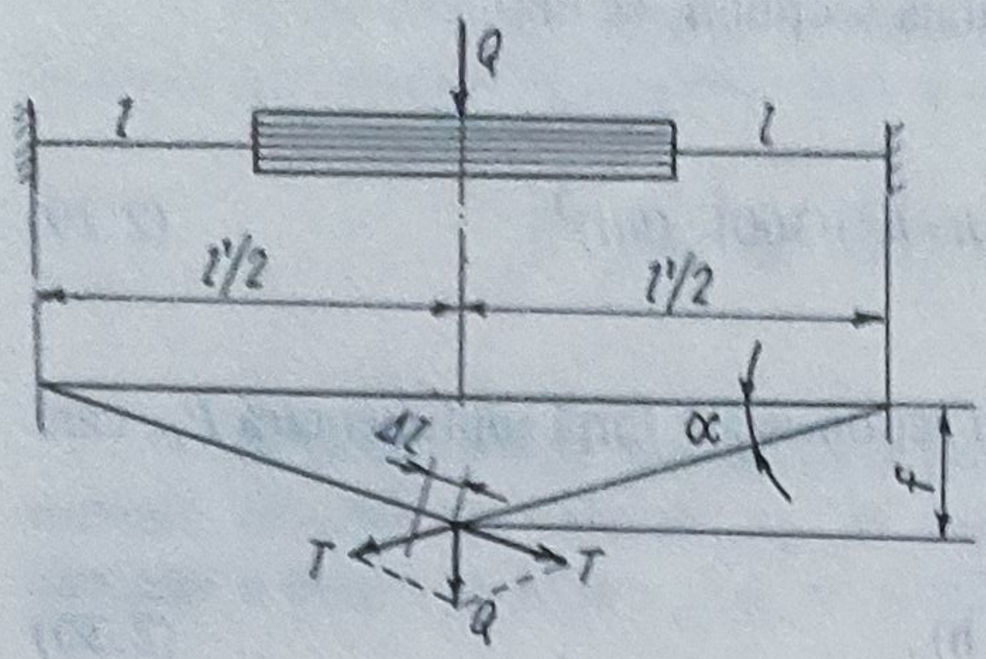


Fig.2.8

Dacă extensorul are o poziţie orizontală, prin calcul se urmăreşte să se stabilească tensiunea de montaj, în funcţie de săgeata limită admisă f. Cu notaţiile din figura 2.8 se poate scrie

$$\sin\alpha = Q/(2T) \text{ şi } \operatorname{tg}\alpha = (2f)/l' . \quad (2.37)$$

Dacă se consideră $\sin\alpha \approx \operatorname{tg}\alpha$, rezultă $T = (Q \cdot l')/(4f)$, unde: Q este greutatea sistemului mobil; T — tensiunea din extensor.

Tensiunea iniţială de montaj T_i se determină din condiţia ca, pentru o săgeată impusă, valoarea ei minimă

$$T_{max} = T_i + T \quad (2.38)$$

să nu depăşească rezistenţa admisibilă a materialului.

În tabelul 2.2 sunt prezentate proprietăţile mecanice caracteristice ale unor materiale utilizate pentru confecţionarea benzilor şi firelor de torsiune.

Tabelul 2.2. **Proprietăţile mecanice ale materialelor pentru benzi şi fire de torsiune**

Material	PtNi	S_nB_z8	S_nB_z1	CuBe1	Nivarox	
Modul de elasticitate longitudinal, E [N/mm^2]	166 000	110 000	105 000	120 000	190 000	70 000 ϕ2 μm 25 000 ϕ50 μm
Modul de elasticitate transversal, G [N/mm^2]	70 000	46 000	45 000	44 000	70 000	28 000 ϕ2 μm 8 500 ϕ50 μm
σ_a [N/mm^2]	1 000	710	430	900	780	2 000 ϕ2 μm 300 ϕ50 μm
τ_a [N/mm^2] pentru o eroare de histerezis sub 0,5‰	130	100	40	120	90	–

2.2.2.3. **Probleme constructive.** Una din aplicaţiile curente ale elementelor elastice de torsiune o constituie sprijinirea bobinelor aparatelor electrice de măsurare. În figura 2.9 este ilustrată schematic o astfel de construcţie. Tot un exemplu tipic de utilizare a benzii de torsiune îl constituie suspensia subansamblului giroscopic al giroteodolitelor (fig.2.10).

Problemele constructive deosebite sunt cele privind prinderea benzii de partea fixă şi de sistemul mobil al aparatului, precum şi cele legate de protecţia împotriva şocurilor. Fixarea rigidă (fig.2.11) este utilizată în cazul suspensorilor, când nu este necesară tensionarea benzii. Prinderea benzii prin intermediul unui element elastic oferă avantajul obţinerii, pe această cale, şi a forţelor de tensionare. Arcul lamelar simplu (fig.2.9) ocupă

un gabarit relativ mare, mai avantajoase fiind din acest punct de vedere arcurile preformate (fig.2.12).

În mod uzual, pentru aparatele electrice, lagărul este în acelaşi timp şi conductorul de alimentare al bobinei. De aceea nu este recomandată fixarea mecanică a capătului benzii, în majoritatea cazurilor utilizându-se lipirea şi, în ultimul timp, sudarea în laser. În cazul firelor de cuarţ, pentru a se asigura conducerea curentului electric, suprafaţa exterioară a acestora se metalizează.

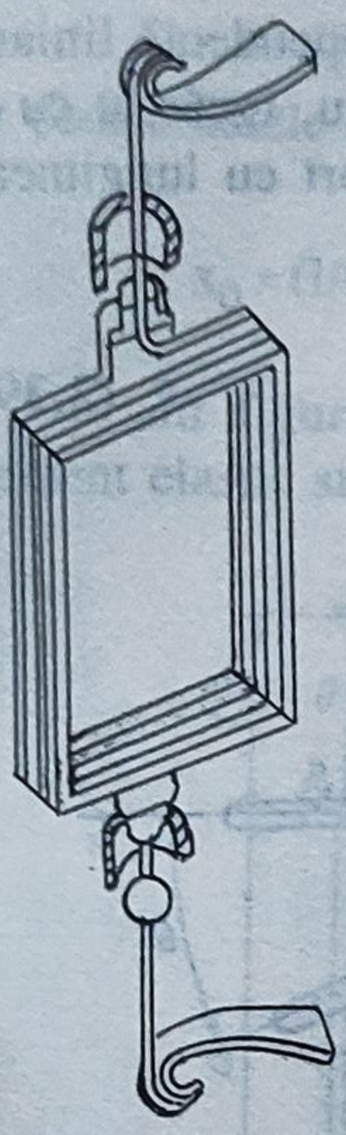


Fig.2.9

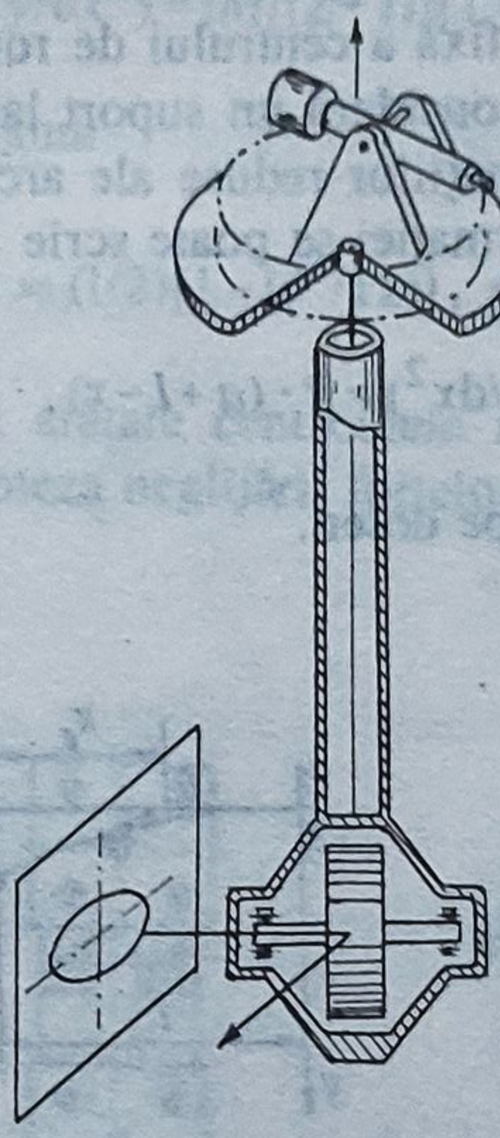


Fig.2.10

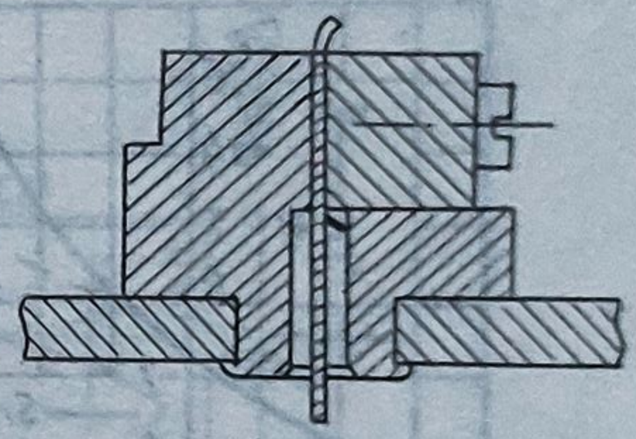


Fig.2.11

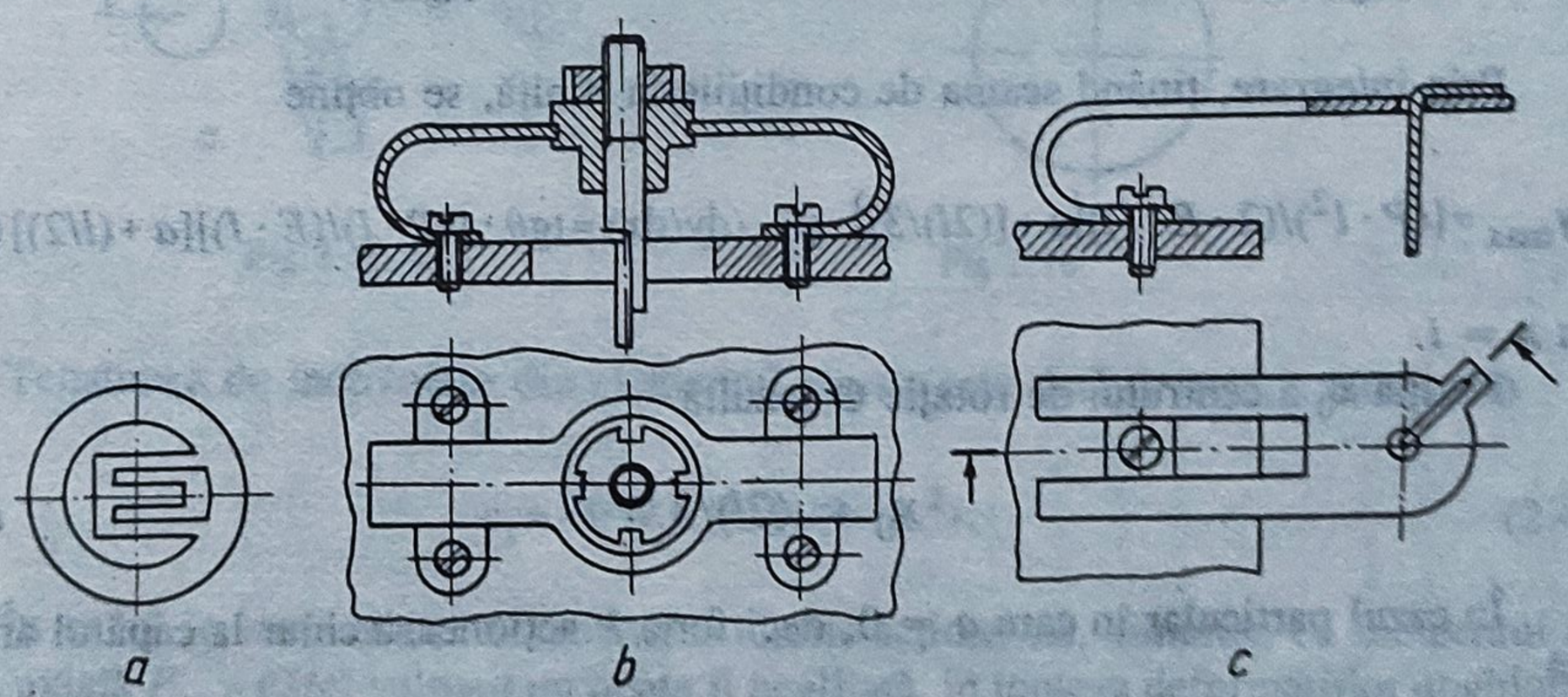


Fig.2.12.

În exploatarea lagărelor cu elemente elastice de torsiune trebuie să se ţină seama de influenţa variaţiilor de temperatură asupra momentului rezistent dezvoltat de arc. S-a constatat că această variaţie este substanţială şi depinde în mare măsură de natura materialului (fig.2.13). Pe lângă alegerea adecvată a materialului benzii, o soluţie practică a acestei probleme o constituie utilizarea unui sistem elastic autocompensat din termobimetal pentru întinderea benzii de torsiune.

2.2.3.Lagăre cu elemente elastice de încovoiere

Lagărele cu elemente elastice de încovoiere sunt formate din unul sau mai multe arcuri lamelare, legate la un capăt de partea fixă, iar la celălalt de sistemul mobil al aparatului.

În analiza lor, în afară de aspectele legate de deformaţii sau de rezistenţă, de un interes deosebit este problema cinematică, adică determinarea centrului de rotaţie al lagărului. Pentru unghiuri de rotaţie mici (în general sub 5°) se poate admite practic că, acest tip de sprijinire asigură o poziţie fixă a centrului de rotaţie şi o dependenţă liniară între deformaţie şi solicitare. Dacă se consideră un suport lamelar simplu, încărcat cu o forţă P (figura 2.14), în ipoteza deformaţiilor reduse ale arcului în raport cu lungimea, ecuaţia diferenţială aproximativă a deformaţiei se poate scrie

$$E \cdot I \cdot (d^2y/dx^2) = P \cdot (a + l - x), \tag{2.39}$$

unde a, l şi x sunt dimensiunile arătate pe desen.

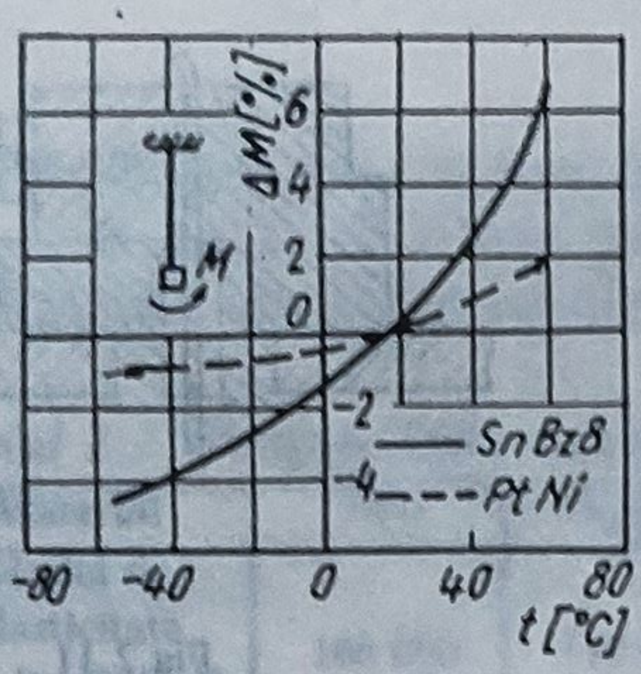


Fig.2.13

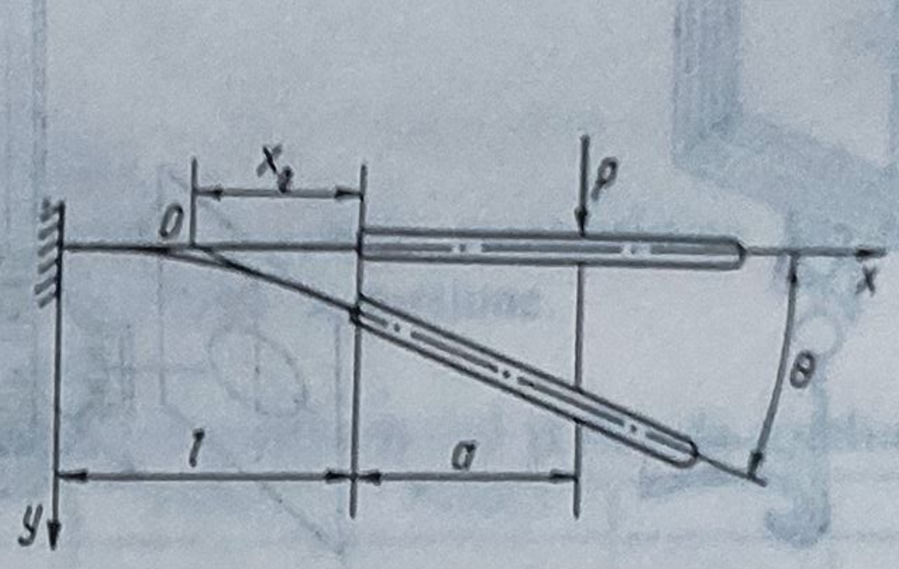


Fig.2.14

Prin integrare, ţinând seama de condiţiile la limită, se obţine

$$y_{max} = [(P \cdot l^2)/(2 \cdot E \cdot I)]\{a + [(2l)/3]\} \quad \text{şi} \quad (dy/dx) = \operatorname{tg}\theta \cdot [(P \cdot l)/(E \cdot I)][a + (l/2)] \tag{2.40}$$

pentru $x = l$.

Poziţia x_0 a centrului de rotaţie O rezultă

$$x_0 = (2l)/3. \tag{2.41}$$

În cazul particular în care $a = 0$, deci forţa P acţionează chiar la capătul arcului, rezultă

$$x_0 = l/2. \tag{2.42}$$

În cazul în care a este mult mai mare decât l, efectul forţei P devine neglijabil în raport cu momentul $M = P \cdot a$, care acţionează în capătul arcului; iar poziţia centrului de rotaţie 0 va fi

$$x_0 = l/2. \tag{2.43}$$

Acest tip de lagăr este folosit la suspendarea pendulelor (fig.2.15). În calcule, efectul forţelor longitudinale P_x şi transversale P_y se neglijează în raport cu cel al momentului $M = P_x \cdot a$. La deformaţii mari, mişcarea nu mai are loc în jurul punctului 0, ci, ca pentru orice mişcare generală plană, are loc o rostogolire a centroidei mobile pe centroida fixă, punctul lor de tangenţă fiind centrul instantaneu de rotaţie. Ecuaţia fibrei medii deformate va fi

$$(d^2y/dx^2) = [M/(E \cdot I)][1 + (dy/dx)^2]^{3/2}, \qquad (2.44)$$

iar coordonatele centrului O sunt

$$x_0 = (1/\theta^2)(1 - \cos\theta) \approx (1/2)[1 - (\theta^2/12)], \; y_0 = (1/\theta^2)(\theta - \sin\theta) \approx (1 \cdot \theta)/6. \qquad (2.45)$$

În figura 2.16 sunt arătate centroidele mişcării unui pendul suspendat de un element elastic simplu, în ipoteza neglijării forţelor P_y şi P_x.

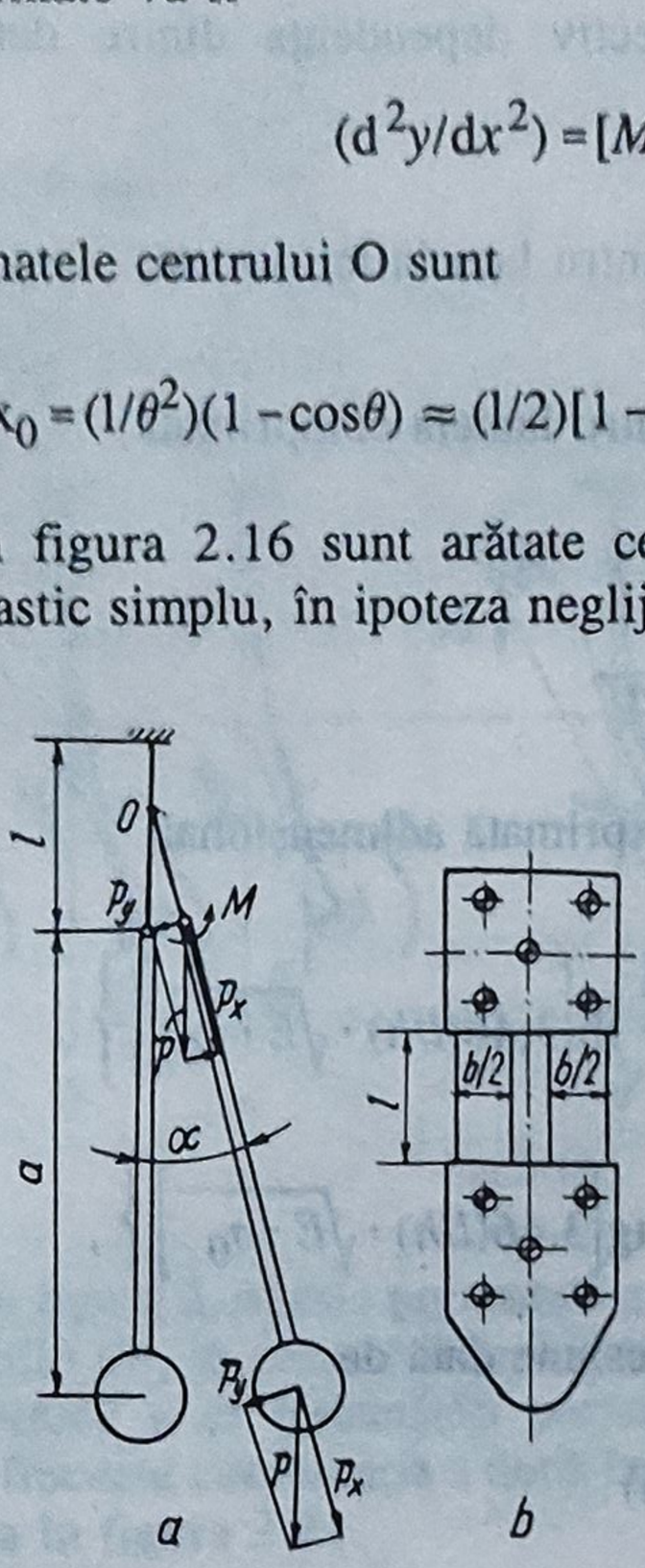


Fig.2.15

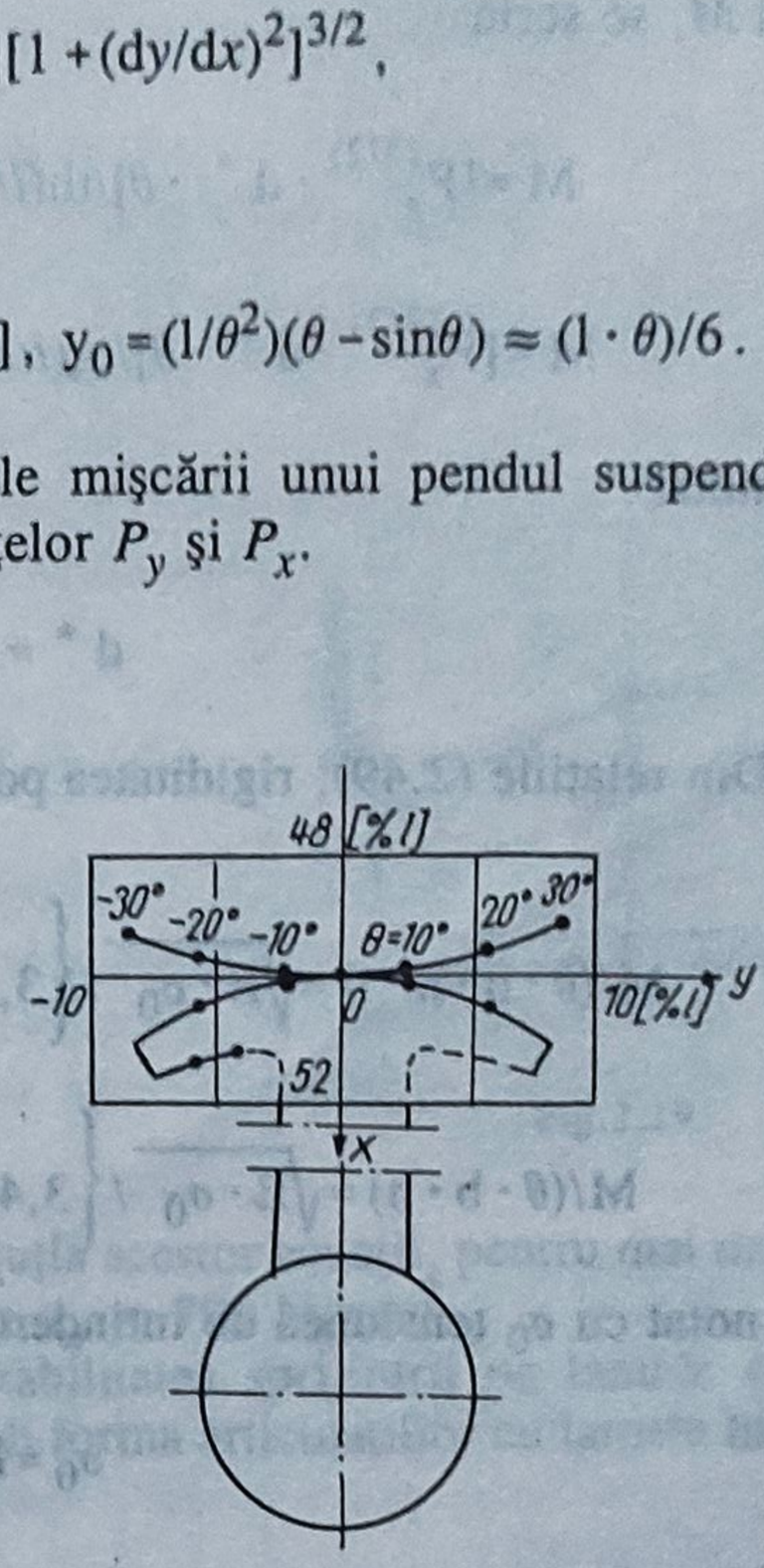


Fig.2.16

Tensiunea de încovoiere din elementul elastic este dată de relaţia cunoscută

$$\sigma_i = M/W = (6M)/(b \cdot h^2). \qquad (2.46)$$

În cazul în care asupra elementului elastic acţionează, simultan cu momentul M, şi o forţă axială P_x, a cărei valoare nu poate fi neglijată, în ipoteza deformaţiilor unghiulare mici, ecuaţia diferenţială a fibrei medii deformate se scrie

$$(d^2y/dx^2) - [(P_x \cdot y)/(E \cdot I)] = [M/(E \cdot I)] \text{ pentru lamela tensionată,} \qquad (2.47)$$

$$(d^2y/dx^2) + [(P_x \cdot y)/(E \cdot I)] = [M/(E \cdot I)] \text{ pentru lamela comprimată.}$$

Dacă se pun condiţiile la limită

$$y=0 \text{ şi } dy/dx=0 \text{ pentru } x=0, \qquad (2.48)$$
$$dy/dx=\operatorname{tg}\theta=y/x_0 \text{ pentru } x=l,$$

ecuaţia caracteristicii elementului elastic, respectiv dependenţa dintre deformaţie şi momentul M, se scrie

$$M=[P_x^{(3/2)}\cdot d^*\cdot\theta]/\operatorname{th}(l/d^*) \text{ pentru lamela tensionată,} \qquad (2.49, a)$$

$$M=[P_x^{(3/2)}\cdot d^*\cdot\theta]/\operatorname{tg}(l/d^*) \text{ pentru lamela comprimată,} \qquad (2.49, b)$$

unde s-a notat

$$d^*=\sqrt{(E\cdot I)/P}\,. \qquad (2.50)$$

Din relaţiile (2.49), rigiditatea poate fi exprimată adimensional

$$M/(\theta\cdot b\cdot h\cdot l)=\sqrt{E\cdot\sigma_0}\,/\left\{3{,}46(l/h)\cdot\operatorname{th}\left[3{,}46(l/h)\cdot\sqrt{E\cdot\sigma_0}\,\right]\right\}, \qquad (2.51, a)$$

$$M/(\theta\cdot b\cdot h)=\sqrt{E\cdot\sigma_0}\,/\left\{3{,}46(l/h)\cdot\operatorname{tg}\left[3.46(l/h)\cdot\sqrt{E\cdot\sigma_0}\,\right]\right\}, \qquad (2.51, b)$$

unde s-a notat cu σ_0 tensiunea de întindere-compresiune dată de

$$\sigma_0=P_x/(b\cdot h)\,. \qquad (2.52)$$

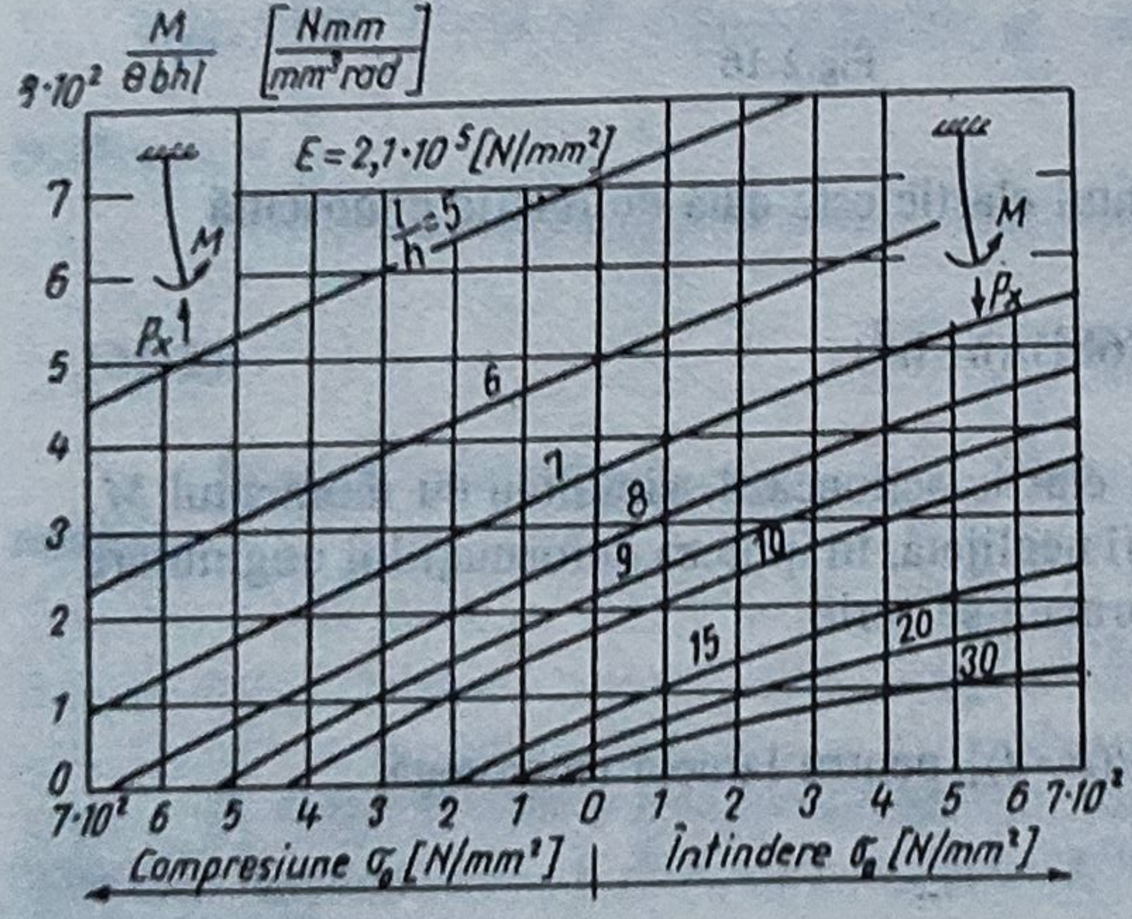


Fig.2.17.

În figura 2.17 este reprezentată grafic dependenţa rigidităţii de încărcarea axială, pentru o valoare a modulului de elasticitate $E = 2{,}1\cdot10^5$ N/mm^2, corespunzătoare oţelului.

Pentru aparatele de precizie care măsoară forţe sau momente se caută să se obţină un factor de rigiditate cât mai redus şi care să fie cât mai independent de sarcină. Micşorarea raportului l/h şi comprimarea lamelei oferă posibilităţi limitate şi, de aceea, uneori se folosesc *compensatori*, modul lor de acţionare fiind reprezentat schematic în figurile 2.18 şi 2.19. Modificarea punctului de acţiune al forţei P_x (fig.2.18, *c*) produce micşorarea dependenţei rigidităţii de încărcarea axială, după cum ilustrează curba *c* din figura 2.19.

Utilizarea unei contragreutăţi (fig.2.18, *d*) micşorează factorul de rigiditate al sistemului, fapt ilustrat de curba *d* din figura 2.19.

Pentru calculul de rezistenţă trebuie să se ţină cont de solicitarea compusă dată de momentul M şi de sarcina P_x. Pentru proiectare, apare utilă exprimarea deformaţiei unghiulare admisibile, în funcţie de solicitarea admisibilă a materialului. Relaţiile de calcul se scriu astfel:

$$\theta_a = \left[(\sigma_a - \sigma_0)/(1{,}73\sqrt{E \cdot \sigma_0})\right] \cdot \text{th}\left[3{,}46(l/h)\sqrt{\sigma_0/E}\right] \qquad (2.53,\ a)$$

pentru lamela tensionată,

$$\theta_a = \left[(\sigma_a - \sigma_0)/(1{,}73\sqrt{E \cdot \sigma_0})\right] \cdot \text{tg}\left[3{,}46(l/h)\sqrt{\sigma_0/E}\right] \qquad (2.53,\ b)$$

pentru lamela comprimată.

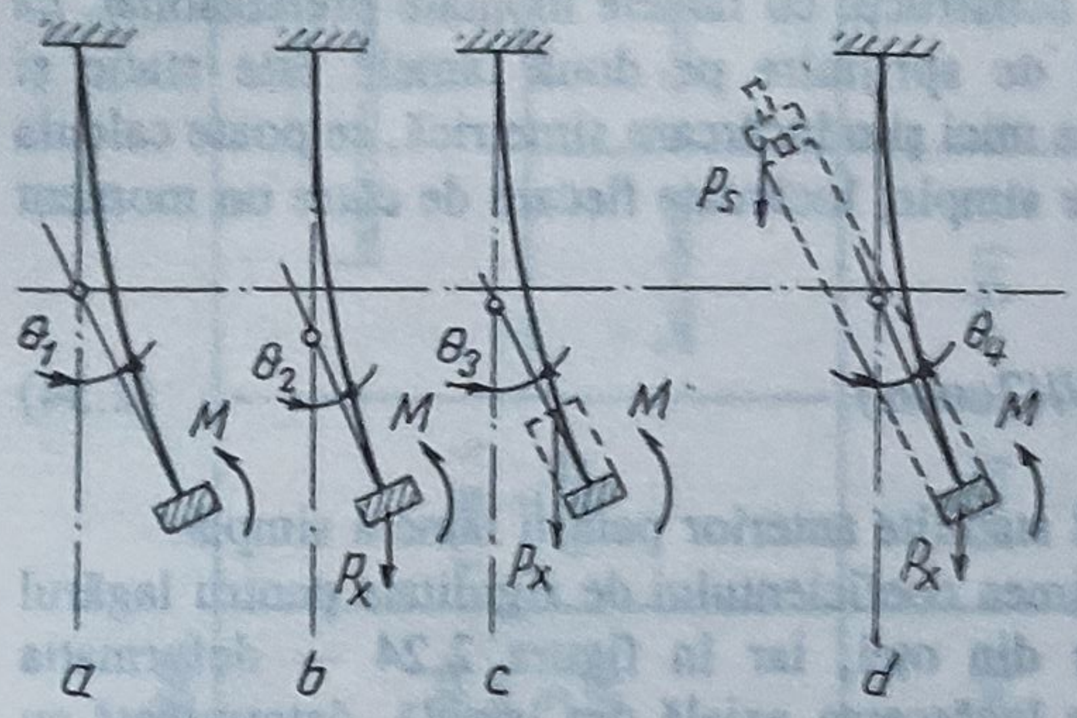


Fig.2.18

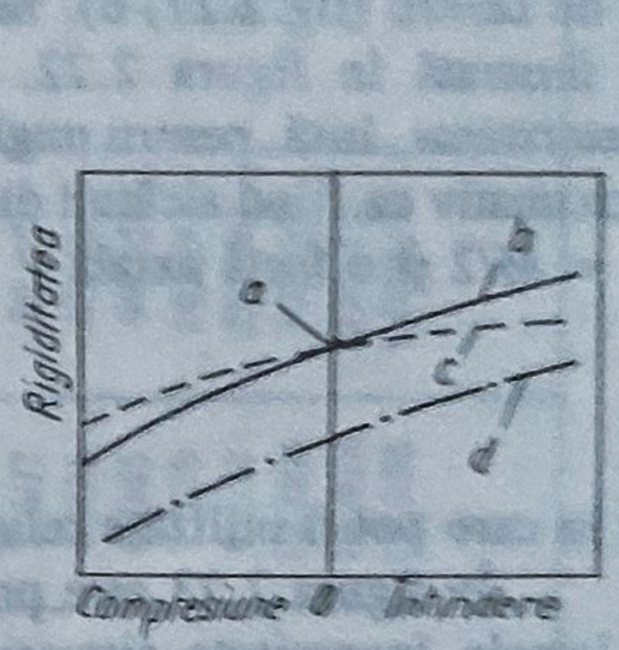


Fig.2.19

În figura 2.20 este prezentată grafic soluţia acestor ecuaţii, pentru mai multe valori ale raportului l/h, în cazul folosirii unui oţel cu $\sigma_a = 700$ N/mm^2.

Pentru a se îmbunătăţi portanţa şi stabilitatea sprijinirii pe lamele elastice se utilizează frecvent combinaţia a două lamele, sub forma articulaţiilor cu lamele încrucişate, montate ca în figura 2.21.

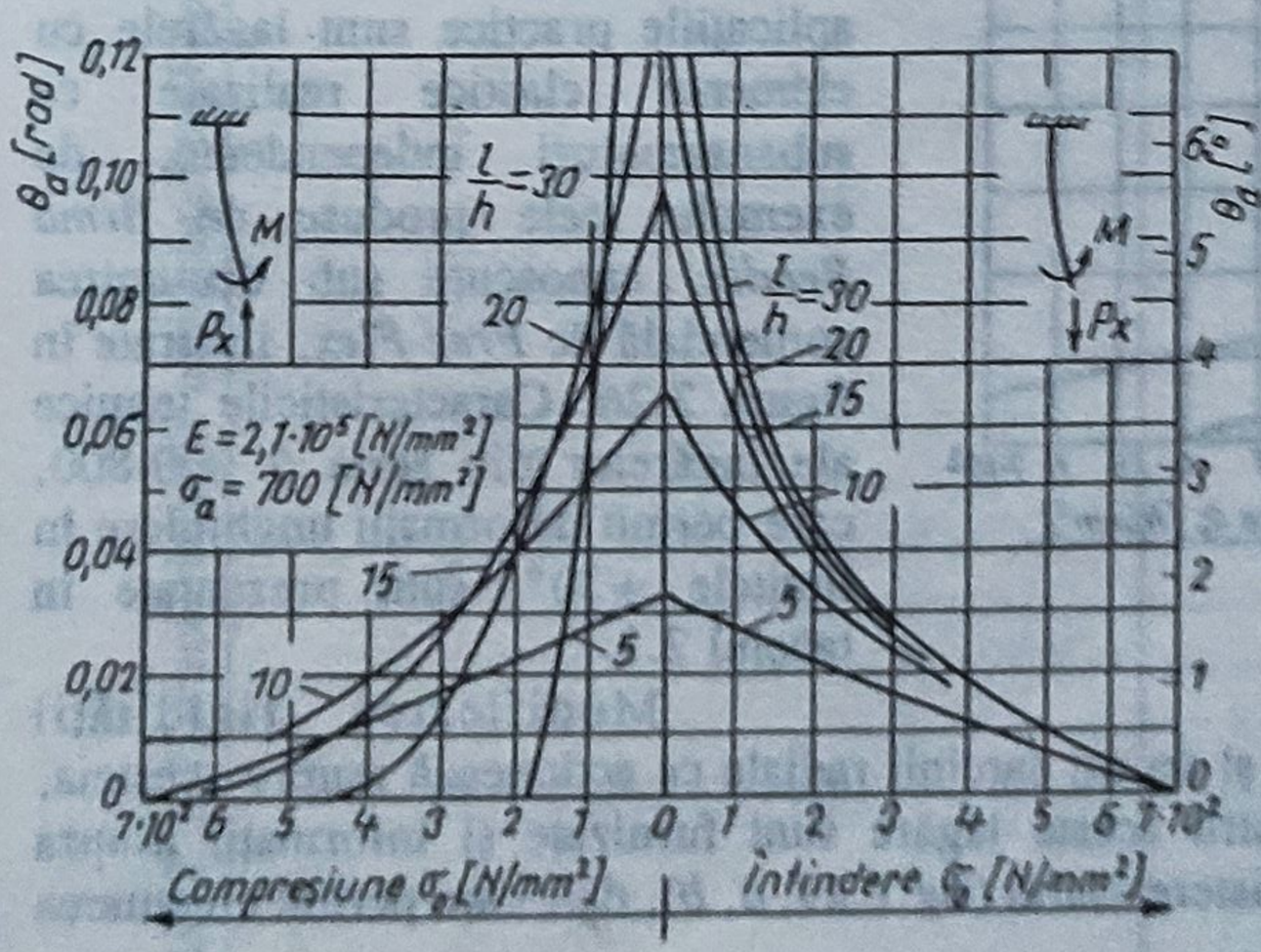


Fig.2.20

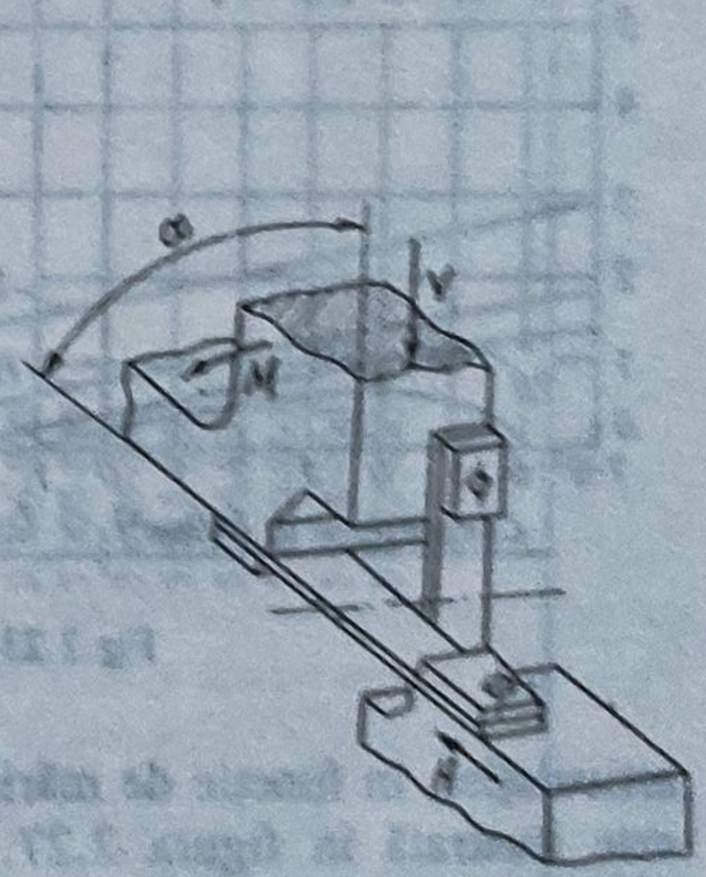


Fig.2.21

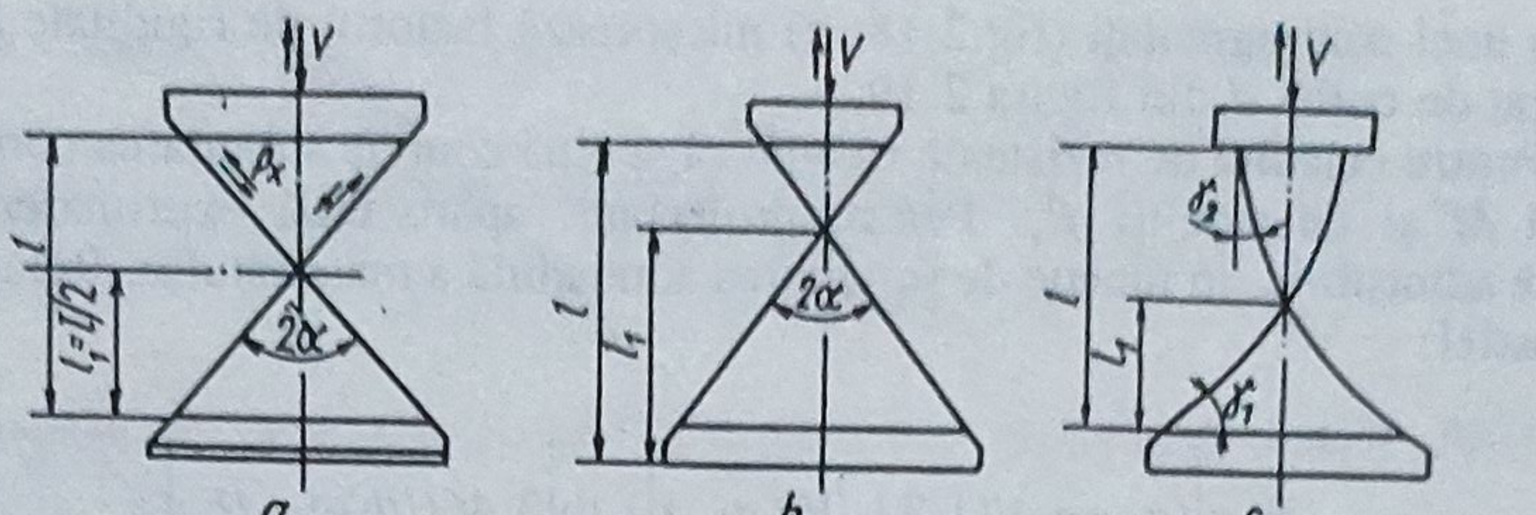


Fig.2.22

Aceste articulaţii pot fi simetrice, când punctul de intersecţie al lamelor se află la mijlocul lungimilor (fig. 2.22, *a*), şi asimetrice, când punctul de intersecţie este deplasat faţă de centru (fig.2.22, *b*). Se întâlnesc şi construcţii cu lamele montate pretensionat, ca cea ilustrată în figura 2.22, *c*). Sistemul de sprijinire pe două lamele este static şi nedeterminat, însă, pentru unghiuri de rotaţie mici şi o încărcare simetrică, se poate calcula aproximativ ca fiind alcătuit din două lamele simple, încărcate fiecare de către un moment $M_1 = M/2$ şi o forţă axială

$$P_x = V/(2\cos\alpha), \tag{2.54}$$

caz în care pot fi utilizate relaţiile de calcul stabilite anterior pentru lamela simplă.

În figura 2.23 este prezentată mărimea coeficientului de rigiditate pentru lagărul cu lamele încrucişate simetrice, executate din oţel, iar în figura 2.24 — deformaţia unghiulară admisibilă, ambele în funcţie de încărcarea axială din lamelă. determinată cu relaţiile (2.54) şi (2.52).

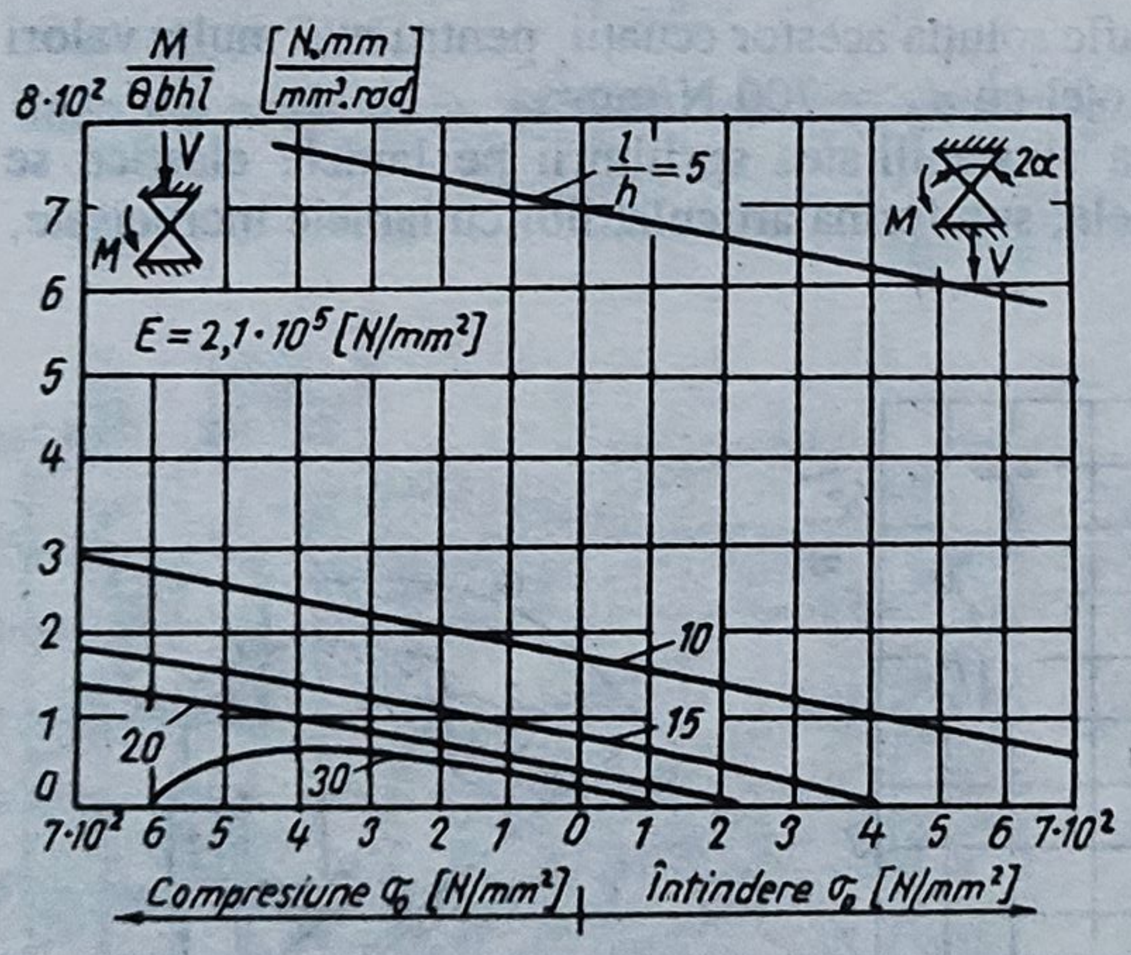


Fig.2.23

În cazul în care deformaţiile sunt mari, poziţia centrului de rotaţie nu mai este fixă, acesta deplasându-se de-a lungul centroidei fixe (fig.2.25).

Deosebit de atractive pentru aplicaţiile practice sunt lagărele cu elemente elastice realizate ca subansambluri independente, de exemplu, cele produse de *firma Bendix*, cunoscute sub denumirea comercială de *Free-Flex*, ilustrate în figura 2.26. Caracteristicile tehnice ale lagărelor din seria 5 000-800, care permit deformaţii unghiulare în limitele ±30°, sunt prezentate în tabelul 2.3.

Modificarea rigidităţii articulaţiei, în funcţie de mărimea şi sensul sarcinii radiale ce acţionează asupra acesteia, este ilustrată în figura 2.27. Pentru aceste lagăre sunt furnizate şi informaţii asupra deplasării centrului de rotaţie şi a histerezisului (fig.2.29, *a*, *b*), date care permit efectuarea calculului de erori.

În diagrama din figura 2.28 este prezentată durabilitatea acestor lagăre, în funcţie de mărimea încărcării şi amplitudinea deformaţiilor unghiulare.

Tabelul 2.3. **Caracteristicile articulaţiilor Free-Flex Seria 5 000-800**

Tipul	Diametru + 0 D − 0,0127	Lungimea L ± 0,076	Cota A ± 0,127	Încărcarea maximă		Rigiditatea pentru V = 0 K_0	Greutatea	Constanta G
				Întindere	Compresiune			
	[mm]	[mm]	[mm]	[N]	[N]	Nmm/rad	[cN]	—
5 004-800	3,1750	5,080	2,413	15,88	3,99	1,3	0,129	14,6
5 005-800	3,9688	6,350	3,048	24,85	6,31	2,9	0,249	8,09
5 006-800	4,7625	7,620	3,607	30,85	9,44	4,7	0,435	5,95
5 008-800	6,3500	10,160	4,826	63,51	15,24	11,8	1,043	3,10
5 010-800	7,9375	12,700	6,045	99,35	25,77	23,5	1,996	1,93
5 012-800	9,5250	15,240	7,239	142,90	35,93	38,1	3,493	1,44
5 016-800	12,7000	20,320	9,652	255,40	64,24	93,7	8,119	0,784
5 020-800	15,8750	25,400	12,065	398,30	100,17	195,0	15,966	0,450
5 024-800	19,0500	30,480	14,478	576,13	141,18	328,0	27,306	0,326
5 032-800	25,4000	40,640	19,558	1 020,70	256,58	776,0	64,319	0,180

Montajul articulaţiilor Free-Flex se poate face prin presare, cu alegerea corespunzătoare a câmpului de toleranţe pentru alezajul în care urmează a se fixa, sau prin asigurarea cu şuruburi şi ştifturi. În unele cazuri, bucşele lagărului pot fi încastrate în corpul de bază.

Pentru a se micşora dependenţa caracteristicilor lagărului de direcţia încărcării, adică pentru a se obţine *izoelasticitatea construcţiei*, se folosesc montaje mai complexe, de exemplu cu trei lamele, ca cea reprezentată schematic în figura 2.30.

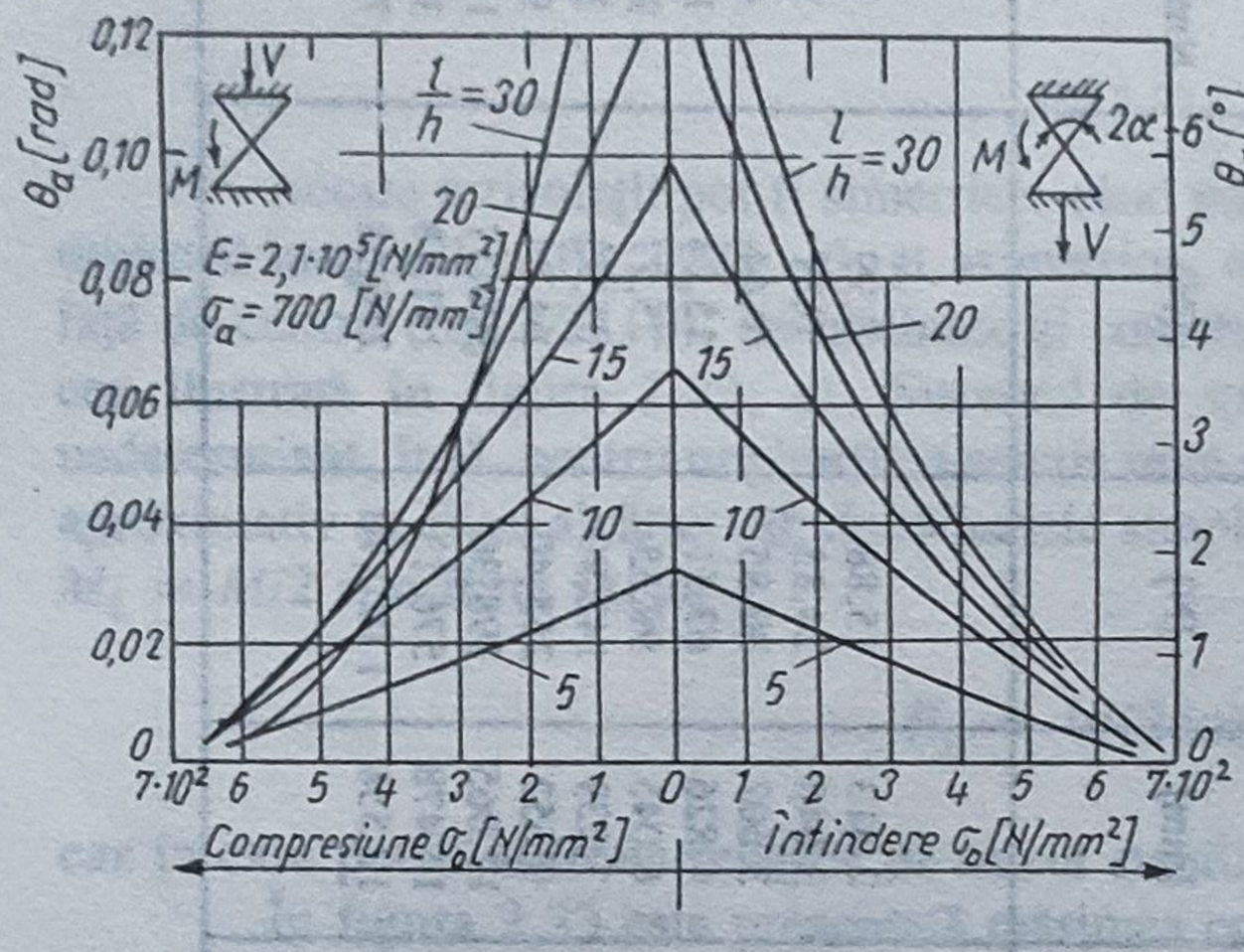


Fig.2.24

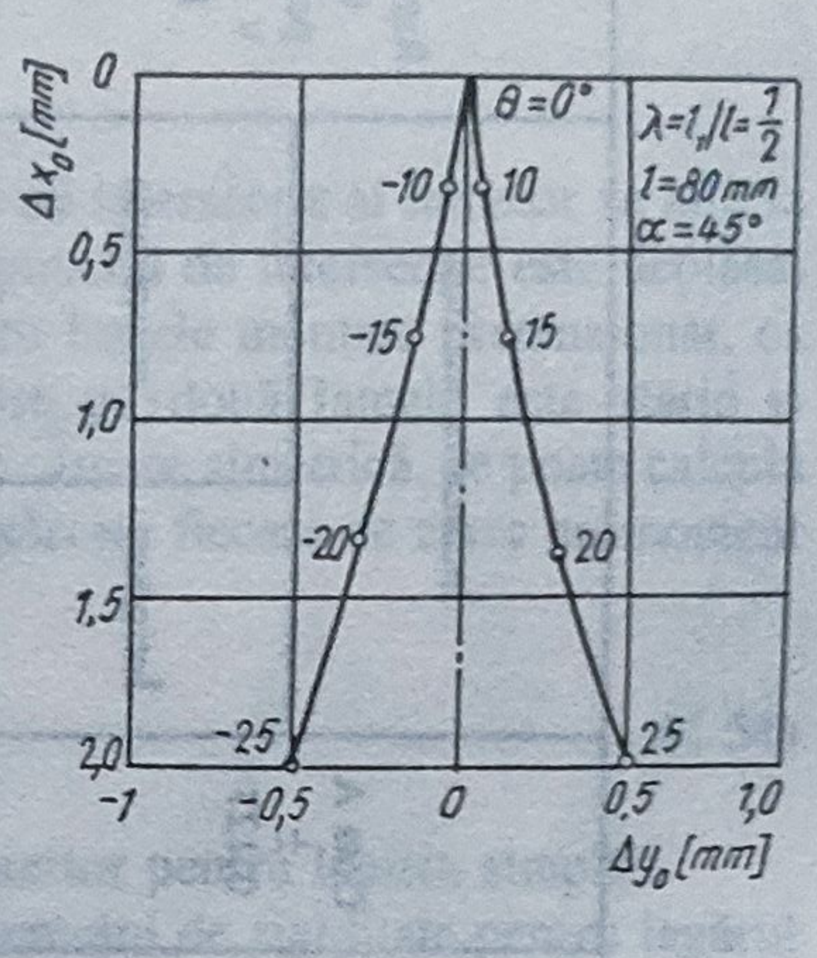


Fig.2.25

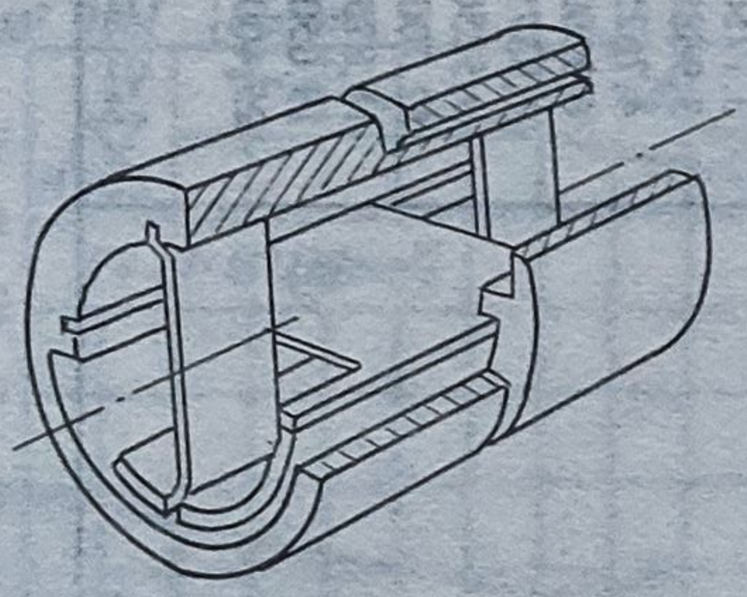


Fig.2.26

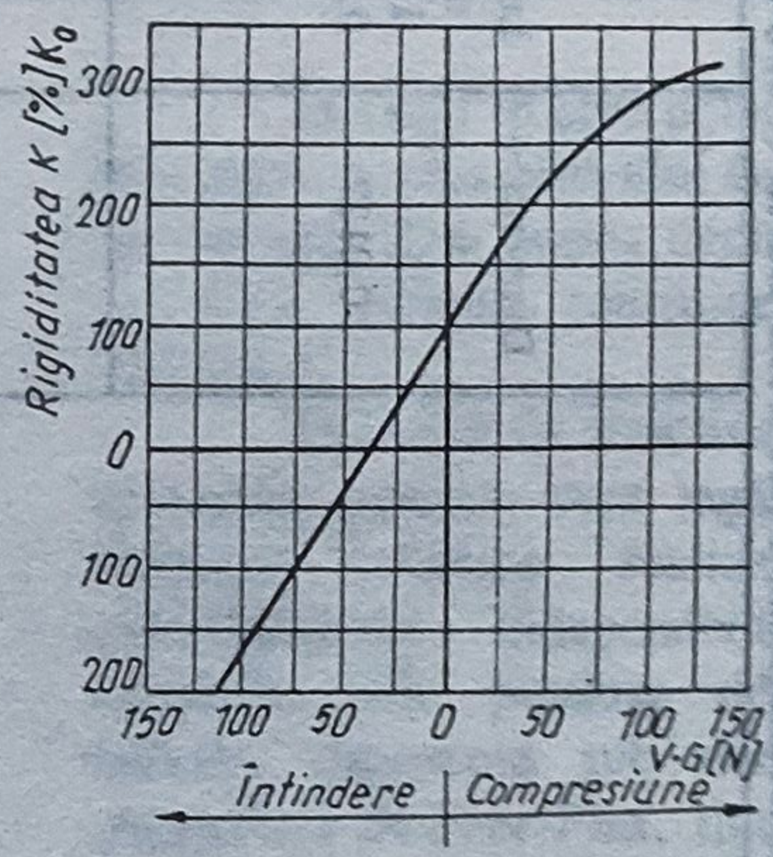


Fig.2.27

Chiar dacă se face abstracţie de nedeterminarea statică a sistemului şi lamelele se calculează independent, analiza este în acest caz mai dificilă, deoarece apare, în plus, şi o încărcare transversală a lamelei dată de forţa P_y, după cum este ilustrat în figura 2.31.

Ecuaţiile fibrei medii deformate se vor scrie

$$(d^2y/dx^2) - [(P_x \cdot y)/(E \cdot I)] = [(P_y \cdot x)/(E \cdot I)] + [M/(E \cdot I)] \qquad (2.54, a)$$

pentru lamela tensionată,

$$(d^2y/dx^2) + [(P_x \cdot y)/(E \cdot I)] = -[(P_y \cdot x)/(E \cdot I)] + [M/(E \cdot I)] \qquad (2.54, b)$$

pentru lamela comprimată.

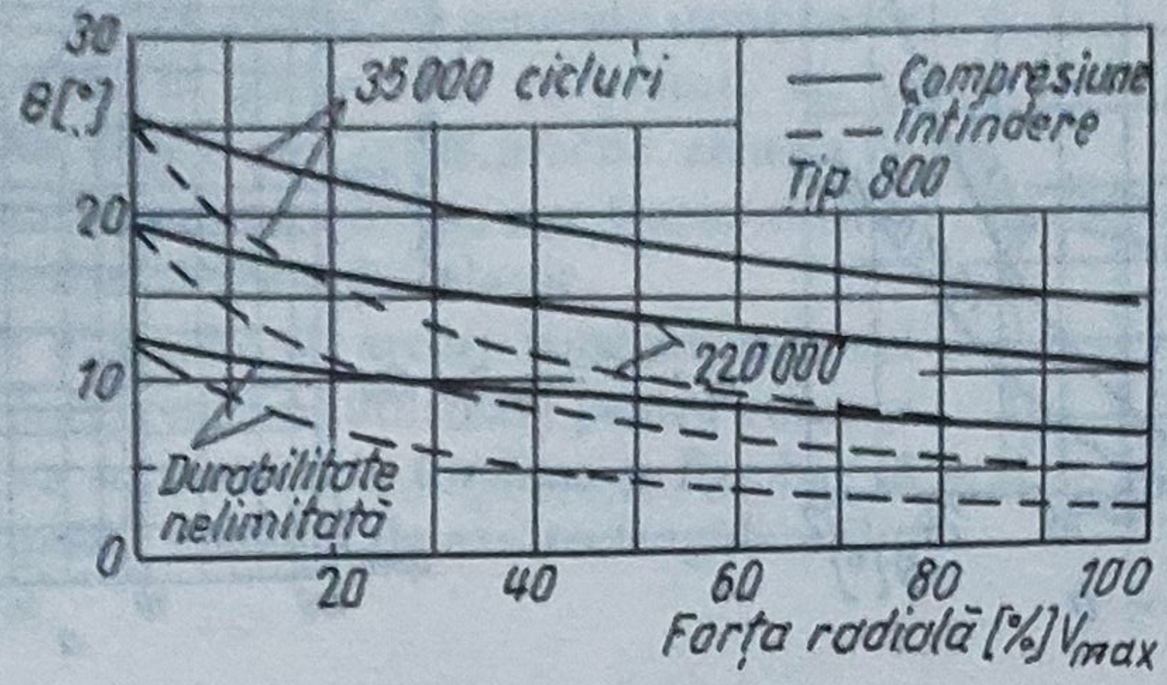


Fig.2.28, a,b

Prin integrarea acestor ecuaţii, cu condiţiile la limită (2.48), se obţine

$$y = -(P_y/P_x)\left\{(d^*/\mathrm{ch}\alpha)\cdot sh\left[(x/d^*)+\alpha\right]-x-d^*\cdot th\alpha\right\} \qquad (2.55,\ a)$$

pentru lamela tensionată,

$$y = (P_y/P_x)\left\{(d^*/\cos\alpha)\cdot \sin\left[(x/d^*)+\alpha\right]-x-d^*\cdot \mathrm{tg}\alpha\right\}$$

pentru lamela comprimată, (2.55, b)

unde

$$\mathrm{th}\alpha=\left\{(x_0/d^*)-\mathrm{sh}(l/d^*)+\left[(l-x_0)/d^*\right]\cdot \mathrm{ch}(l/d^*)\right\}/\left\{\mathrm{ch}(l/d^*)-\left[(l-x_0)/d^*\right]\cdot sh(l/d^*)-1\right\} \qquad (2.56)$$

şi

$$\mathrm{tg}\alpha=\left\{(x_0/d^*)+\sin(l/d^*)+\left[(l-x_0)/d^*\right]\cdot \cos(l/d^*)\right\}/\left\{1-\cos(l/d^*)+\left[(l-x_0)/d^*\right]\sin(l/d^*)\right\}$$

iar d^* este dat de relaţia (2.50).

Momentul rezistent (momentul de revenire) dezvoltat de lamelă este dat de

$$M_r = M - P_y\cdot x_0 \qquad (2.57)$$

şi se scrie

$$M_r=\left[\mathrm{ch}\alpha\cdot(x_0+d^*\cdot \mathrm{th}\alpha)\cdot P_x\cdot\theta\right]/\left\{\mathrm{ch}\left[(l/d^*)-\alpha\right]-\mathrm{ch}\alpha\right\} \qquad (2.58,\ a)$$

pentru lamela tensionată,

$$M_r=\left[P_x\cdot\theta\cdot\cos\alpha\cdot(x_0-d^*\cdot \mathrm{tg}\alpha)\right]/\left\{\cos\left[(l/d^*)+\alpha\right]-\cos\alpha\right\} \qquad (2.58,\ b)$$

pentru lamela comprimată.

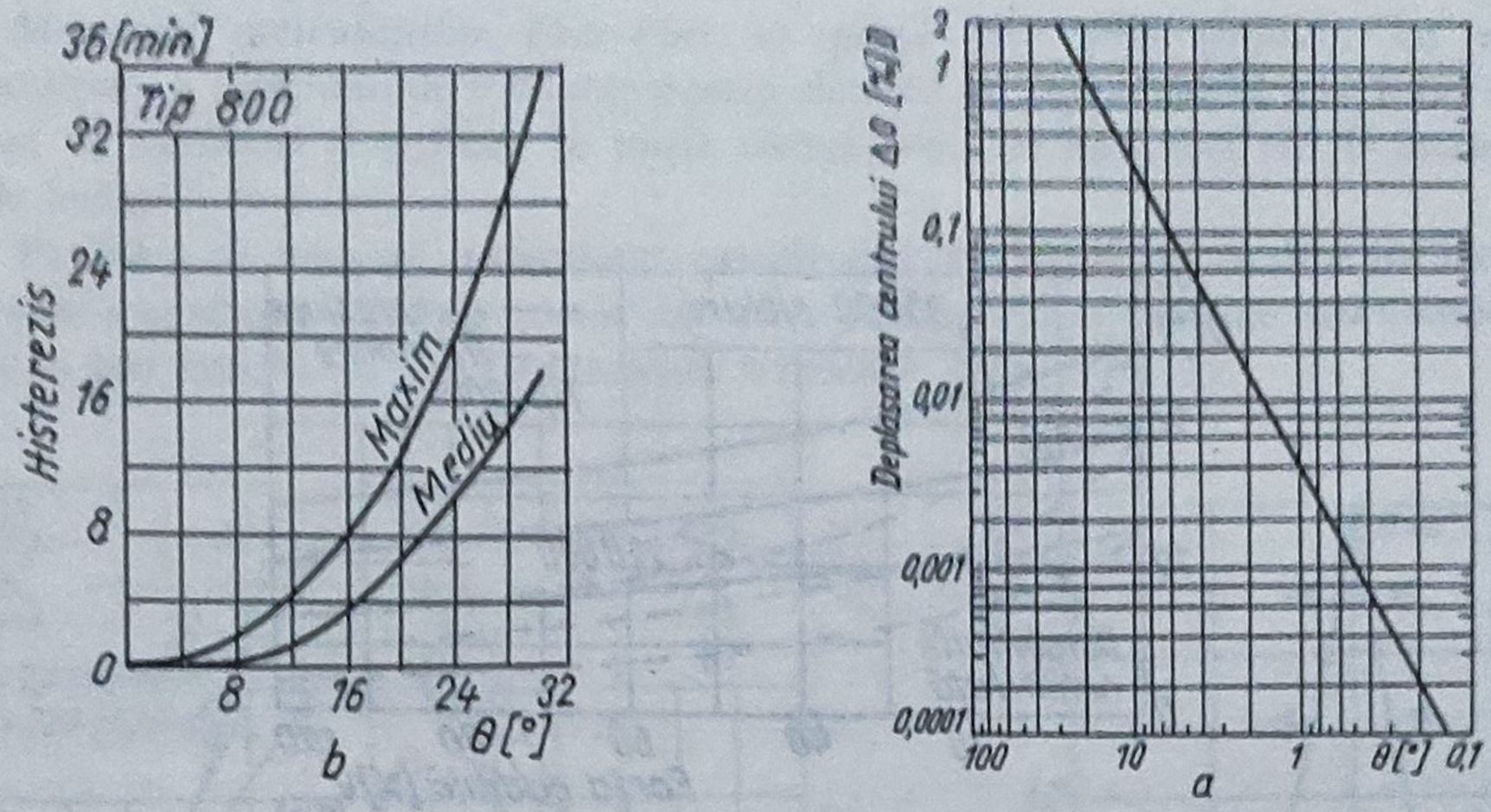


Fig.2.29

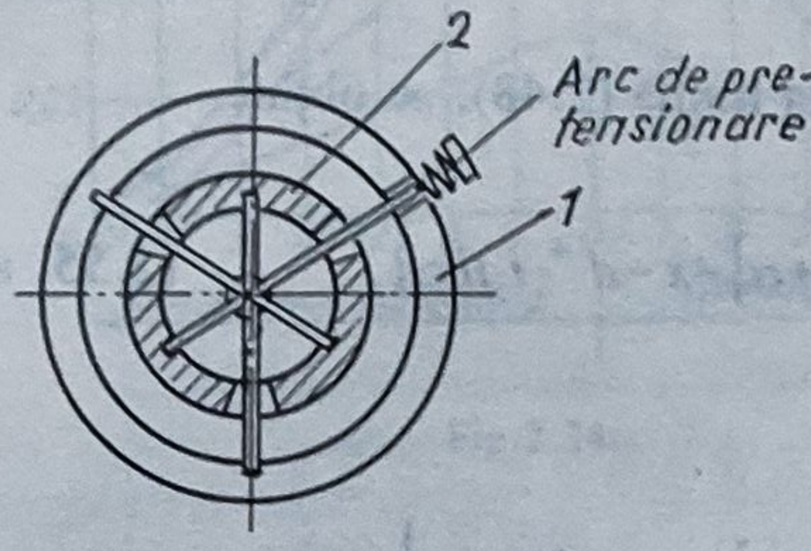


Fig.2.30

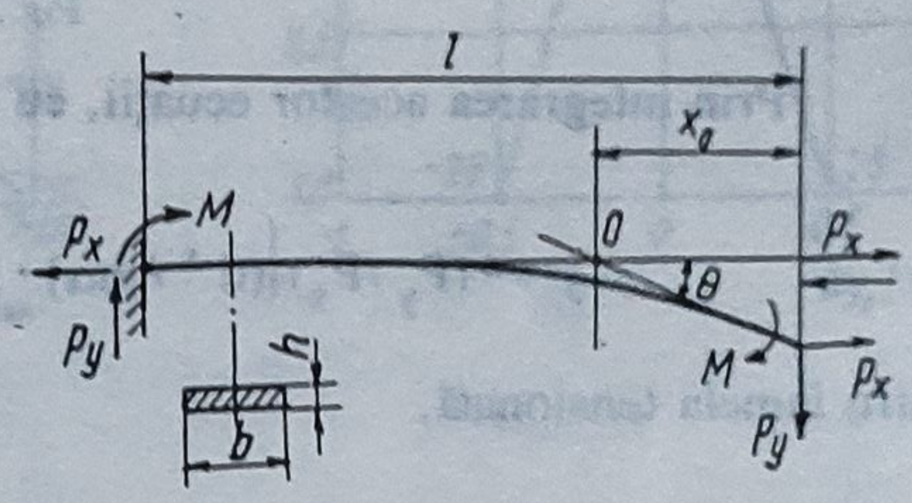


Fig.2.31

Spre a se obţine o rigiditate flexională nulă - cum se cere, de exemplu, pentru lagărele suspensiei cardanice a giroscoapelor - trebuie ca numărătorul expresiilor (2.58) să se anuleze. În acest caz rezultă condiţia

$$\text{th}(l/d^*) = (l/d^*) / \left\{ [x_0 \cdot (l - x_0)/2] \cdot (l/d^*)^2 + 1 \right\} \qquad (2.59, \text{a})$$

pentru lamela tensionată,

$$\text{tg}(l/d^*) = (l/d^*) / \left\{ [x_0 \cdot (l - x_0)/2] \cdot (l/d^*)^2 - 1 \right\} \qquad (2.59, \text{b})$$

pentru lamela comprimată.

Pentru a satisface aceste condiţii, pe lângă alegerea corespunzătoare a parametrilor constructivi, sistemul se poate pretensiona convenabil cu ajutorul unor elemente elastice suplimentare, cum este ilustrat în figura 2.30.

2.3. Ghidaje cu elemente elastice

Pentru aparatele de mare precizie şi sensibilitate se pot utiliza, ca ghidaje, *arcurile lamelare sau membranele*. Această soluţie prezintă avantajul că practic nu există frecare, durabilitatea este foarte mare şi întreţinerea ieftină. Cursele pe care le pot realiza aceste ghidaje sunt, însă, foarte mici.

2.3.1. Ghidaje cu arcuri lamelare

Ghidajele cu arcuri lamelare se utilizează în special în construcţia aparatelor de măsurare deoarece, pe lângă avantajele generale menţionate anterior, sunt rezistente la şocuri, nu au jocuri, iar la schimbarea sensului de mişcare nu există,practic, abatere de la traiectorie. Deplasarea acestor ghidaje este foarte mică şi se bazează pe deformaţia elementului elastic.

Unul dintre ghidajele cu arcuri lamelare este cel *paralel simplu* (fig.2.32), care se utilizează pentru curse şi forţe mici. Se cere ca solicitările la torsiune şi flambaj să fie foarte mici. Adoptând sistemul de axe rectangulare din figură, se poate scrie

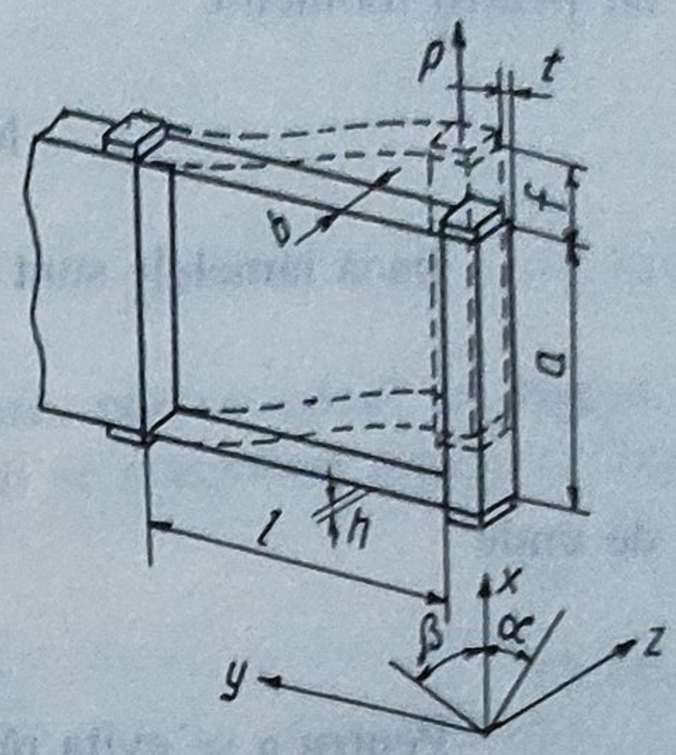


Fig.2.32

$$x = (P \cdot l^3)/(24H_0) \qquad (2.60)$$

şi

$$y = (P^2 \cdot l^5)/(960H_0^2), \qquad (2.61)$$

unde H_0 este rigiditatea la încovoiere, care, dacă arcurile sunt din materiale diferite, se ia ca valoare medie

$$H_0 = (E_1 \cdot I_1 + E_2 \cdot I_2)/2, \qquad (2.62)$$

în care E_1 şi E_2 sunt modulele de elasticitate, iar I_1 şi I_2 momentele de inerţie. Din relaţiile (2.60) şi (2.61) rezultă ecuaţia traiectoriei sistemului mobil,

$$y = [3/(5l)] \cdot x^2, \qquad (2.63)$$

care este o parabolă, având raza de curbură la vârf dată de o relaţie de forma

$$\delta = \left\{(1 + y'^2) \cdot \left[(1 + y'^2)^{(3/2)}/y''\right]\right\}/y'' \approx 5/6l. \qquad (2.64)$$

Relaţiile anterioare sunt valabile pentru domeniul elastic, care, pentru arcurile din oţel, este limitat de raportul $x/l \leq 0{,}2$.

La o deplasare longitudinală a sistemului mobil, în cele două arcuri apar forţele S_1 şi S_2 (fig.2.33), diferite valoric, având ca urmare o rotaţie a sistemului mobil cu unghiul β. Forţa de acţionare P trebuie să provoace un moment opus momentului cuplului de forţe S_1 şi S_2, care, pentru a se elimina torsiunea, trebuie să fie egale. Dacă se scriu ecuaţiile de echilibru pentru forţe,

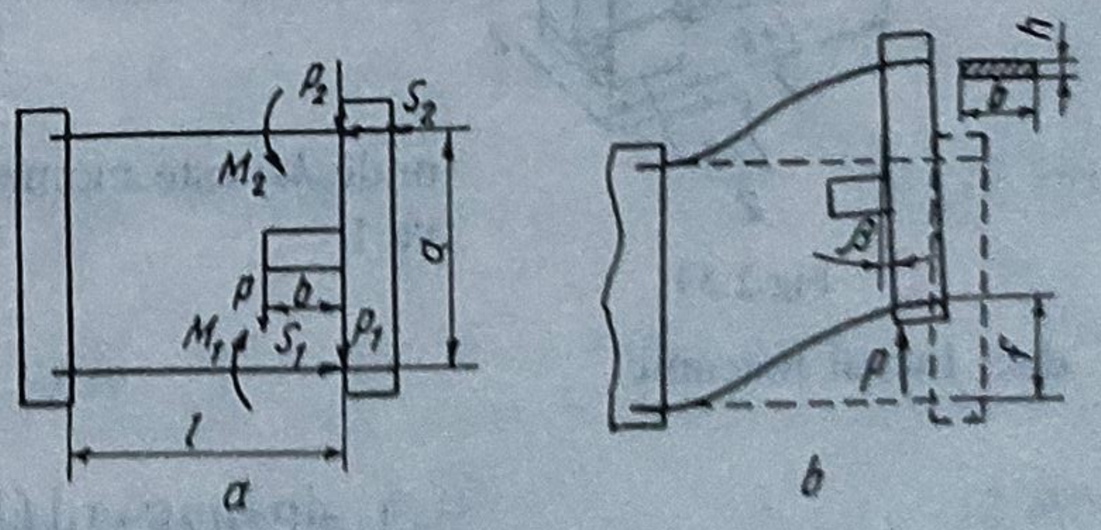


Fig.2.33

rezultă

$$P = P_1 + P_2 \text{ și } S_1 = S_2, \tag{2.65}$$

iar pentru momente

$$M_2 = b \cdot P - a \cdot S_2 \text{ și } M_1 + M_2 = P \cdot l. \tag{2.66}$$

Dacă lamelele sunt identice,

$$M_1 = M_2 = (P \cdot l)/2, \tag{2.67}$$

de unde

$$(P \cdot l)/2 = b \cdot P - a \cdot S_2. \tag{2.68}$$

Pentru a se evita răsucirea cu unghiul β este necesar ca

$$S_1 = S_2 = 0,$$

rezultând, astfel, din relația (2.68)

$$b = l/2.$$

Din relația empirică pentru unghiul β, și anume:

$$\beta = [2(l - 2b) \cdot h^2 \cdot f]/(a \cdot l)^2, \tag{2.69}$$

rezultă de asemenea că, pentru ca β să fie nul, trebuie ca $l - 2b = 0$, de unde $b = l/2$. Din relația (2.69) mai rezultă că β scade repede cu micșorarea grosimii h a lamelelor și cu creșterea lungimii l și a distanței a.

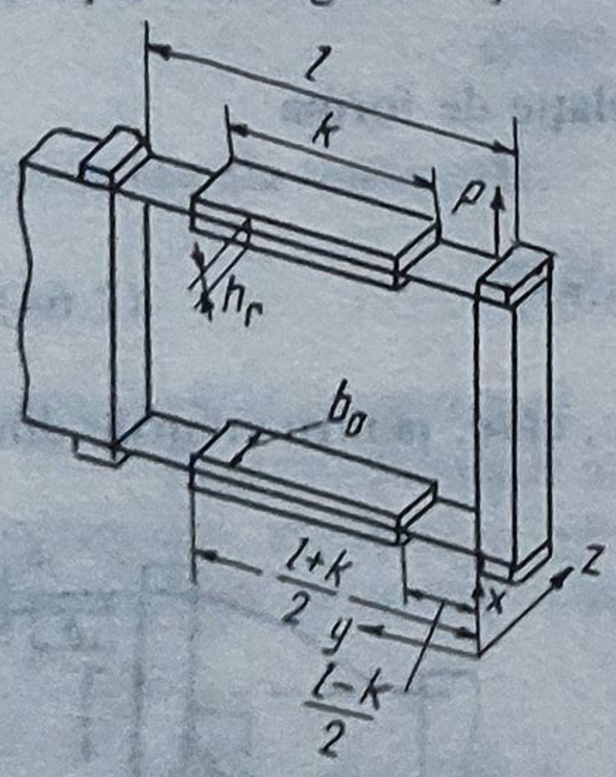


Fig.2.34

deci lucrul mecanic

Când asupra sistemului mobil acționează mai multe forțe, astfel încât torsiunea și flambajul devin mai mari, arcurile se rigidizează (fig.2.34). Determinarea traiectoriei sistemului static și nedeterminat, în acest caz, se va face folosindu-se teorema lui Castigliano. Lucrul mecanic L la încovoierea unui arc lamelar este

$$L = 1/2 \int \left[M_i^2/(E \cdot I)\right] dy, \tag{2.70}$$

unde M_i este momentul încovoietor, care, în poziția $(l - k)/2$, va fi

$$M_i = P \cdot y - [(P \cdot l)/2], \tag{2.71}$$

$$L = [P^2/(2E \cdot I)] \int [y - (l/2)]^2 dy, \tag{2.72}$$

Întrucât deplasarea f, deci săgeata pe direcţia forţei, este dată de

$$f = \partial L/\partial A, \tag{2.73}$$

din relaţia (2.72) se obţine

$$f = [P/(E \cdot I)] \cdot [y - (l/2)]^2 \cdot dy. \tag{2.74}$$

Întrucât secţiunea arcului se modifică prin rigidizare, pentru calcul se împarte lungimea totală l în trei domenii. Dacă se notează $k/l = m$ şi se integrează relaţia (2.74) de la zero la $(l - k)/2$ se obţine

$$f_1 = f_3 = [(P \cdot l^3)/(24E \cdot I)](1 - m^3). \tag{2.75}$$

Momentul de inerţie al porţiunii rigidizate $I_r \gg I$, astfel că prin integrarea între limitele $(l - k)/2$ şi $(l + k)/2$ rezultă

$$f_2 = [(P \cdot l^3)/(12I_r \cdot E)] \cdot m^3 \rightarrow 0, \tag{2.76}$$

Deplasarea totală este

$$f = f_1 + f_2 + f_3, \tag{2.77}$$

dar în porţiunea rigidizată săgeata este neglijabilă. Pentru cele două lamele săgeata $f' = f/2$, adică:

$$f' = x = [(P \cdot l^3)/24H_0](1 - m^3). \tag{2.78}$$

Pentru deplasări rectilinii mai precise se utilizează *ghidajele paralele duble sau multiple*. La ghidajele duble (fig.2.35), dacă ridigitatea la încovoiere a arcurilor este aceeaşi şi distanţele $a_1 = a_2$ şi $l_1 = l_2$, atunci sistemul mobil B are o translaţie rectilinie.

Abatérile transversale de la direcţia de mişcare sunt egale şi opuse, deci abaterea totală este nulă.

În figura 2.36 este reprezentată schema unui *ghidaj cu opt arcuri lamelare*, perfect simetric, deci asigurând o mişcare strict rectilinie. Deplasarea f este

$$f = (P \cdot l^3)/(16R \cdot b \cdot h^3), \tag{2.79}$$

iar tensiunea maximă de încovoiere σ_{imax} va fi

$$\sigma_{i\,max} = (3P \cdot l)/(8b \cdot h^2) = (6f \cdot h \cdot E)/l^2. \tag{2.80}$$

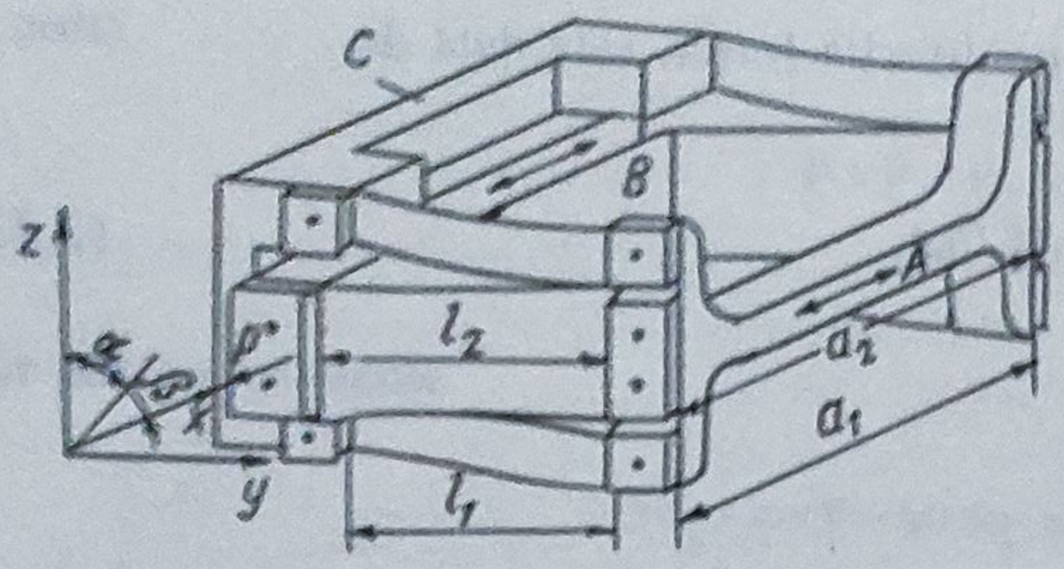


Fig.2.35

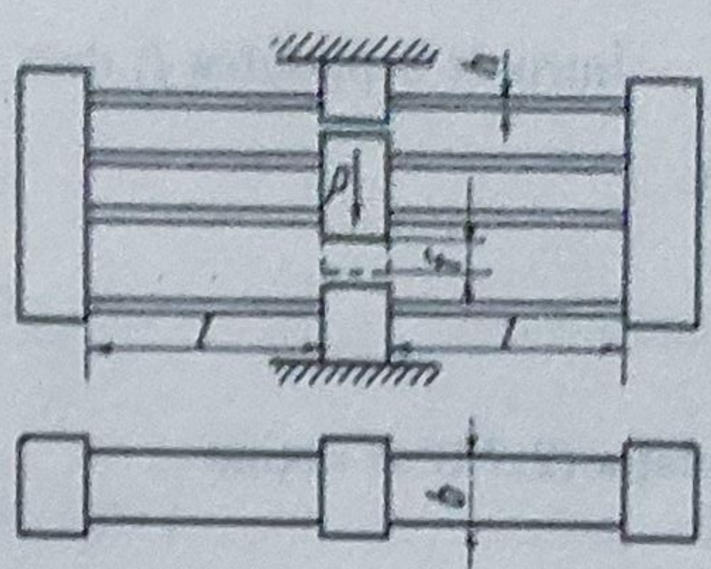


Fig.2.36

2.3.2. Ghidaje cu membrane

Din categoria ghidajelor de precizie mai fac parte cele cu membrane. Se utilizează *membranele plane simple şi gofrate*, precum şi *membranele cu decupări*. La membranele plane, caracteristica are o creştere rapidă neliniară (*curba 1* din fig.2.37); la membranele cu decupare radială, întrucât tensiunea de întindere circumferinţială se micşorează, membrana devine mai moale şi porţiunea de variaţie liniară a caracteristicii se măreşte (*curba 2*); la gofrarea membranei, tensiunea de întindere pe direcţia radială acţionează după un domeniu de lucru mare, astfel încât porţiunea liniară a caracteristicii se măreşte şi mai mult (*curba 3*). Din aceste motive se folosesc ca ghidaje, cu precădere, membranele gofrate şi cele cu decupări.

Pentru membranele gofrate (fig.2.38), relaţia între săgeata maximă în centrul membranei, W_0, şi presiunea p, adică *ecuaţia caracteristicii*, este

$$(p \cdot R^4)/(E \cdot h^4) = a \cdot (W_0/h) + b \cdot (W_0/h)^3, \qquad (2.81)$$

unde R şi h sunt raza maximă şi grosimea membranei, iar coeficienţii a şi b sunt daţi de relaţiile

$$a = [4(n+3)]/\{3k_2[1-(\nu/n)^2]\} \qquad (2.82)$$

şi

$$b = [(32k_2)/(m^2-9)] \cdot \{(1/6) - [(3-\nu)/(m-\nu)\cdot(m+3)]\},$$

unde s-a notat cu ν coeficientul lui Poisson al materialului, iar $m = \sqrt{k_1 \cdot k_2}$ şi $n = k' \cdot k''$, în care k_1, k_2, k' şi k'' sunt coeficienţii de anizotropie la întindere, respectiv la încovoiere, pe direcţiile radială şi circumferinţială, indicaţi pentru câteva tipuri de gofreuri în tabelul 1.22.

Pentru membranele cu centru rigidizat, încărcarea este realizată de o forţă concentrată, centrică, P, astfel încât în relaţia (2.81) presiunea se va calcula cu relaţia

$$p = P/A_{ef}, \qquad (2.83)$$

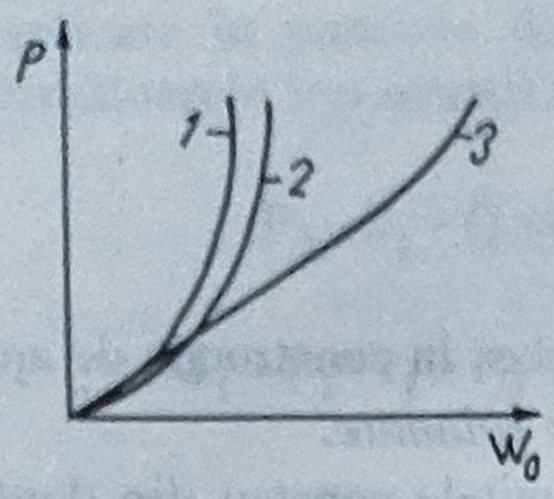


Fig.2.37

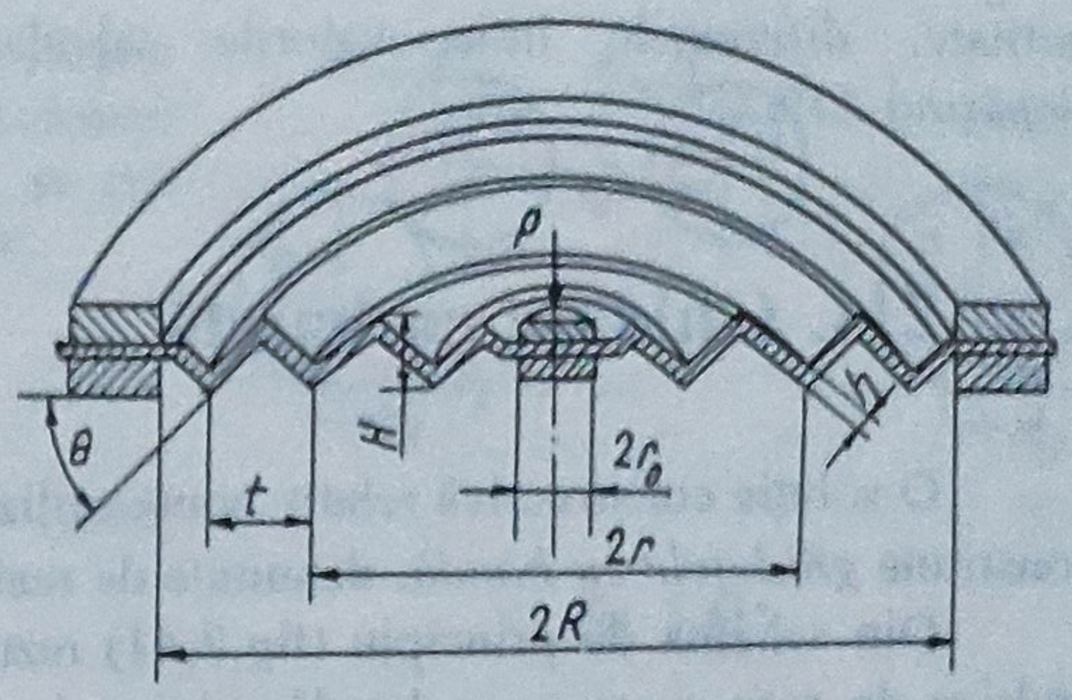


Fig.2.38

unde aria efectivă A_{ef} se poate calcula cu una din relaţiile

$$A_{ef} = (\pi/4)(R - r_0)^2 \qquad (2.84)$$

sau

$$A_{ef} = (\pi/3)(R^2 + R \cdot r_0 + r_0^2), \qquad (2.85)$$

din care prima este stabilită empiric, ambele fiind însă utilizabile practic.

Legat de exactitatea traiectoriei rectilinii a ghidajului cu membrane, este necesar să se urmărească încărcarea radială ce poate fi preluată, care este direct proporţională cu rigiditatea membranei după această direcţie.

Exprimată în funcţie de rigiditatea axială c_x, rigiditatea radială c_y este

$$c_y = (150 \ldots 350) \cdot c_x, \qquad (2.86)$$

depinzând de forma gofreurilor. Aceasta este mai mare la gofrajul trapezoidal decât la cel triunghiular. Se recomandă deci să fie folosit gofrajul trapezoidal, care asigură o repartizare mai bună a tensiunilor.

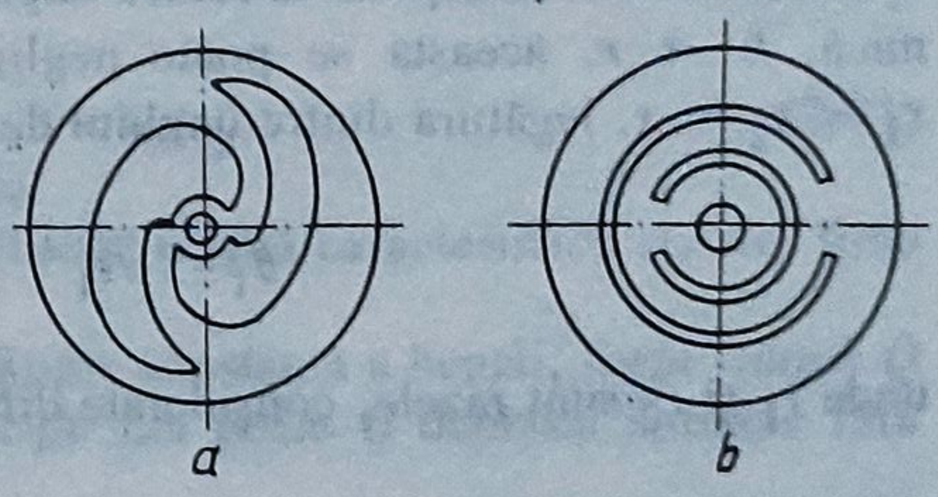


Fig.2.39

Prin decupări practicate în membrane (fig.2.39), domeniul de deplasare poate fi mărit, dar rezistenţa membranei - şi deci forţa de revenire - scad, iar menţinerea deplasării rectilinii devine mai dificilă.

Pentru păstrarea stabilităţii transversale şi pentru asigurarea forţei de revenire se folosesc diferite sisteme, din care cele mai simple constau în utilizarea unor contragreutăţi (fig.2.40, *a*) sau a unor arcuri eliciodale (fig.2.40, *b*).

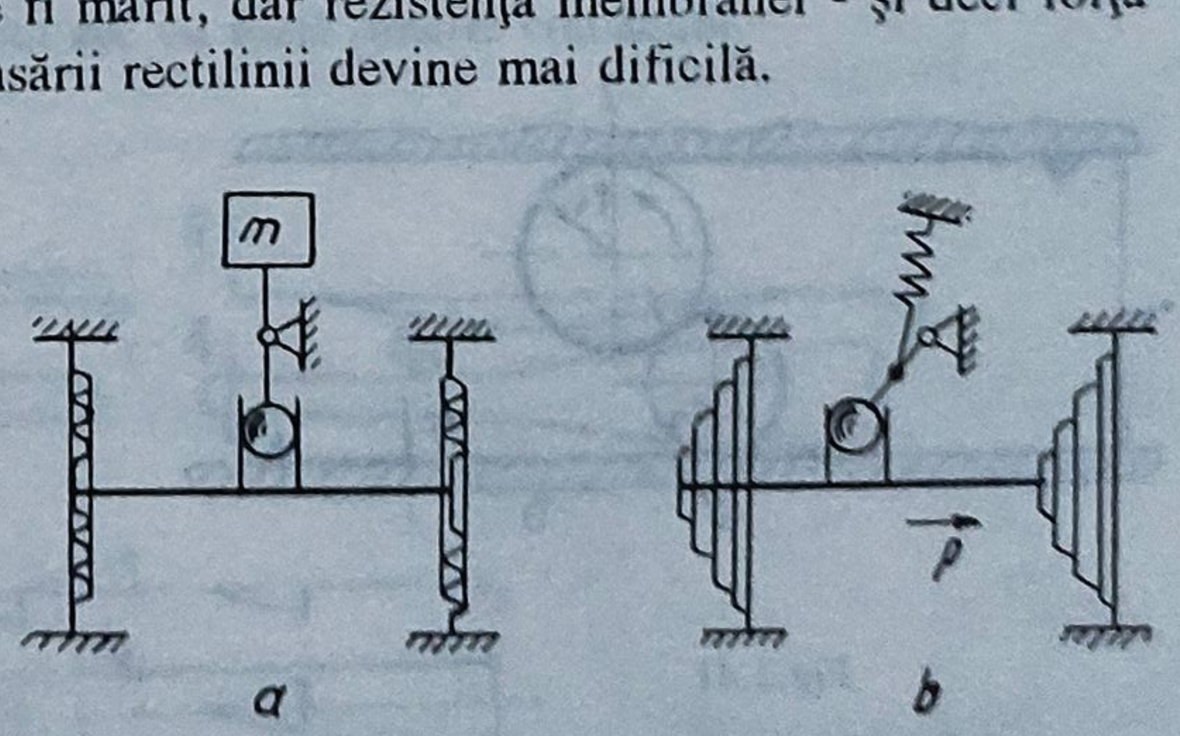


Fig.2.40

Un avantaj major al ghidajelor cu membrane, care le recomandă pentru folosirea lor ca ghidaje de precizie, este, pe lângă comportarea simetrică a acestora după toate direcţiile perpendiculare pe axa ghidajului, faptul că, pentru un domeniu de utilizare dat, caracteristica poate fi stabilită cu suficientă

exactitate, diferenţele între valorile calculate şi cele determinate experimental nedepăşind 20%.

2.4. Ghidaje cu bandă

O soluţie constructivă relativ nouă, utilizabilă cu succes în construcţia de aparate, o constituie *ghidajele cu bandă*, denumite de realizatorul lor *rolamite*.

Din schema de principiu (fig.2.41) rezultă că rolamitele constau din două role cilindrice de raze r_1 şi r_2, o bandă subţire de grosime h şi două suprafeţe de sprijin, distanţa dintre acestea fiind mai mică decât suma diametrelor celor două role. Banda este înfăşurată în formă de S pe cele două role şi fixată de suprafeţele de sprijin. Pretensionarea din bandă menţine rolele în poziţia lor, care se pot însă rostogoli fără alunecare una peste cealaltă.

Din schema din figura 2.41 rezultă că frecarea apare în trei zone: *între rola de sus şi glisieră*, *între role* şi *între rola de jos şi ghidaj*, toate prin intermediul benzii. Se aplică legile frecării de rostogolire cu anumite corective la frecarea dintre o rolă şi un plan, corective legate de interpunerea benzii. Cu toate acestea, sistemul este avantajos, deoarece coeficientul de frecare rămâne redus, de ordinul a $(0{,}5\ldots 0{,}8)\cdot 10^{-3}$, iar după un timp de funcţionare, după rodaj, ia valori şi mai mici. De asemenea, trebuie subliniat şi avantajul ungerii minime cerute, deci o *întreţinere uşoară*.

Din punct de vedere cinematic, aşa cum se vede în figura 2.42, deplasărilor x_1 şi x_2 ale rolelor le corespund la centru unghiurile θ_1 şi θ_2. Întrucât grosimea benzii este foarte mică, $h \ll r$, aceasta se poate neglija. Lungimea benzii rămâne nemodificată, deci $x_1 = x_2 = x$, legătura dintre unghiul de rotaţie al rolelor şi deplasarea sistemului va fi

$$\theta_1 = x_1/r_1 \qquad \text{şi} \qquad \theta_2 = x_2/r_2, \tag{2.87}$$

unde r_1 şi r_2 sunt razele, considerate diferite, ale celor două role.

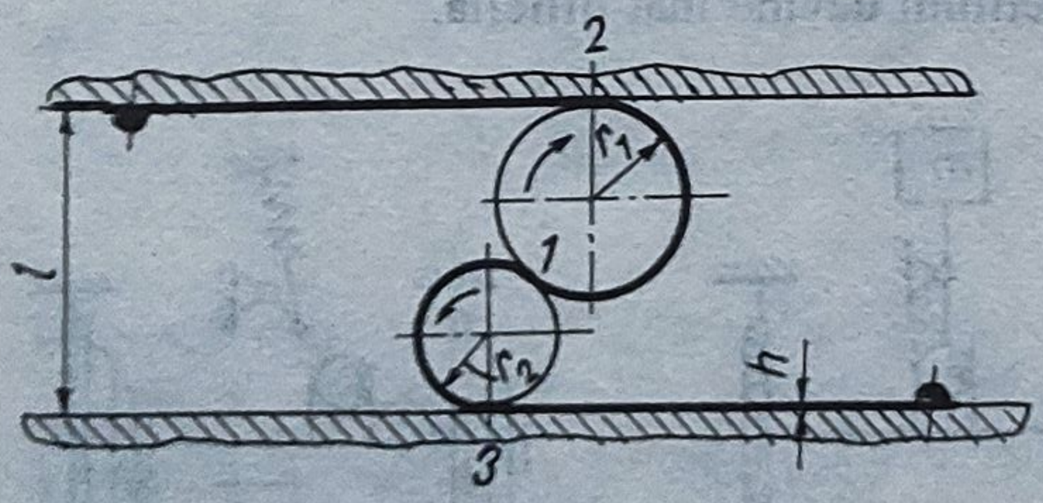


Fig.2.41

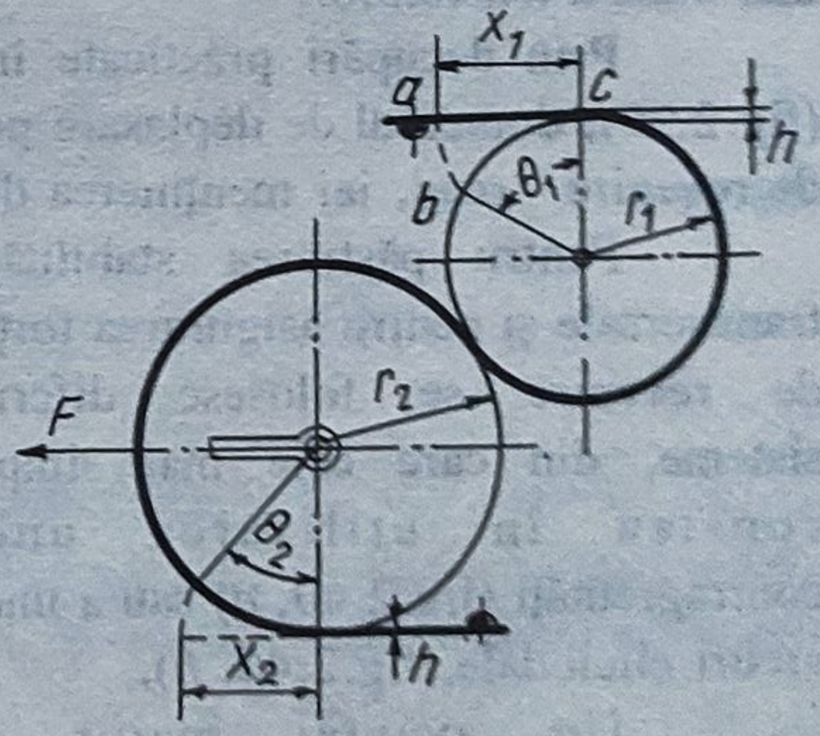


Fig.2.42

Dacă se examinează sistemul din punctul de vedere al forţelor, menţinerea în stare de repaus se poate face aplicându-se forţa Q în axa rolei mari (fig.2.43). Se va considera echilibrul fiecărei role în parte. Dacă se notează prin P forţele de întindere, prin V

reacţiunile normale ale benzii sau forţele tăietoare şi prin M momentele încovoietoare, toate aplicate în punctele de separaţie, se pot scrie următoarele trei ecuaţii de echilibru:

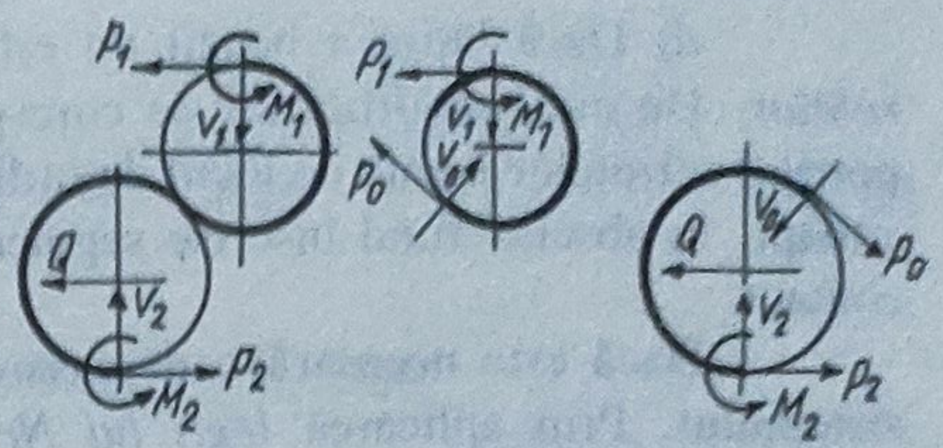


Fig. 2.43

$$P_2 - P_1 - Q = 0,$$

$$M_1 + P_1 \cdot r_1 - P_0 \cdot r_1 = 0, \qquad (2.88)$$

$$P_0 \cdot r_2 - P_2 \cdot r_2 - M_2 = 0.$$

Din rezolvarea acestor ecuaţii se obţine

$$Q = (M_1/r_1) - (M_2/r_2). \qquad (2.89)$$

Dacă grosimea benzii este aceeaşi, adică $h_1 = h_2 = h$, iar secţiunea ei este dreptunghiulară, de lăţime b, momentele încovoietoare din figura 2.43 pentru banda iniţial plană se pot scrie

$$M_1 = (E \cdot I_1)/r_1 = [(E \cdot h^3)/12] \cdot (b_1/r_1)$$

şi (2.90)

$$M_2 = (E \cdot I_2)/r_2 = [(E \cdot h^3)/12] \cdot (b_2/r_2),$$

unde b_1 şi b_2 sunt lăţimile benzii în punctele de contact cu glisiera şi ghidajul. Din rezolvarea sistemului rezultă

$$Q = [(E \cdot h^3)/12] \cdot [(b_1/r_1^2) - (b_2/r_2^2)]. \qquad (2.91)$$

Din relaţia (2.91) se desprind următoarele:

a) *Tensiunea iniţială din bandă* nu are influenţă asupra caracteristicii statice, fiind necesară numai pentru evitarea alunecării.

b) Pentru role de raze egale şi pentru o lăţime constantă a benzii, *forţa statică Q este nulă şi sistemul rămâne imobil în orice poziţie* sau poate fi deplasat aproape fără rezistenţă.

c) Dacă rolele sunt de raze diferite, dar banda este tot de lăţime constantă, ca urmare a curburii diferite a benzii, *apare forţa constantă Q* care *nu depinde de poziţia rolelor*, iar sistemul este asemănător unui arc cu forţă practic constantă.

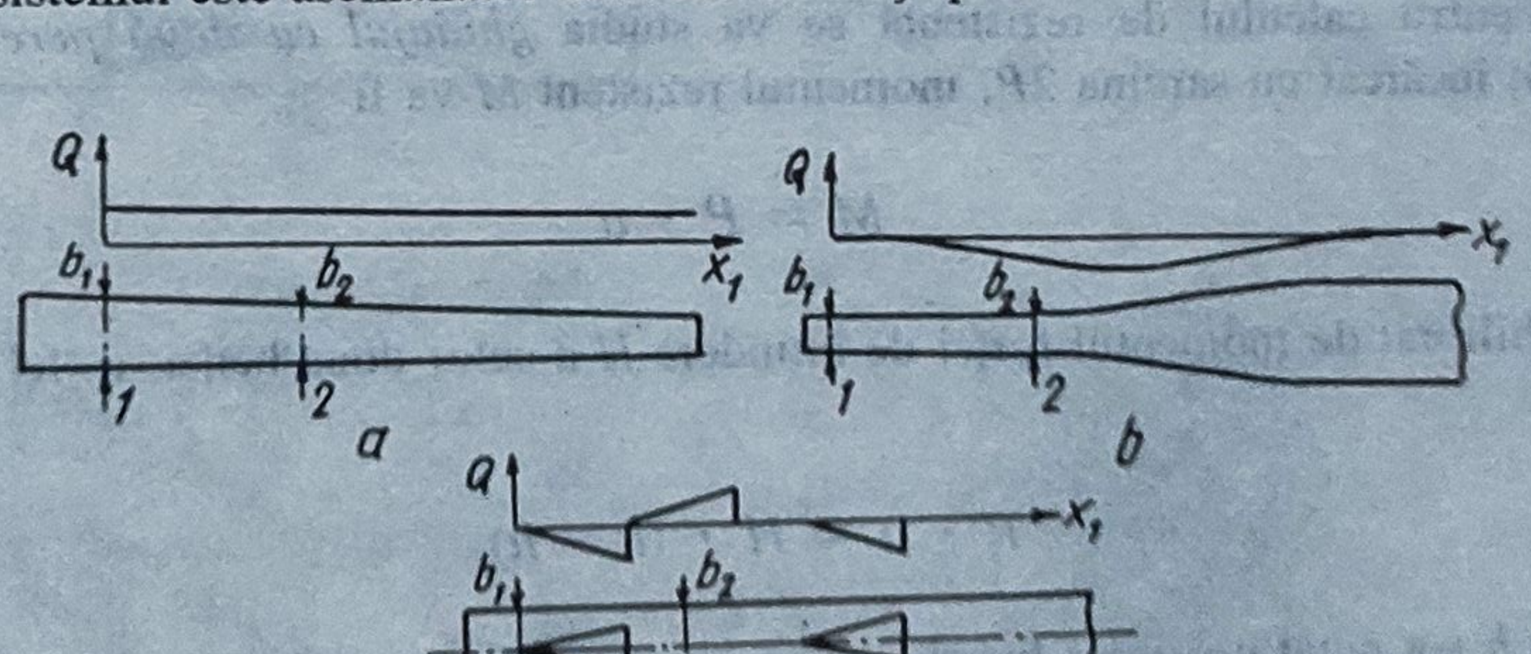


Fig.2.44

d) Dacă lățimea benzii nu este constantă, *apare forța Q, variabilă cu poziția rolelor*. De aici, modificându-se corespunzător lățimea benzii, se poate modela forța Q potrivit cerințelor legate de locul de utilizare. În figura 2.44 sunt reprezentate trei astfel de situații, în abscisă fiind înscrise segmente proporționale cu deplasarea x_1 a punctului de contact.

Dacă este necesară o deplasare rapidă, va trebui luată în considerare și inerția sistemului. Prin aplicarea *legii lui Newton*, cu notațiile din figura 2.43 se pot scrie următoarele ecuații:

$$P_2 - P_1 = [(G_1 + G_2)\ddot{x}]/g,$$

$$M_1 + P_1 \cdot r_1 - P_0 \cdot r_1 = I_1 \cdot \ddot{\theta}_1, \tag{2.92}$$

$$P_0 \cdot r_2 - P_2 \cdot r_2 - M_2 = I_2 \cdot \ddot{\theta}_2,$$

unde: $\ddot{\theta}_1 = \ddot{x}/r_1$ și $\ddot{\theta}_2 = \ddot{x}/r_2$ sunt accelerațiile unghiulare ale rolelor; G_1 și G_2 — greutățile rolelor; I_1 și I_2 — momentele de inerție ale rolelor.

Dacă se fac înlocuirile necesare, se obține accelerația maximă $\ddot{x}$, astfel:

$$\ddot{x} = [(2g)/3(G_1 + G_2)] \cdot [(M_1/r_1) - (M_2/r_2)], \tag{2.93}$$

de unde se vede că funcționarea dinamică poate fi ameliorată prin reducerea greutății rolelor și prin utilizarea unor role cu rapoartele r_1/r_2 cât mai mici.

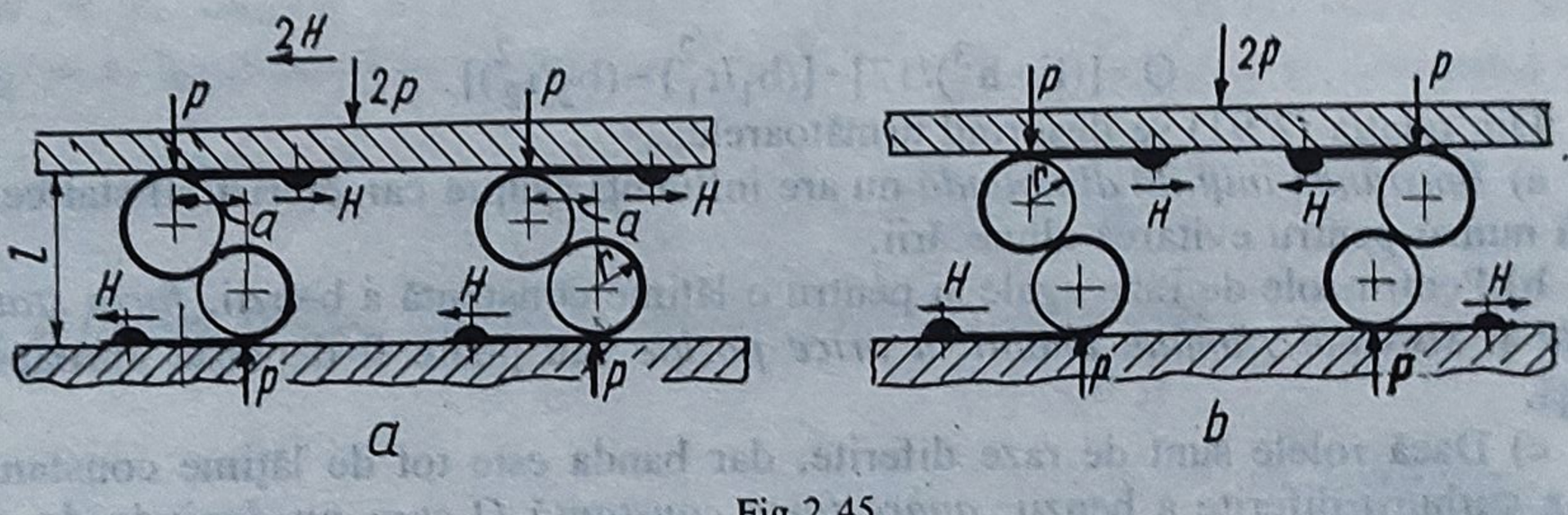


Fig.2.45

Pentru calculul de rezistență se va studia *ghidajul cu două perechi de role* (fig.2.45); încărcat cu sarcina $2P$, momentul rezistent M va fi

$$M = P \cdot a$$

și este echilibrat de momentul forței de întindere H a celor două benzi, astfel că se poate scrie

$$P \cdot a = H \cdot (l - h), \tag{2.94}$$

unde prin h s-a notat grosimea benzii.

Dacă rolele sunt amplasate ca în figura 2.41, prin bandă trebuie echilibrată forța orizontală $2H$. Aceasta se poate evita prin așezarea celor două perechi de role ca în figura 2.42.

Tensiunea de întindere σ_t din bandă va fi

$$\sigma_t = H/(b \cdot h) = (P \cdot a)/[(b \cdot h)(l - h)]. \qquad (2.95)$$

unde *b* este lăţimea benzii.

În bandă apar şi tensiuni de încovoiere, momentul M_i fiind

$$M_i = [(E \cdot I)/r] = (E \cdot b \cdot h^3)/(12r), \qquad (2.96)$$

unde: *r* este raza rolei; *E* — modulul de elasticitate al materialului benzii.

Relaţia lui σ_i este

$$\sigma_i = (6M_i)/(b \cdot h^2) = (E \cdot h)/(2r). \qquad (2.97)$$

Tensiunile de încovoiere îşi schimbă sensul când banda trece de pe o rolă pe cealaltă. Lucrând la tensiuni alternante, *materialul benzii este supus la oboseală*, fapt care reduce mult rezistenţa acestuia.

Pentru benzi se folosesc materialele cu proprietăţi elastice stabile, ca *oţelurile speciale* sau *bronzurile cu beriliu*.

Proprietăţile sistemului rolamite au permis extinderea lui şi în alte aplicaţii decât cele ale ghidajelor. Astfel, *în combinaţie cu o bandă bimetalică se pot obţine termostate simple şi fiabile*. O astfel de construcţie este ilustrată în figura 2.46. Datorită decupării din bandă, la temperatura de montaj, rolele sunt împinse *spre stânga* (semnul + pentru forţa *Q*), iar ca urmare a creşterii temperaturii, *bimetalul* de pe rola superioară tinde să deplaseze sistemul *spre dreapta*. Peste o anumită temperatură, *forţa din bimetal* depăşeşte pretensionarea iniţială şi deplasează rolele în poziţia reprezentată cu linie punctată. În figura 2.46 sunt reprezentate şi *diagramele de variaţie ale forţei Q pentru trei temperaturi diferite*.

Sistemul cu rolamite poate fi utilizat şi ca *lagăr*, o astfel de schemă fiind ilustrată în figura 2.47.

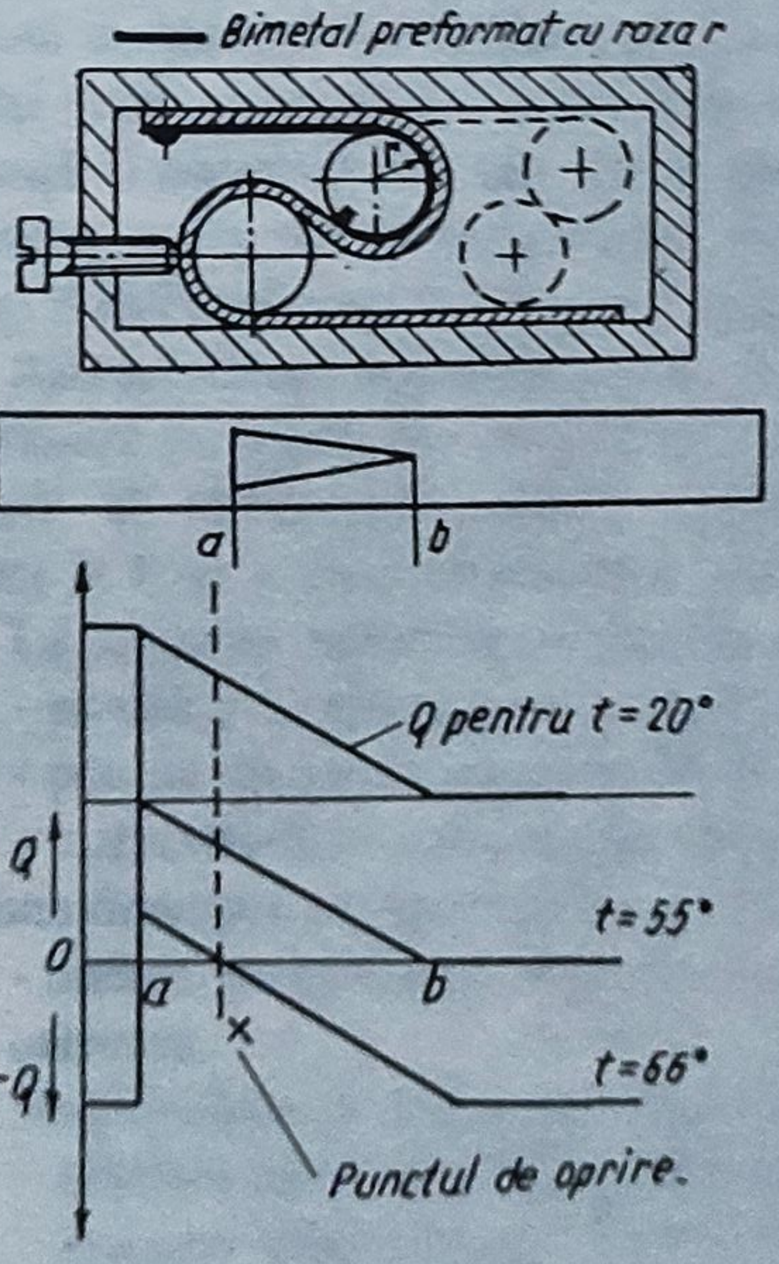


Fig.2.46

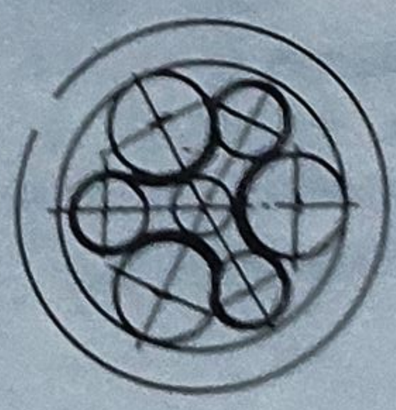


Fig.2.47

3 SISTEME CU ELEMENTE DE ACȚIONARE

3.1. Consideraţii generale

3.1.1. Definiri. Clasificare

În prezent, într-o majoritate semnificativă a frecvenţei aplicaţiilor ca sisteme, *elementele elastice servesc la antrenarea mecanismelor relativ fine*, cum sunt: *mecanismele de orologerie, mecanismele de comandă, mecanismele de măsurare,mecanismele unor aparate electrotehnice*. Într-un sens mai larg al noţiunii de *sistem de acţionare*, elementele elastice din structura acestora se mai folosesc *pentru limitarea unor forţe şi pentru reglaje*, precum şi *pentru schimbarea frecvenţelor proprii ale unor piese*.

Din punct de vedere al *formei constructive*, elementele elastice ce caracterizează sistemele de acţionare se pot grupa în următoarele categorii: *arcuri lamelare simple, curbate - preformate, de secţiune constantă; arcuri spirale plane motoare; arcuri elicoidale; sisteme de arcuri elicoidale; arcuri plane motoare speciale, folosite în orologerie; elemente elastice ale releelor electromagnetice; elemente elastice ale conectoarelor electrice.*

3.1.2. Prescripţii referitoare la materiale

În principiu, materialele destinate executării acestor elemente elastice trebuie să corespundă multiplelor lor condiţii de funcţionare. În consecinţă, trebuie să posede înalte proprietăţi elastice, rezistenţă la solicitări statice şi dinamice, rezilienţă, limită de curgere şi rezistenţă la oboseală ridicate. De asemenea, pentru anumite condiţii de exploatare, se mai impune: rezistenţă la temperaturi ridicate şi la coroziune, dilatare termică redusă precum şi o stabilitate cât mai mare a proprietăţilor elastice.

Atât selectarea materialului, cât şi a procesului tehnologic pentru un caz dat trebuie să se efectueze cu luarea în considerare a tuturor factorilor care caracterizează regimul de funcţionare al elementului elastic respectiv, comportarea materialului şi eventuala modificare în timp a unor caracteristici ale acestuia.

La *alegerea materialului* trebuie să se ţină seama că:

- modulul de elasticitate variază cu timpul şi cu temperatura;
- poziţia de zero a elementului elastic şi sarcina acestuia se schimbă cu timpul;
- caracteristica elementului elastic în procesul de acumulare a energiei este întotdeauna deasupra caracteristicii sale de redare a energiei (*efect histerezis*);
- uneori, proprietatea elastică a elementului elastic se manifestă nu imediat, ci după un timp oarecare.

Proprietăţile specifice ale unui arc depind de;

- calitatea materialului din care este realizat;
- procesul tehnologic de execuţie al semifabricatului;

- procesul tehnologic de confecţionare al elementului elastic.

Pentru obţinerea elementelor elastice ca sisteme de acţionare se întrebuinţează o diversitate de *materiale, feroase şi neferoase*. Din prima categorie fac parte *oţelurile carbon de calitate şi oţelurile aliate*. Elementele elastice, cărora li se cer anumite proprietăţi speciale, corespunzătoare condiţiilor de exploatare, se realizează din *aliaje neferoase*. În general, aliajele călibile, comparativ cu cele durificabile prin ecruisare, având caracteristici mecanice superioare, sunt întrebuinţate pe o scară mai largă. Din acestea se pot confecţiona elemente elastice cu condiţii severe de înfăşurare, fără pericol de rupere, deoarece durificarea urmează după realizarea spirelor.

3.2. Arcuri lamelare simple, curbate-preformate, de secţiune constantă

3.2.1. Generalităţi, tipuri constructive

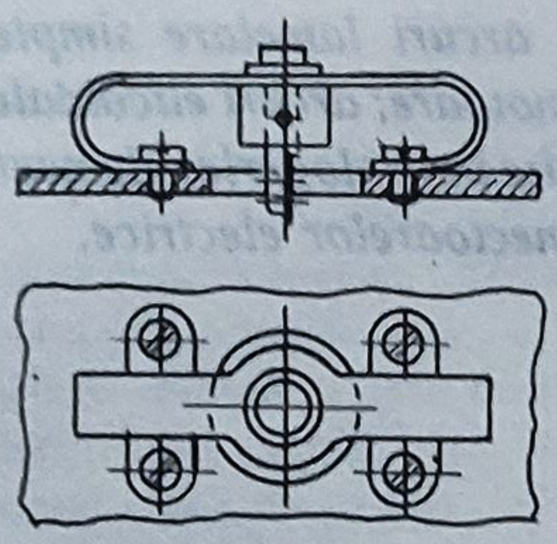


Fig.3.1

În structura foarte multor mecanisme şi, mai ales, în construcţia aparatelor şi a instrumentelor de măsurare şi control se întâlnesc aplicate *sisteme de acţionare cu elemente preformate*. Denumirea uzuală de *arcuri lamelare simple, curbate-preformate de secţiune constantă* se datorează liniei lor mediane curbe şi a modului de fabricare. Se folosesc atât din motive funcţionale, cât şi din considerente de gabarit.

În ceea ce priveşte construcţia acestei categorii de elemente elastice este important să se cunoască în special calităţile tipurilor constructive. Astfel, trebuie să se ştie la ce fel de forţe şi săgeţi ale arcurilor se poate ajunge pentru diferite rapoarte de sarcini şi încastrări, şi ce repercusiuni are modificarea dimensiunilor.

Tipurile constructive ale acestor elemente elastice, deşi foarte diverse, au un profil cu tronsoane comune sub aspect geometric, constituite din: *arce de cerc şi segmente de dreaptă, de lungimi variate*, ce reprezintă laturile arcului. Când la un arc încastrat la ambele capete se urmăreşte mărirea săgeţii faţă de construcţia întinsă, elementul elastic poate fi curbat ca în figura 3.1 (arc-potcoavă). O asemenea execuţie, care serveşte, de exemplu, pentru fixarea elastică a benzii de suspendare la un galvanometru, prezintă, faţă de cea cu fixare la unul din capete, avantajul că partea centrală a arcului, care poartă ştiftul de suspendare, se deplasează paralel la încovoiere, aşa încât ştiftul de suspendare este ghidat riguros axial.

3.2.2. Proiectare - Calcul

La *calculul arcurilor lamelare simple, curbate-preformate*, de secţiune constantă, a căror solicitare principală este încovoierea, interesează:

- *tensiunea de încovoiere maximă*, care se poate determina cu relaţia de la barele

drepte, întrucât grosimea lamelei este mică în raport cu curbura arcului, şi anume:

$$\sigma_{imax} = M_{imax} / W \leq \sigma_{ai}, \qquad (3.1)$$

unde $M_{imax} = F L$;

- *forţa maximă care poate fi suportată de arc*, dată de relaţia

$$F_{max} = (W \sigma_{ai}) / L; \qquad (3.2)$$

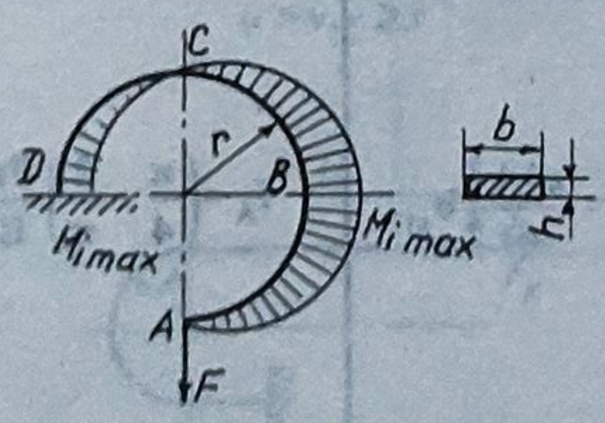
- *deplasarea (săgeata) extremităţii libere a arcului*, ce se stabileşte în funcţie de forma acestuia, cu ajutorul relaţiei bazate pe teorema lui Castigliano,

$$f = [1/(E I)] \int_{(s)} Mi(\partial M_i / \partial F)ds, \qquad (3.3)$$

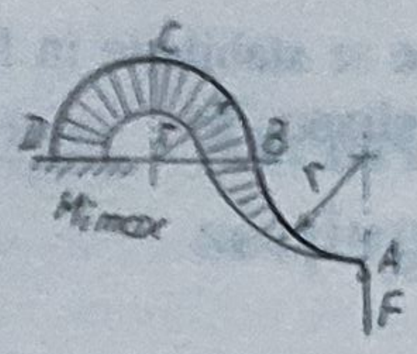
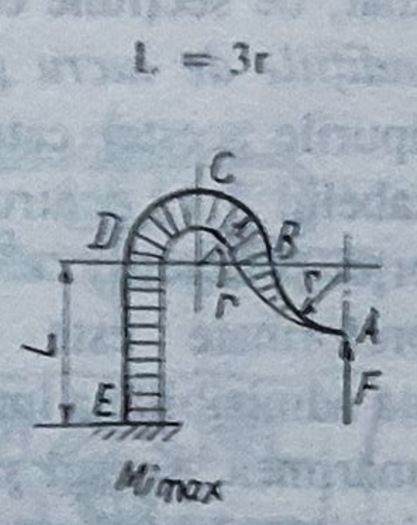
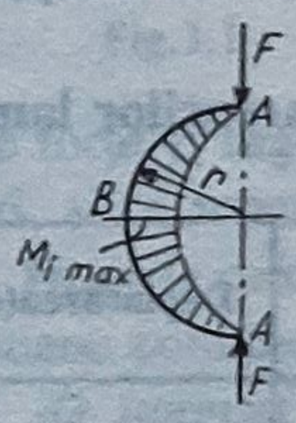
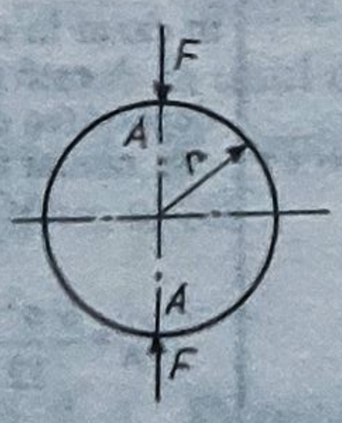
valabilă pentru elementul elastic de secţiune constantă (rotundă sau dreptunghiulară). Criteriile alegerii tipului de arc lamelar simplu, curbat-preformat, de secţiune constantă, specific unei anumite aplicaţii, sunt: *rolul său funcţional, condiţiile de lucru şi spaţiul afectat* în mecanismul sau aparatura în care se montează. Tipurile acestei categorii de arcuri, folosite în construcţia de aparate, sunt prezentate în tabelul 3.1, pentru care se indică relaţiile de calcul ale tensiunii de încovoiere maxime, forţei şi săgeţii.

Pentru proiectarea elementelor elastice curbate-preformate este necesară cunoaşterea caracteristicilor mecanice ale materialului - rezistenţa admisibilă la încovoiere, σ_{ai}, şi modulului de elasticitate longitudinal, E - precum şi mărimea, sensul şi direcţia forţei care se aplică elementului elastic în exploatare. Deoarece, în timpul fabricaţiei acestor arcuri, apar tensiuni remanente, se recomandă, ca, în calculul lor să se adopte rezistenţe admisibile la încovoiere mai mici cu 20...30% decât la elementele elastice simple-drepte.

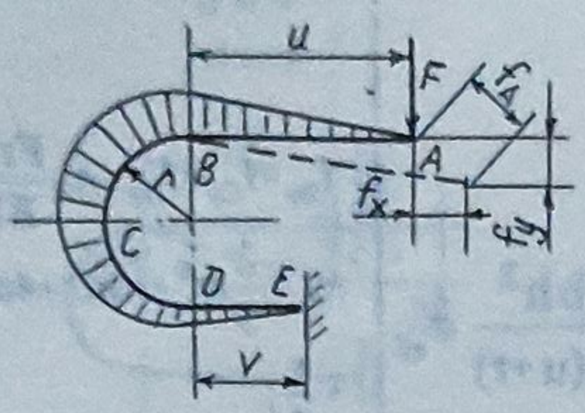
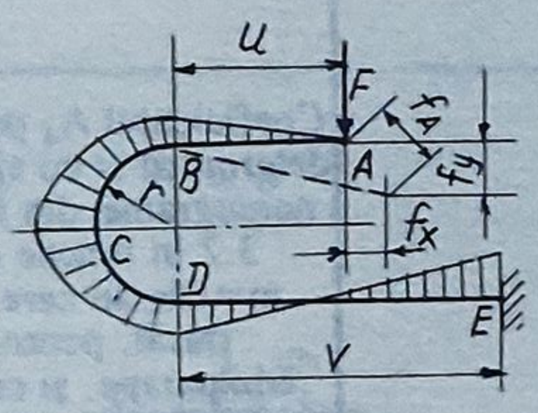
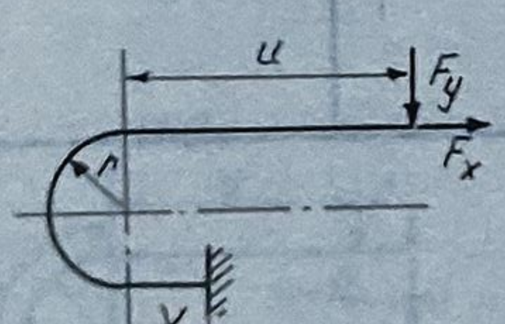
Tabelul 3.1. **Relaţiile de calcul ale parametrilor caracteristici ai arcurilor lamelare simple, curbate-preformate, de secţiune constantă**

Schema de calcul	Tensiunea de încovoiere maximă	Forţa maximă	Deplasarea(săgeata)
L = r 	$\sigma_{imax} = \frac{6Fr}{bh^2} \leq \sigma_{ai}$	$F_{max} = \frac{bh^2}{6r} \sigma_{ai}$	$f_A = \frac{3\pi}{4} \frac{Fr^3}{EI}$ În cazul în care capătul A este ghidat, deplasarea efectuându-se numai în direcţia AC, $f_A = \frac{9\pi^2 - 8}{12\pi} \frac{Fr^3}{EI}$

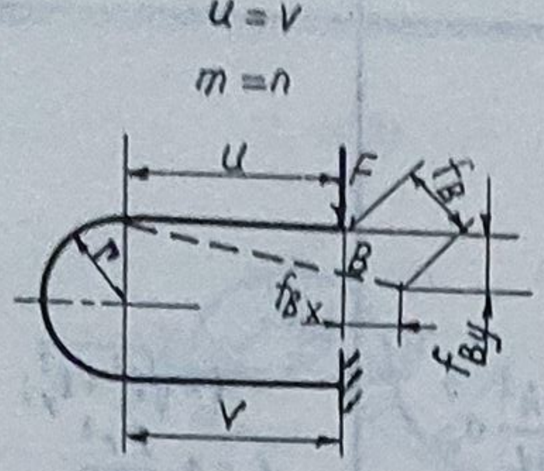
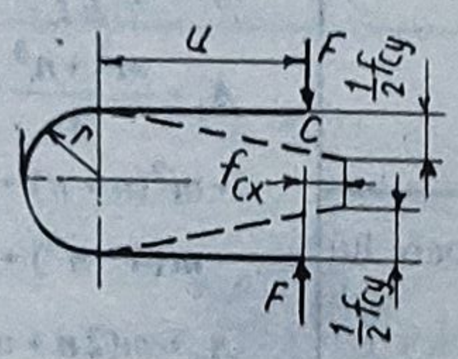
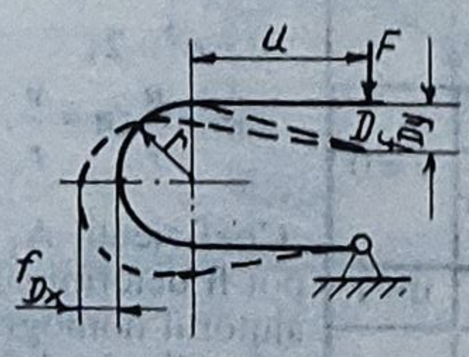
Tabelul 3.1.(continuare)

Schema de calcul	Tensiunea de încovoiere maximă	Forța maximă	Deplasarea(săgeata)
L = 3r 	$\sigma_{imax}=\frac{18Fr}{bh^2}\le\sigma_{ai}$	$F_{max}=\frac{bh^2}{18r}\sigma_{ai}$	$f_A=\frac{19\pi}{4}\frac{Fr^3}{EI}$
L = 3r 	$\sigma_{imax}=\frac{18Fr}{bh^2}\le\sigma_{ai}$	$F_{max}=\frac{bh^2}{18r}\sigma_{ai}$	$f_A=\left(\frac{9}{r}+4{,}75\pi\right)\frac{Fr^3}{EI}$
L = r 	$\sigma_{imax}=\frac{6Fr}{bh^2}\le\sigma_{ai}$	$F_{max}=\frac{bh^2}{6r}\sigma_{ai}$	$f_A=\frac{\pi}{2}\frac{Fr^3}{EI}$
L = r 	$\sigma_{imax}=\frac{6Fr}{\pi bh^2}\le\sigma_{ai}$	$F_{max}=\frac{\pi bh^3}{6r}\sigma_{ai}$	$f_A=\left(\frac{\pi}{4}-\frac{2}{\pi}\right)\frac{Fr^3}{EI}$

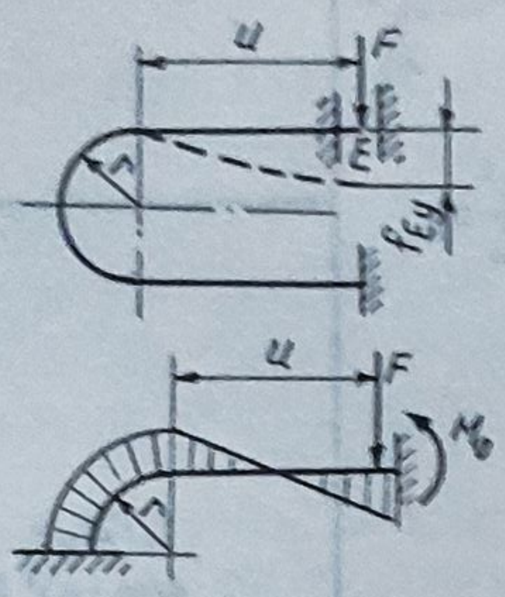
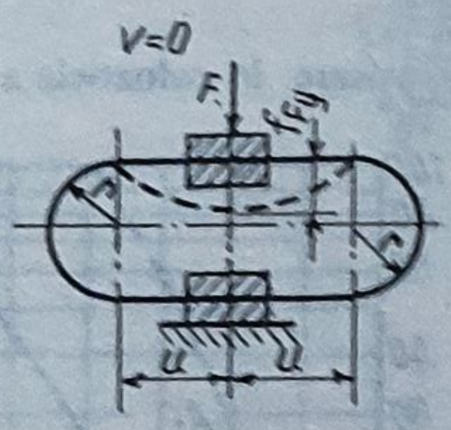
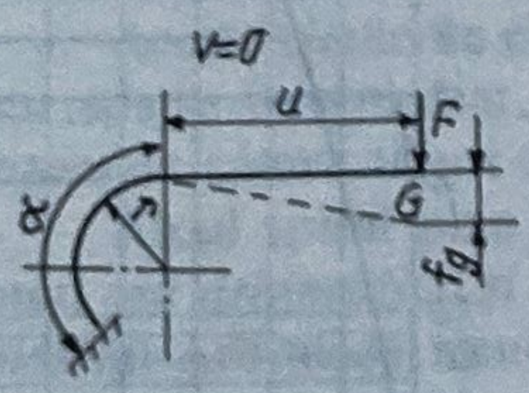
Tabelul 3.1 (continuare)

<table>
<tr><th>Schema de calcul</th><th>Tensiunea de încovoiere maximă</th><th>Forța maximă</th><th>Deplasarea(săgeata)</th></tr>
<tr><td>$u \geq v$
 
</td><td>$\sigma_{imax} = \frac{6FL}{bh^2} \leq \sigma_{ai}$</td><td>$P_{max} = \frac{bh^2}{6L}\sigma_{ai}$</td><td>$f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}$;
$f_x = A_2 \frac{Fr^3}{EI}$;
$f_y = A_1 \frac{Fr^3}{EI}$;
$A_1 = \frac{m^3+n^3}{3} + m^2(n+\pi) + m(4-n^2) + \frac{\pi}{2}$;
$A_2 = m(2n+\pi) - n^2 + 2$;
$m = \frac{u}{r}; n = \frac{v}{r}$.
Coeficienții A_1 și A_2 pot fi determinați și cu ajutorul nomogramelor din fig.3.2.</td></tr>
<tr><td>$u < v$
 
</td><td colspan="3">Valorile lui L și $M_{i\,max}$ corespunzătoare lui u, v, r
<table><tr><td rowspan="2">Ca-zul</td><td rowspan="2">$u \geq v$</td><td colspan="2">$u < v$</td><td colspan="2">$u = 0$</td><td rowspan="2">$v = 0$</td></tr><tr><td>$v-u < u+r$
$< u+r$</td><td>$v-u > u-r$
$> u-r$</td><td>$v \leq r$</td><td>$v > r$</td></tr><tr><td>L</td><td>u+r</td><td>u+r</td><td>v-u</td><td>r</td><td>v</td><td>u+r</td></tr><tr><td>M_{imax} în pct.</td><td>C</td><td>C</td><td>E</td><td>C</td><td>E</td><td>C</td></tr></table></td><td></td></tr>
<tr><td>$u > v, v \geq r$
 
</td><td colspan="2">În cazul în care acționează o forță de direcție oarecare, tensiunea de încovoiere maximă și momentul de încovoiere maxim se determină conform schemelor din figura 3.3.</td><td>Pentru determinarea săgeților, forța se descompune în componentele F_y și F_x, obținându-se:
$f_y = A_1 \frac{F_y r^3}{EI} + A_2 \frac{F_x r^3}{EI}$;
$f_x = A_2 \frac{F_y r^3}{EI} + A_3 \frac{F_x r^3}{EI}$;
$A_3 = 4n - \frac{3}{2}\pi$;
$f_A = \sqrt{f_x^2 + f_x^2}$
Coeficientul A_3 poate fi determinat și cu ajutorul nomogramelor din figura 3.2.</td></tr>
</table>

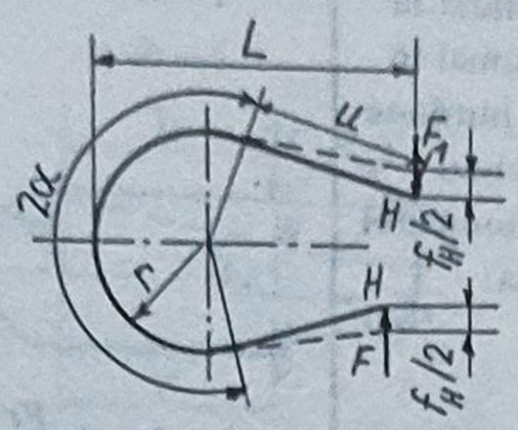
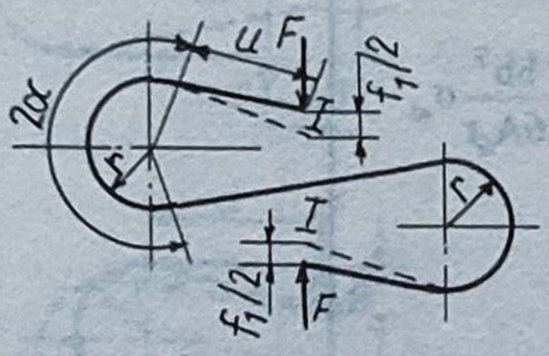
Tabelul 3.1. (continuare)

Schema de calcul	Tensiunea de încovoiere maximă	Forţa maximă	Deplasarea(săgeata)
u = v m = n  			
 	$L = u + r$ $\sigma_{imax} = \frac{6F(u+r)}{bh^2} \le \sigma_{ai}$	$F_{max} = \frac{bh^2}{6(u+r)}\sigma_{ai}$	$f_{By} = f_{Cy} = f_{Dy} = A_4\frac{Fr^3}{EI}$; $A_4 = \frac{2}{3}m^3 + \pi m^2 + 4m + \frac{\pi}{2}$; $f_{Bx} = A_2\frac{Fr^3}{EI}$; $f_{Cx} = f_{Dx} = A_5\frac{Fr^3}{EI}$; $A_5 = \frac{\pi}{2}m - m + 1$.
 			Coeficientul A_4 poate fi determinat şi cu ajutorul nomogramei din figura 3.2 în funcţie de m=u/r, în care s-a trasat, pentru comparaţie, şi curba coeficientului A_1 în cazul m=n.

Tabelul 3.1. (continuare)

Schema de calcul	Tensiunea de încovoiere maximă	Forța maximă	Deplasarea (săgeata)
$u = v,\ m = n$ 	Arcul încastrat la un capăt și ghidat la celălalt, efectuând deplasarea numai în direcția y, se poate considera ca jumătate de arc dublu încastrat, momentul încovoietor maxim M_{imax} fiind momentul de încastrare M_0, cu relația: $M_0 = A_6 Fr,$ unde $A_6 = \frac{m^2 + \pi m + 2}{2m + \pi}$ $\sigma_{imax} = A_6 \frac{6Fr}{bh^2} \le \sigma_{ai}$	$F_{max} = \frac{bh^2}{6A_6 r} \sigma_{ai}$	$f_{Ey} = f_{Fy} = A_7 \frac{Fr^3}{EI}$; $A_7 = \frac{2}{3}m^2 + \frac{\pi}{2} + \frac{4m^2 - m^4 - 4}{2m + \pi}$.
$v = 0$ 	$\sigma_{imax} = A_6 \frac{3Fr}{bh^2} \le \sigma_{ai}$	$F_{max} = \frac{bh^2}{3A_6 r} \sigma_{ai}$	$f_{Fy} = A_7 \frac{Fr^3}{2EI}$
$v = 0$ 	L = u + r sinα; $\sigma_{imax} = \frac{6F(u + r\sin\alpha)}{bh^2} \le \sigma_{ai}$	$F_{max} = \frac{bh^2}{6(u + r\sin\alpha)} \sigma_{ai}$	$f_G = A_8 \frac{(m+\alpha)^3}{3} \frac{Fr^3}{EI}$ α - în rad. $A_8 = \{(m^3/3) + [m^2 + (1/2)] \cdot \alpha + 2m(1 - \cos\alpha) - \sin 2\alpha/4\}\{3/(m+\alpha)^3\}$. Coeficientul A_8 poate fi determinat și cu ajutorul nomogramei din figura 3.4, în funcție de $m = (u/r)$

Tabelul 3.1 (continuare)

Schema de calcul	Tensiunea de încovoiere maximă	Forța maximă	Deplasarea(săgeata)
v = 0 	$L=r(1-\cos\alpha)+u\sin\alpha;$ $\sigma_{imax}=\frac{6Fl}{bh^2}\le\sigma_{ai}$	$F_{max}=\frac{bh^2}{6L}\sigma_{ai}$	$f_H=A_2\frac{2(m+\alpha)^3}{3}\frac{Fr^3}{EI}$; α - în radiani.
v = () 			$f_1=2f_H=$ $=A_2\frac{4(m+\alpha)^3}{3}\frac{Fr^3}{EI}$.

Observații: S-a notat cu I - momentul de inerție axial [$I=(bh^3)/12$ pentru secțiunea dreptunghiulară; $I=(\pi d^4)/64$ pentru secțiunea rotundă].

În cazul arcurilor cu secțiune circulară, modulul de rezistență la încovoiere, în coloanele a doua și a treia, va fi $W=(\pi d^3)/32$.

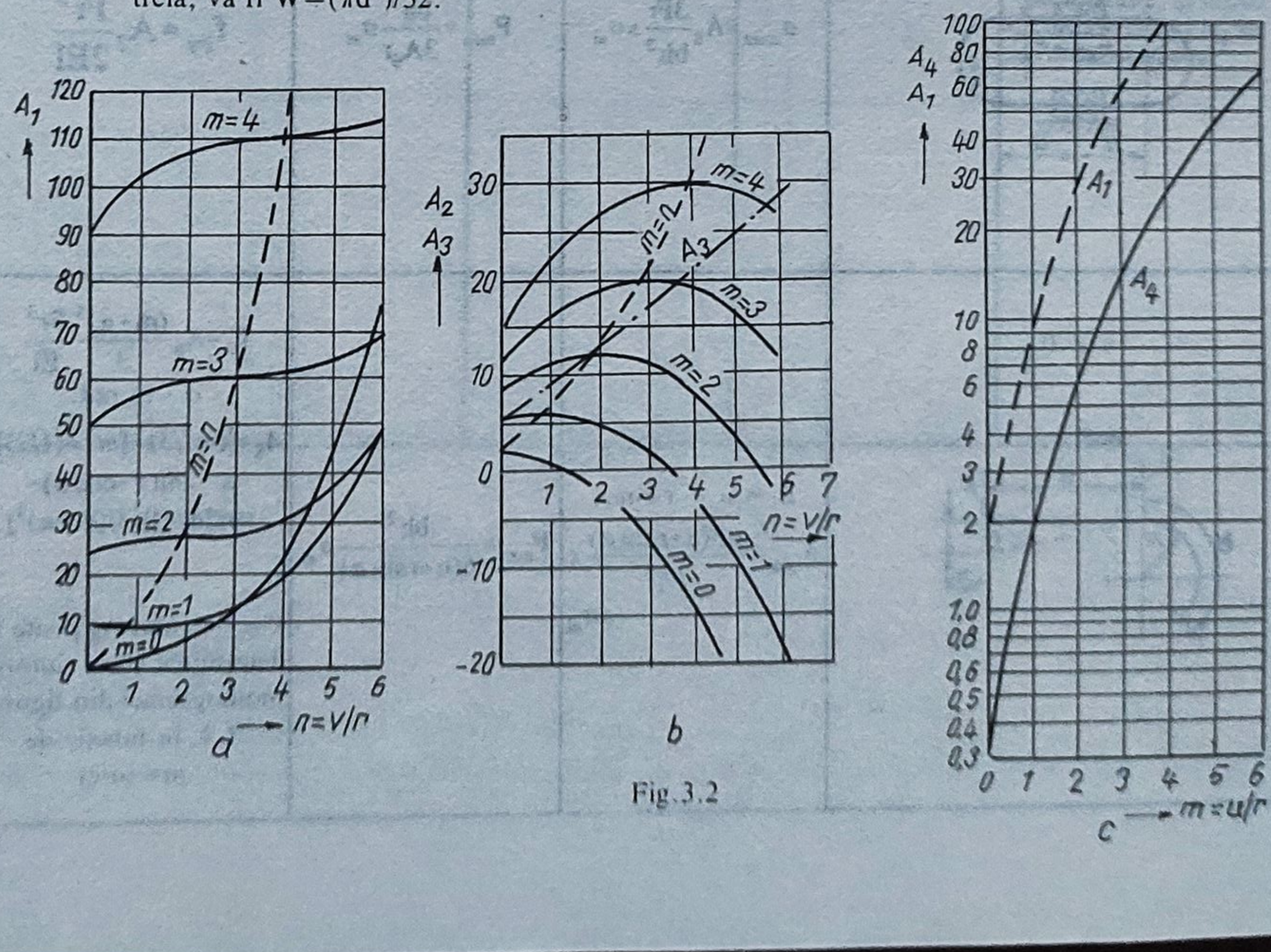


Fig. 3.2

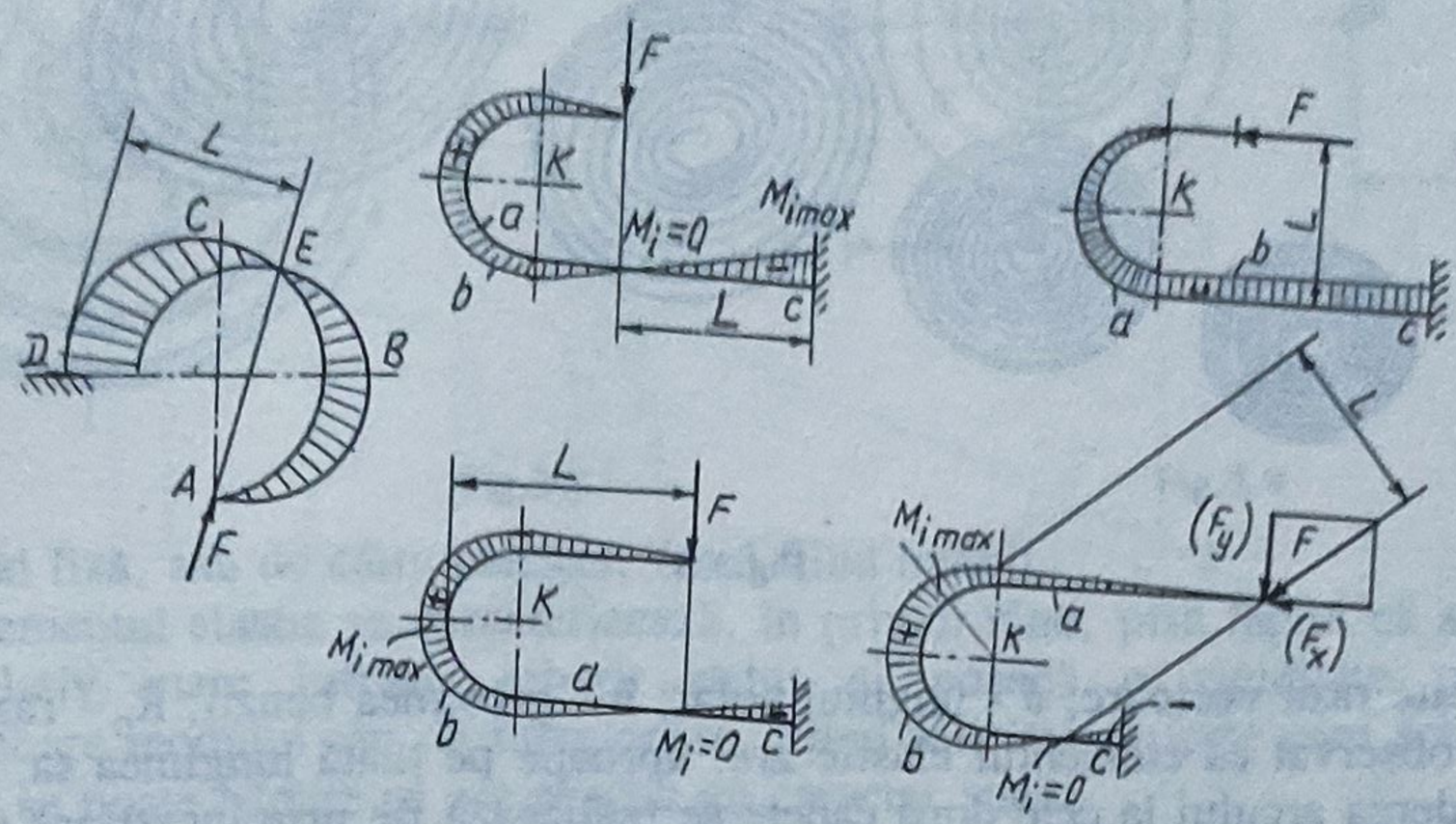


Fig.3.3

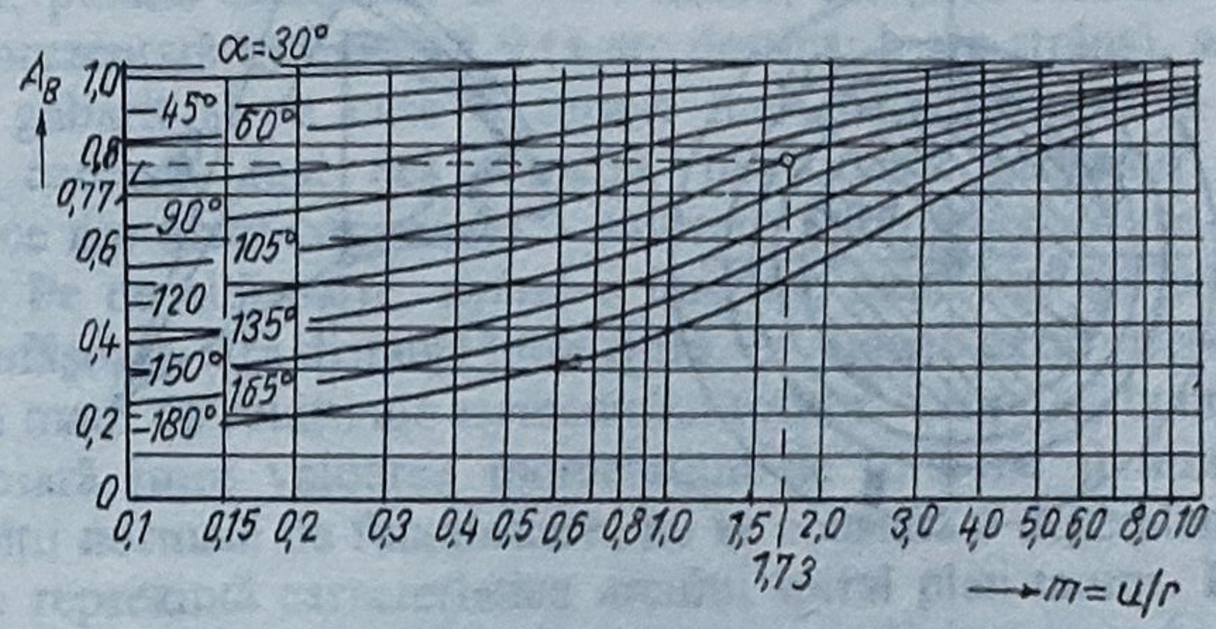


Fig. 3.4

3.3. Arcuri spirale plane motoare

3.3.1. Generalităţi. Tipuri constructive

Aceste elemente elastice se caracterizează printr-un număr de spire care pot fi fără sau cu spaţiu intermediar, fapt ce le defineşte caracterul funcţional. În figura 3.5 sunt reprezentate câteva tipuri constructive din aceste arcuri în stare liberă.

Arcul spiral plan propriu-zis are *forma unei panglici înfăşurate după o spirală, obişnuit cea arhimedică şi mai rar cea logaritmică*. Admiţându-se că înfăşurările au forma spiralei lui Arhimede, ecuaţia polară a liniei medii a acestora (fig.3.6) este

$$r = R_0 + (h/2) + i_2\, h = R_0 + (h/2) + [\theta/(2\pi)]h, \qquad (3.4)$$

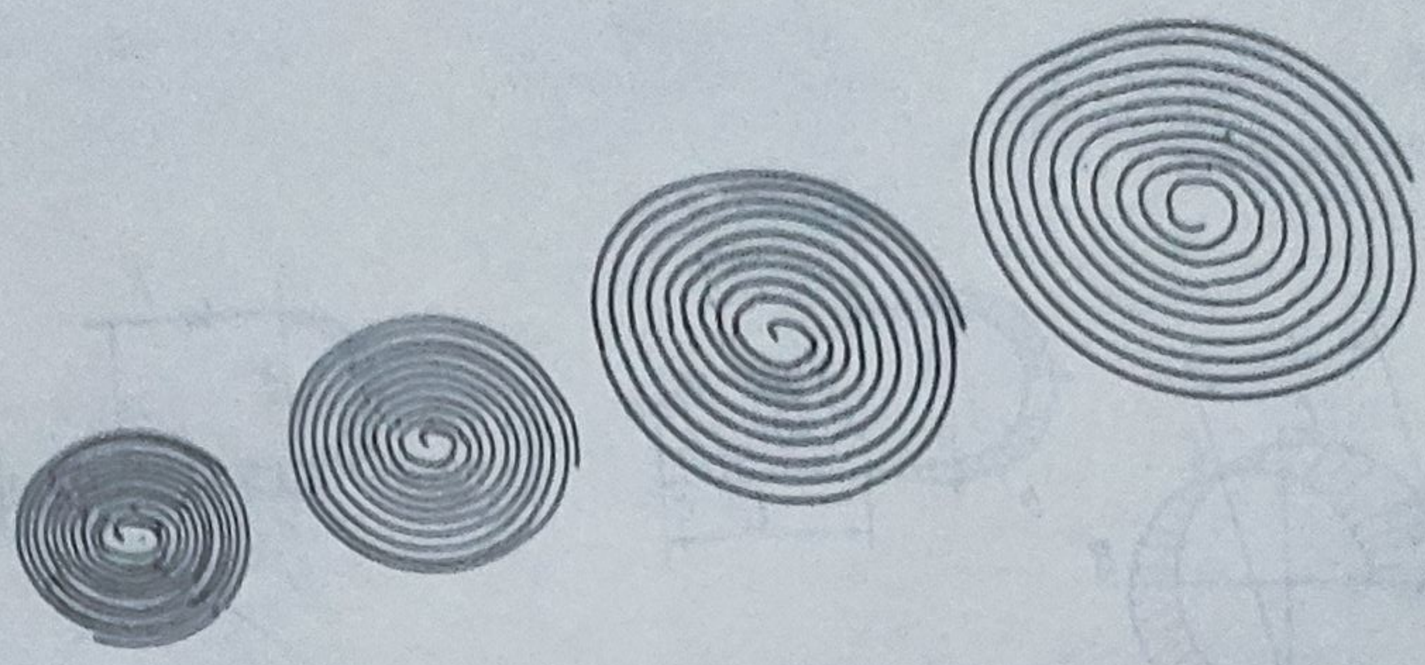


Fig.3.5

în care: r - este raza vectoare; θ - unghiul polar; h - grosimea benzii; R_0 - raza fusului.

De observat că elementul elastic are, aproape pe toată lungimea sa, forma unei spirale. Prinderea arcului la cele două capete se realizează fie prin încastrare (fig. 3.7,a), fie prin articulaţie (fig.3.7,b), Totdeauna, însă, capătul interior este încastrat în fusul unui arbore.

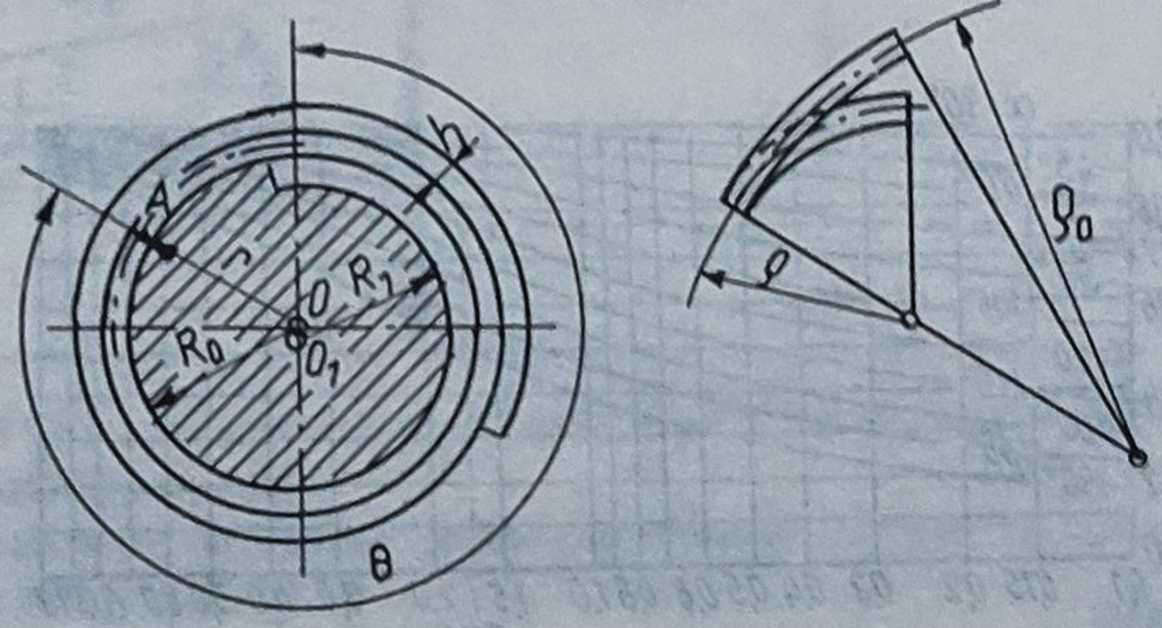


Fig.3.6.

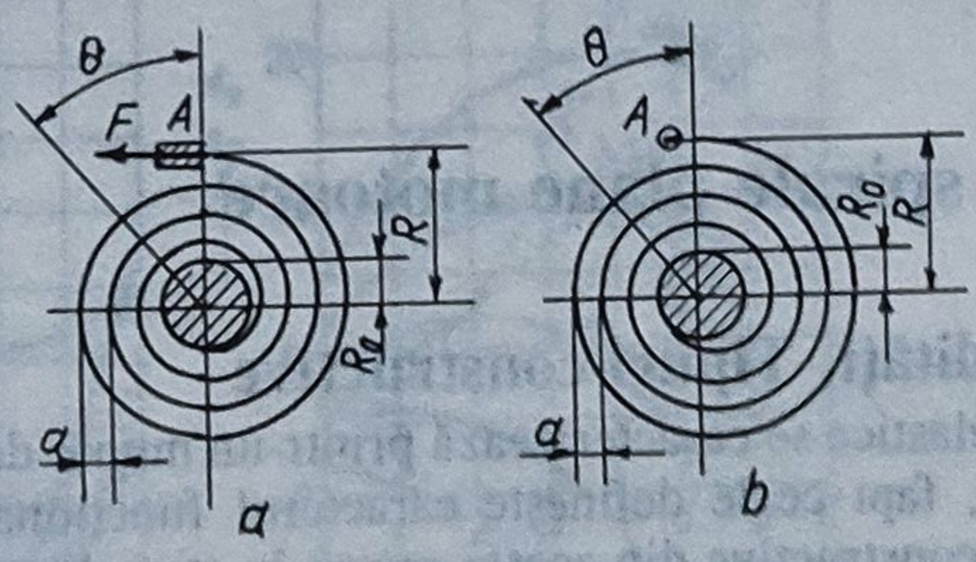


Fig.3.7

Secţiunea arcului spiral poate fi: dreptunghiulară, circulară, eliptică sau inelară. cea mai largă utilizare o are secţiunea dreptunghiulară.

Părţile componente ale unui sistem cu element elastic de acţionare sunt: arcul spiral 1, fusul arborelui 2 şi carcasa 3 (fig.3.8). Antrenarea arcului se poate realiza de către fus,

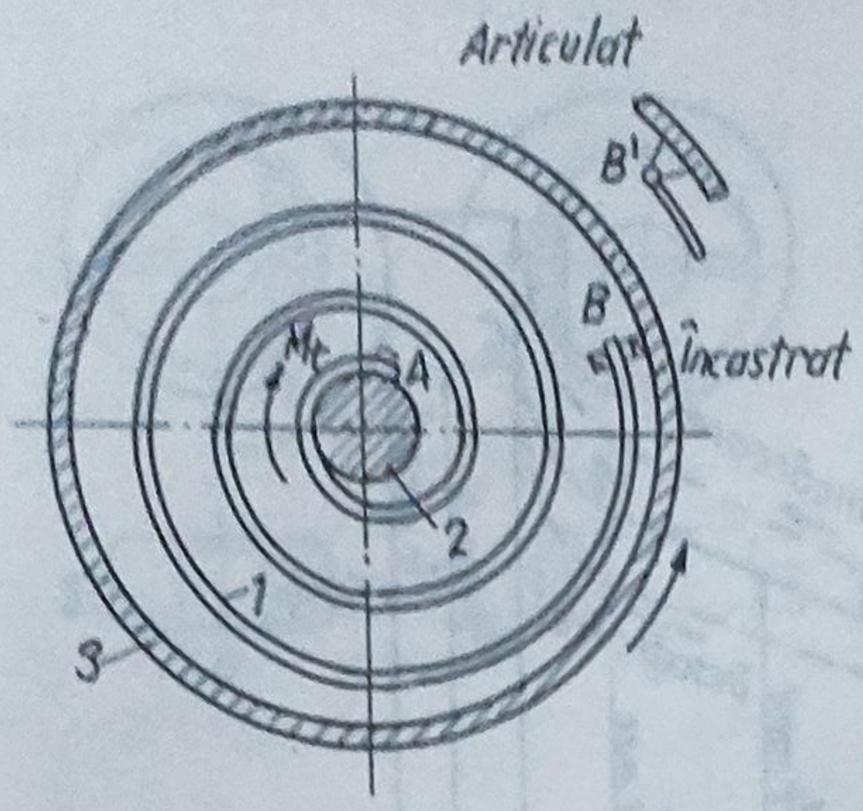


Fig.3.8

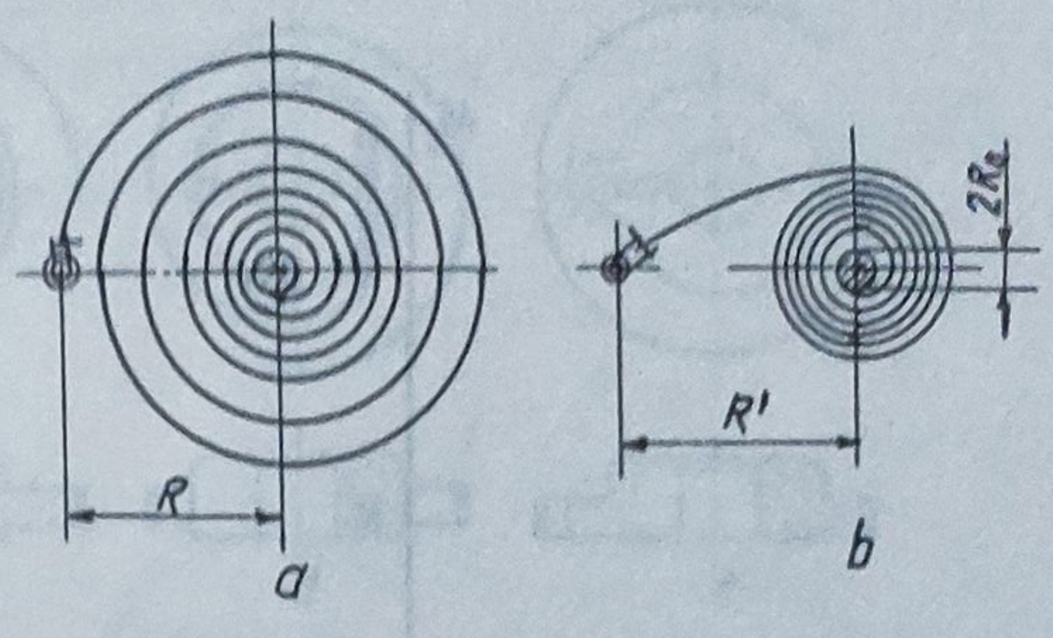


Fig.3.9

carcasa fiind fixă, sau de către carcasă, fusul fiind imobil.

Elementul elastic se caracterizează, în primul rând, prin faptul că acumulează o energie relativ mare într-un gabarit redus şi posedă o rigiditate relativ mică, corespunzătoare modului său de funcţionare. Fiind solicitat de forţe care actionează timp îndelungat, se poate admite că are practic un caracter static.

Pe aceste considerente, sistemele cu astfel de elemente elastice se folosesc, cu rol motor sau de comandă, în mecanismele de ceasornic, în unele aparate de uz casnic, în jucării mecanice, în diferite aparate electrotehnice etc.

Forma constructivă a arcurilor spirale plane motoare depinde, în mare măsură, de locul de folosinţă, putând lucra atât în stare liberă, cât şi în carcasă. Primul caz, pentru care soluţia este prezentată în figura 3.9 (a-arc destins; b-arc strâns), se utilizează când nu există limită de gabarit şi se cere o turaţie mai mare (restituirea energiei maxime). Funcţionarea în carcasă, mai des folosită, micşorează gabaritul arcului şi permite lubrifierea, ceea ce are drept consecinţă o reducere a frecărilor dintre spire, deci o mărire a randamentului. Pe de altă parte, având o lungime mare într-un gabarit mic, adeseori, aceste arcuri se înfăşoară fără distanţă între spire. În ambele cazuri trebuie ca arcul să ofere un număr cât mai mare de rotaţii ale elementului rotitor. Teoretic, la un astfel de arc există o dependenţă liniară între valoarea momentului de torsiune şi numărul de rotaţii. În realitate, în condiţii normale de funcţionare, nu se constată o dependenţă liniară completă. În figura 3.10 se reprezintă caracteristica arcului spiral plan motor. Din cauza frecărilor dintre spire şi a fenomenului de histerezis, aceasta este liniară numai pe porţiunea AB, iar curba de încărcare nu coincide cu curba de descărcare. Randamentul arcului este condiţionat de pierderile prin histerezis, rugozitatea suprafeţelor şi modul de fixare al capetelor. Obişnuit acesta are valoarea $\eta = 0{,}8...0{,}85$. Arcurile spirale pentru mecanismele de ceasornic realizează randamente mai mici, $\eta = 0{,}6...0{,}8$. Astfel de elemente elastice se execută dintr-o panglică subţire şi cu o lungime suficient de mare. Din punct de vedere constructiv este important modul de prindere al capetelor arcului cu carcasa şi fusul.

În figura 3.11 sunt reprezentate soluţiile de fixare ale capătului arcului de carcasă. La îmbinarea prin articulaţie (fig.3.11,a) apare, după circa două rotiri, o aşezare excentrică, frecarea şi scăderea randamentului. Îmbinarea prin ştift (fig. 3.11,b), folosită pentru arcuri mai groase, este mai avantajoasă decât cea articulată, întrucât reduce presiunea dintre spire. Soluţia cu capătul arcului în V (fig.3.11,c) este avantajoasă, însă în zona îndoirii se poate produce ruperea. O poziţie centrică, micşorând frecarea şi mărind foarte mult randamentul, prezintă soluţia din figura 3.11,d. La executarea îmbinării apar, însă, dificultăţi, întrucât arcul este călit. Lungimea lamelei intermediare este aproximativ 3/4 din circumferinţa interioară a carcasei, lăţimea egală cu cea a arcului, iar grosimea de 1,3 h (h fiind grosimea arcului). Tot o poziţie centrică se obţine şi la îmbinarea prezentată în figura 3.11,e.

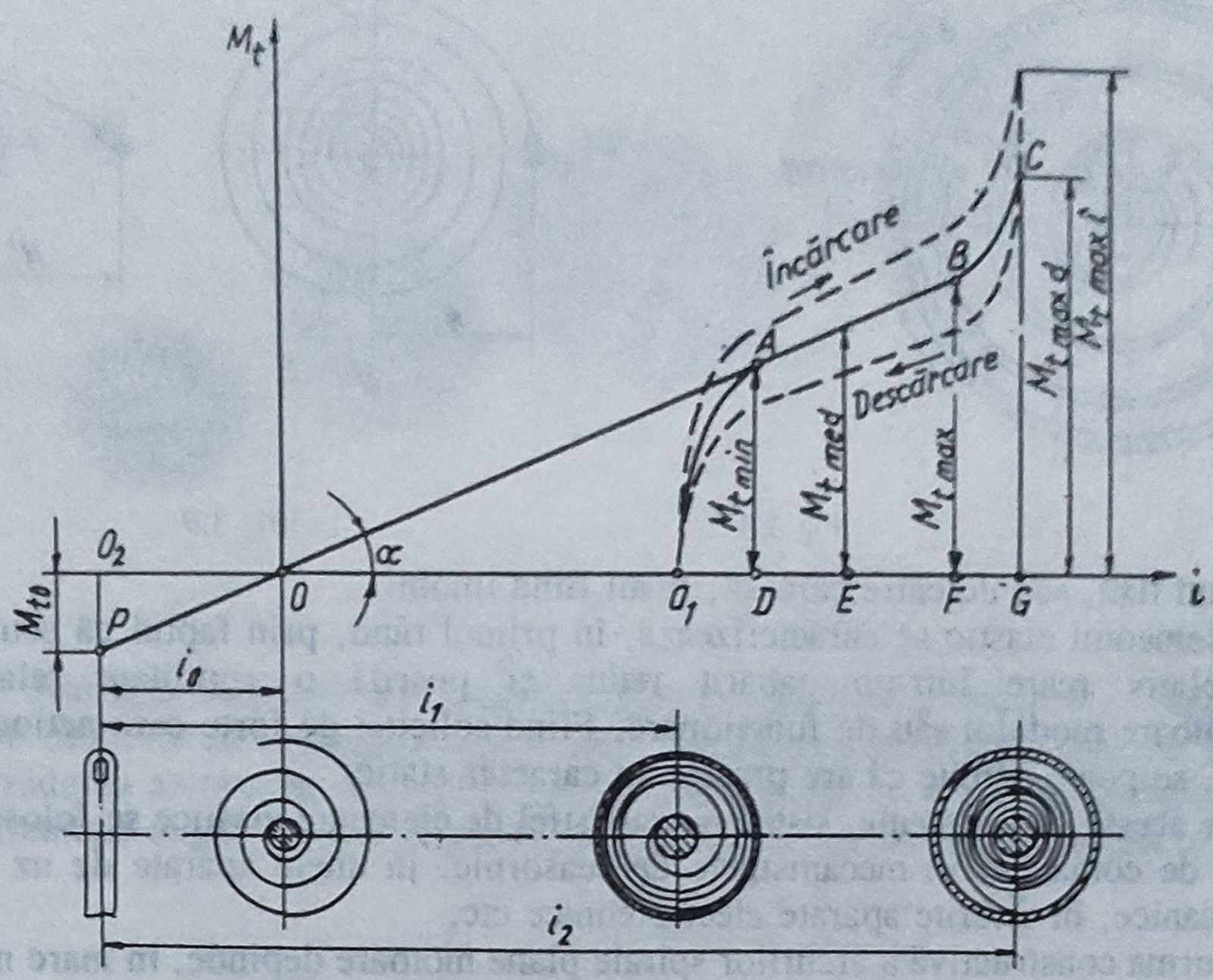


Fig.3.10

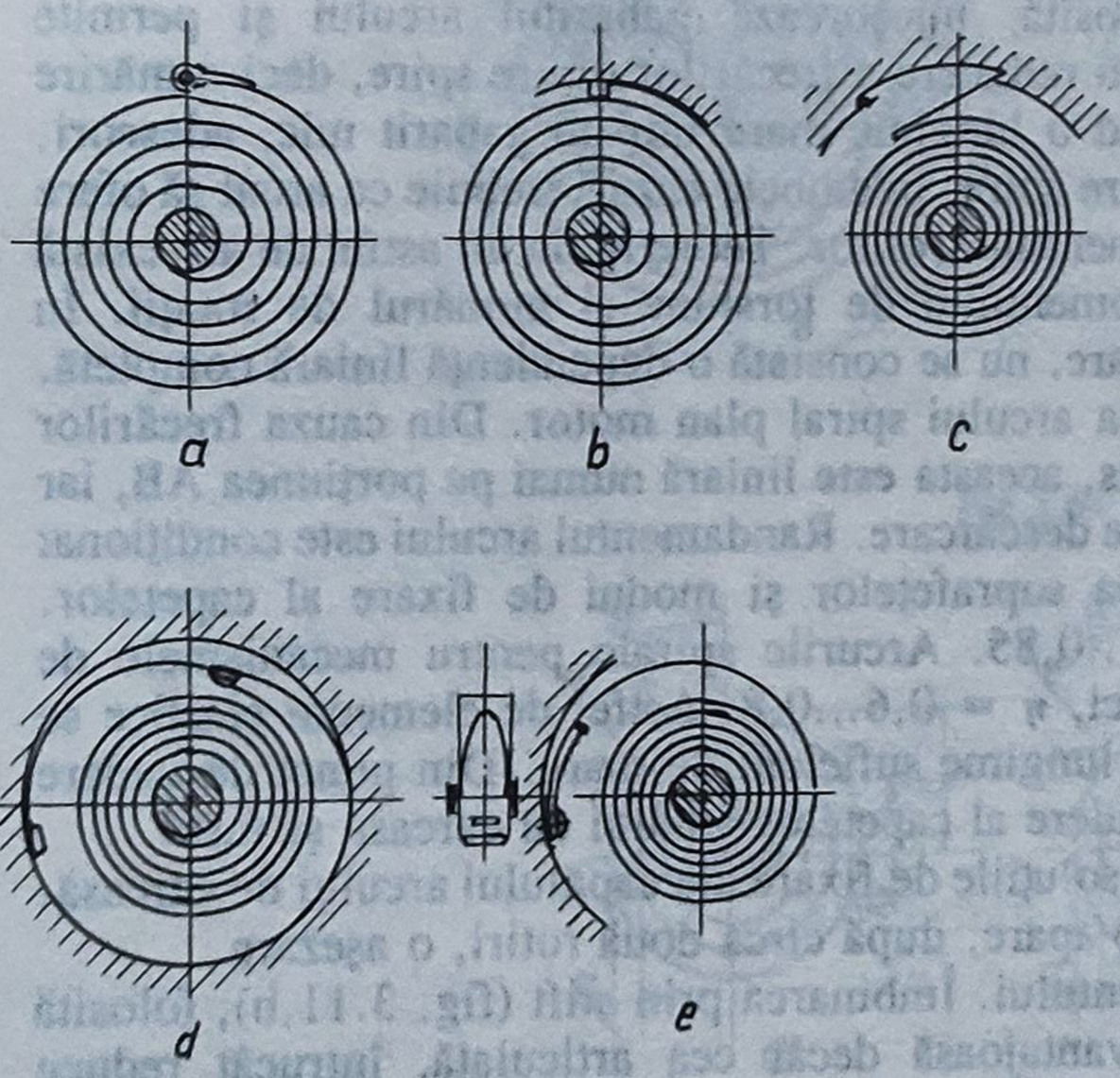


Fig.3.11

Fixarea capătului arcului spiral plan motor pe fus se poate realiza conform soluţiilor date de firma "Carl Haas", din R.F.G., şi prezentate în figura 3.12. Această îmbinare se execută prin intermediul unei aşa-zise virole, în diferite moduri, şi anume:

-prin ştiftuirea capătului interior al arcului într-un locaş transversal al virolei (fig.3.12,a);

- prin fixarea capărului interior într-o crestătură, în formă de coardă, a virolei (fig. 3.12,b);

- prin strângerea spirei interioare a arcului într-o canelură perimetrală a virolei (fig.3.12,c);

- prin lipirea capătului interior într-o crestătură, în formă de coardă, a virolei (fig.3.12,d);

- prin îmbinarea prin sudură a capătului interior cu o virolă, preferabil cu o virolă profilată, folosind laserul (fig.3.12,e).

În figura 3.13 se prezintă forma capetelor exterioare şi interioare ale arcurilor spirale plane motoare, astfel: a, b - pentru dimensiuni mici; c, d, e - pentru dimensiuni medii şi mari; f, g, h, i, j, - soluţii spaţiale.

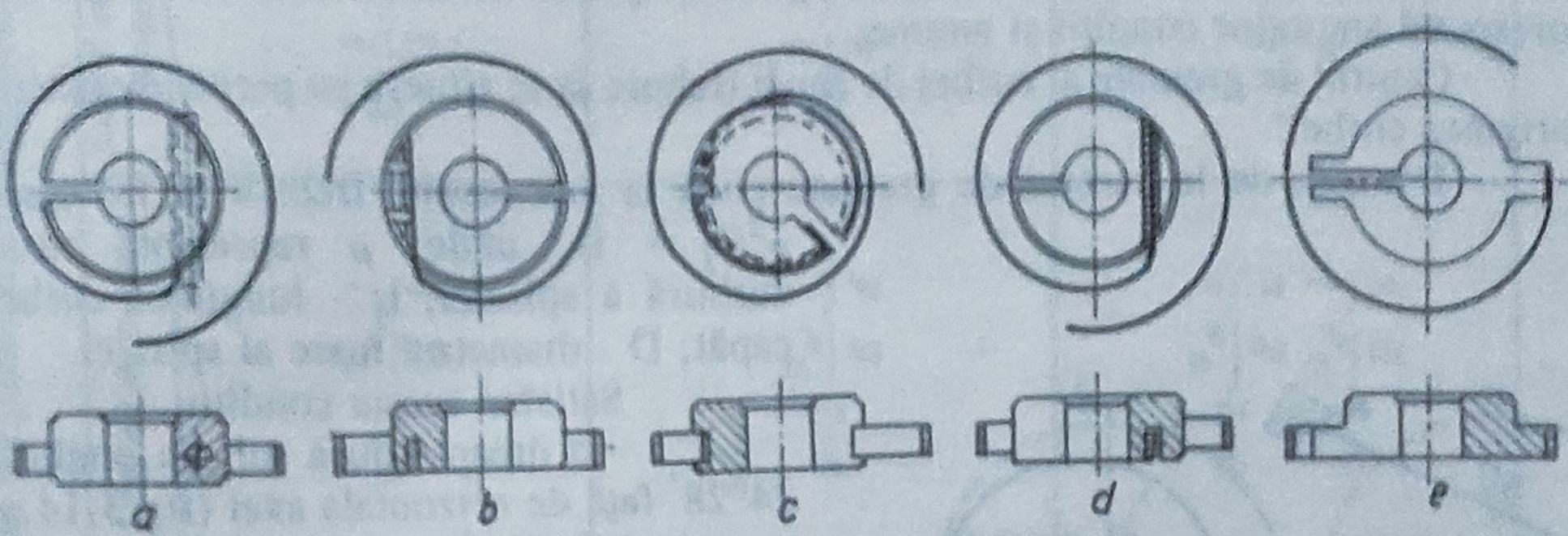


Fig.3.12

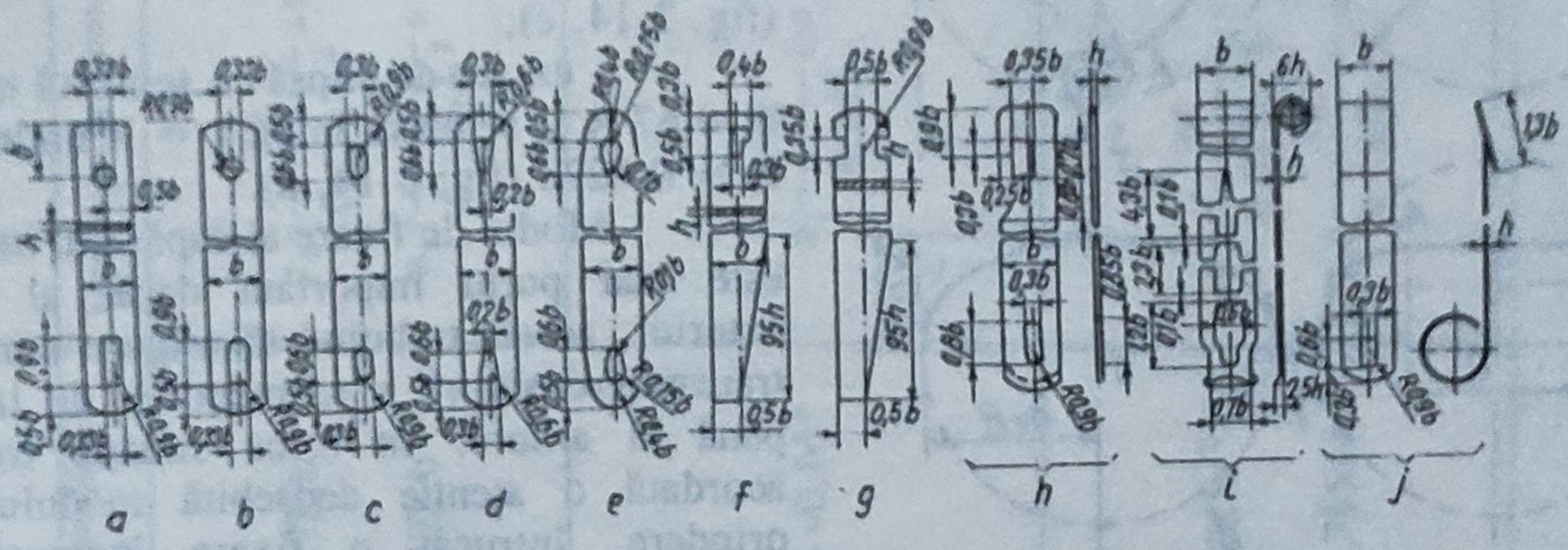


Fig.3.13

Pentru fabricarea acestor arcuri se întrebuinţează, mai ales, benzi din oţel carbon pentru scule, STAS 1700-90, de mărcile OSC 8, OSC 8M şi OSC 10, cu grosimea de h = 0,08...1mm şi lăţimea de b = 1,6...8mm. În aplicaţii frecvente ale arcurilor spirale plane motoare se recomandă benzi de grosimile următoare: h = 0,18...0,22mm pentru mecanismele de ceasornic; h = 0,25...0,4mm pentru aparatele de autoînregistrare. Când se cer proprietăţi antimagnetice şi anticorosive, se întrebuinţează aliaje speciale cu: 40% Co, 20% Cr, 15%Ni şi eventual cu alte elemente de aliere. Aceste aliaje posedă o rezistenţă mare, sunt insensibile la umezeală şi nu sunt atacate de acizi şi săruri. În unele cazuri se face apel la bronzul cu beriliu. Firma "Carl Hass" din R.F.G. execută arcurile spirale plane şi sistemele oscilante mecanice pentru ceasornice de mare valoare din aliaje Ni + Fe, ca NIVAROX ®, care poate fi de trei calităţi, corespunzător coeficientului de temperatură. Arcurile confecţionate din aceste materiale se caracterizează prin: elasticitate mare, rezistenţă la oboseală totală, inoxidabilitate, amortizare neînsemnată, izocromism adaptabil şi sensibilitate magnetică mică.

La folosirea arcului spiral plan ca mijloc de antrenare, din cauza variaţiei valorii momentului, mişcarea îşi pierde caracterul de mişcare uniformă. Pentru corijare se pot utiliza diferite sisteme, cum ar fi cuplarea a două arcuri succesive sau corijarea prin melc cu lanţ de tracţiune.

3.3.2. Proiectare. Calcul

3.3.2.1. Elemente generale de calcul. În porţiunile de prindere, arcul nu mai respectă forma spiralei lui Arhimede. În cazul mecanismelor şi al aparaturii de precizie, forma capetelor arcului are o mare importanţă, constituind obiectul unui studiu aparte.

Profilurile porţiunilor de capăt ale arcului spiral au primit numele de curbele lui Phillips, ce corespund anumitor condiţii şi anume:

- Centrul de greutate al curbei de capăt trebuie să se situeze pe perpendiculara dusă din originea curbei.
- Distanţa de la centrul de greutate până la axa fusului trebuie să fie egală cu $\rho^2/l_1 = D$, unde: ρ reprezintă raza de curbură a spiralei; l_1 - lungimea curbei de capăt; D - diametrul mare al spiralei.

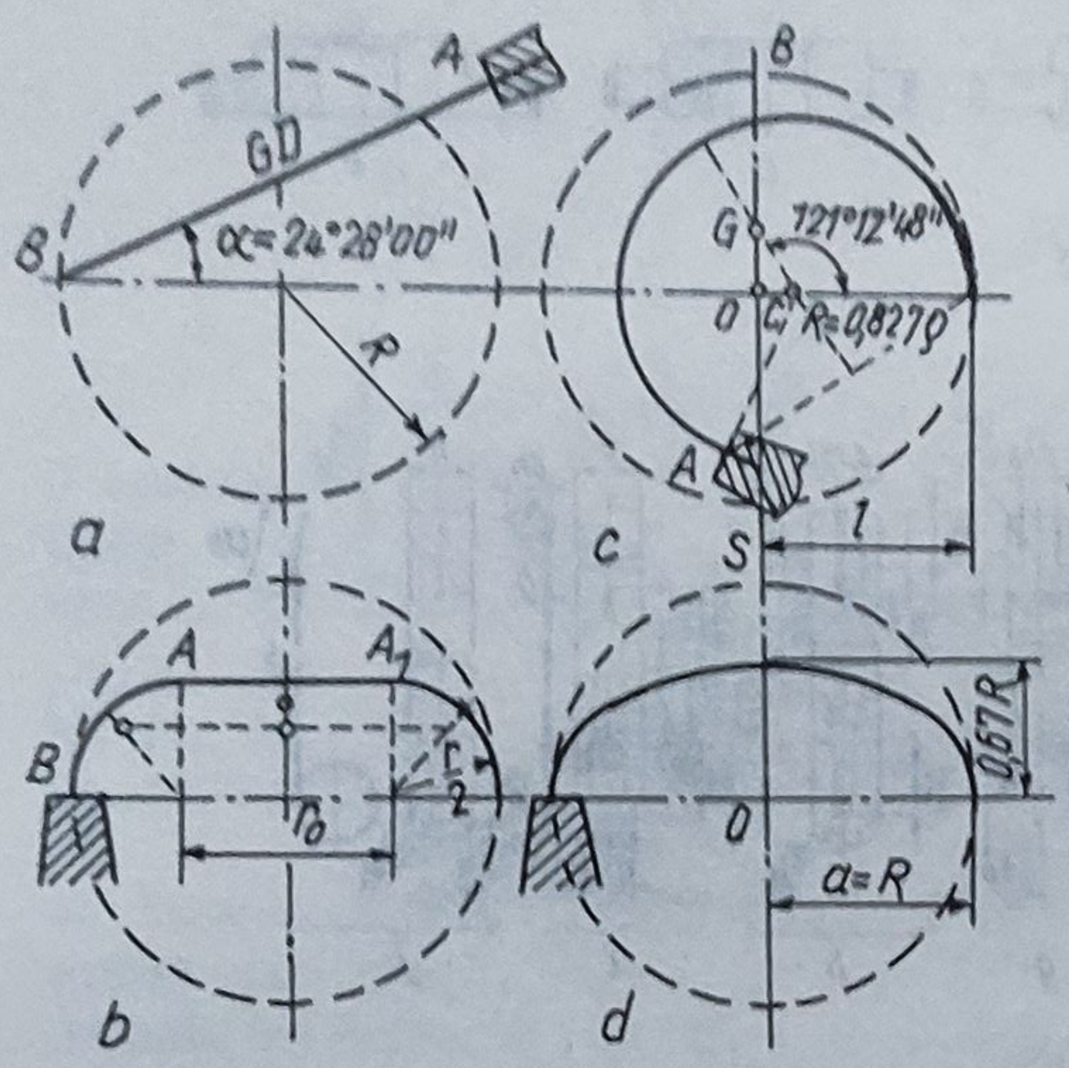


Fig.3.14

Satisfac aceste condiţii:

- o dreaptă dusă sub un unghi $\alpha = 24^o28'$ faţă de orizontala axei (fig.3.14,a);
- două sferturi de cerc racordate prin dreapta AA_1 (fig.3.14,b);
- un arc de cerc cu raza $R = 0,827\rho$ (fig. 3,14, c);
- un arc de elipsă cu semiaxă mică $b = 0,67\ R$ şi semiaxa mare $a = R$ unde $R = 0,827\rho$ (fig. 3.14, d).

Modul de fixare al capătului interior este mai puţin important decât al celui exterior, acesta trebuind să asigure numai o transmitere sigură a momentului de la arc până la arbore. În orice situaţie trebuie acordată o atenţie deosebită modului de prindere, întrucât o fixare incorectă a capătului poate produce ruperea arcului, deoarece în locul respectiv apar deformaţiile cele mai mari, deci tensiunile maxime din secţiunea arcului.

În calcule se consideră că arcul are, pe toată lungimea sa, forma spiralei lui Arhimede.

Solicitarea exterioară este sub forma unui moment de torsiune M_t, lamela elastică a arcului fiind solicitată în secţiune, prin strângerea spirelor, la încovoiere de un moment $M_i = M_t = M$.

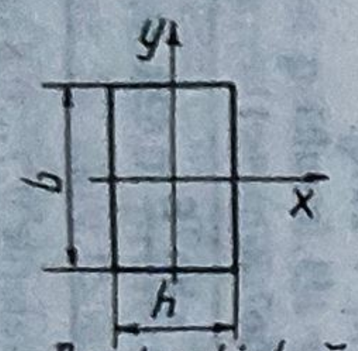
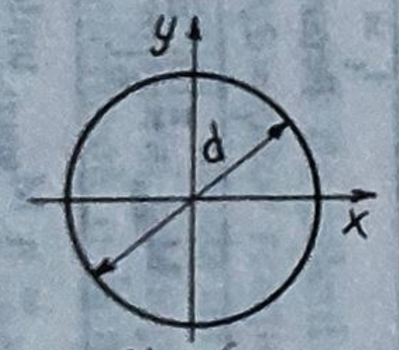
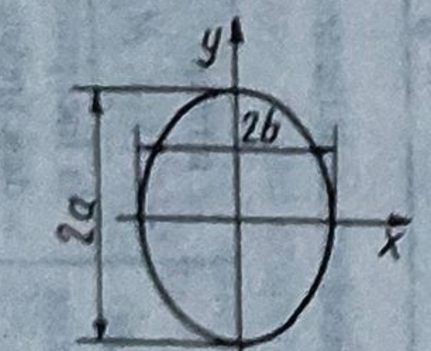
În tabelul 3.2 sunt prezentate relaţiile parametrilor calculului la rezistenţă al arcurilor spirale plane de secţiuni: dreptunghiulară, circulară şi eliptică.

3.3.2.2. Metode de calcul. Proiectarea unui arc spiral plan motor, pentru anumite condiţii de exploatare cunoscute, se poate efectua cu ajutorul relaţiilor din tabelul 2.2. În afara acestei căi, se mai pot utiliza, pentru caracterul lor practic şi operativ, metoda relaţiilor constructive şi metoda pe bază de nomograme de calcul.

Metoda relaţiilor constructive. Aceasta se bazează pe condiţia geometrică de obţinere a numărului maxim de rotaţii la elementul rotitor, concretizată în relaţia

$$R_1 = R_2 = R\sqrt{\frac{1}{2}\left[1+\left(\frac{R_0}{R}\right)^2\right]}. \qquad (3.5)$$

Tabelul 3.2. **Relaţiile parametrilor caracteristici ai calculului la rezistenţă pentru arcurile spirale plane de secţiuni: dreptunghiulară, circulară şi eliptică**

Secţiunea	Momentul de inerţie axial	Modulul de rezistenţă la încovoiere	Tensiunea de încovoiere	Unghiul de rotaţie	Lucrul mecanic de deformaţie *)
Dreptunghiulară  Dreptunghiulară	$I_x=\frac{h\cdot b^3}{12}\approx 0{,}083h\cdot b^3$, $I_y=\frac{b\cdot h^3}{12}\approx 0{,}083b\cdot h^3$	$W_x=\frac{h\cdot b^2}{6}\approx 0{,}17h\cdot b^2$, $W_y=\frac{h\cdot b^2}{6}\approx 0{,}17h\cdot b^2$	$\sigma_i=\frac{M}{0{,}17h\cdot b^2}\le\sigma_{ai}$, $\sigma_i=\frac{M}{0{,}17h\cdot b^2}\le\sigma_{ai}$	$\theta=2\cdot\frac{\sigma_{ai}}{E}\cdot\frac{l}{h}$	$L=\frac{1}{3}\cdot\frac{\sigma^2 ai}{2E}\cdot V$
Circulară  Circulară	$I_x=I_y=\frac{\pi\cdot d^4}{64}\approx 0{,}05d^4$	$W_x=W_y=\frac{\pi\cdot d^3}{32}\approx 0{,}1d^3$	$\sigma_i=\frac{M}{0{,}1d^3}\le\sigma_{ai}$	$\theta=2\cdot\frac{\sigma_{ai}}{E}\cdot\frac{l}{d}$	$L=\frac{1}{4}\cdot\frac{\sigma^2 ai}{2E}\cdot V$
Eliptică  Eliptică	$I_x=\frac{\pi\cdot a^3\cdot b}{4}\approx 0{,}785a^3\cdot b$, $I_y=\frac{\pi\cdot a\cdot b^3}{4}\approx 0{,}785a\cdot b^3$	$W_x=\frac{\pi\cdot a^2\cdot b}{4}\approx 0{,}785a^2\cdot b$, $W_y=\frac{\pi\cdot a\cdot b^2}{4}\approx 0{,}785a\cdot b^2$	$\sigma_i=\frac{M}{0{,}785a^2\cdot b}\le\sigma_{ai}$, $\sigma_i=\frac{M}{0{,}785a\cdot b^2}\le\sigma_{ai}$	$\theta=2\cdot\frac{\sigma_{ai}}{E}\cdot\frac{l}{a}$, $\theta=2\cdot\frac{\sigma_{ai}}{E}\cdot\frac{l}{b}$	$L=\frac{1}{4}\cdot\frac{\sigma^2 ai}{2E}\cdot V$

*) S-a considerat caracteristica liniară a arcului şi s-au neglijat pierderile prin histerezis şi frecare.

Considerându-se o valoare constructivă orientativă pentru raportul R_0/R, recomandată a fi

$$R_0/R = 1/3...1/4,$$

rezultă relațiile necesare pentru parametrii dimensionali și funcționali ai arcului spiral plan motor în vederea proiectării, date în tabelul 3.3.

Tabelul 3.3. **Metoda relațiilor constructive, cu recomandările necesare, pentru proiectarea arcurilor spirale plane motoare**

Parametrii de determinat		Relațiile de calcul și recomandările necesare
Raza interioară a carcasei, R		Se adoptă corespunzător cerințelor.
Raza fusului arborelui, R_0		$R_0 = (1/3...1/4)R$
Raza spirei interioare a arcului destins în carcasă, R_1, și raza spirei exterioare a arcului strâns pe arbore, R_2		$R_1 = R_2 = R\sqrt{\frac{1}{2}\left[1+\left(\frac{R_0}{R}\right)^2\right]} = (0,7454...0,7289)R$
Grosimea arcului, h		$h = (1/35...1/60)R$. $h > (1/35)R$ determină o solicitare puternică a capătului interior al arcului și, în consecință, un pericol de rupere ridicat. $h < (1/60)R$ dă un moment de torsiune M_t mic la un număr de rotații mare, însă o neînsemnată densitate de energie. Notă. În cazul respectării valorilor orientative $R_0 = (1/3...1/4)R$ și $h < (1/35)R$ nu vor fi depășite valorile rezistențelor admisibile pentru oțelurile de arc.
Coeficientul de umplere al cutiei arcului, K_u		$K_u = [(hl)/(R^2 - R_0^2) = 0,4...0,6$. La $K_u = 0,5$ se obține un maximum pentru numărul total de rotații n_t, corelat cu o densitate de energie favorabilă. Se recomandă să se aleagă, pe cât posibil, această valoare.
Numărul spirelor arcului destins în carcasă, i_1		$i_1 = \frac{1}{h}(R - R_1) = \frac{R}{h}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{hl}{\pi R^2}}\right)$. Uzual $i_1 = 9...13$.
Numărul spirelor arcului strâns pe fusul arborelui, i_2		$i_2 = \frac{1}{h}(R_2 - R_0) = \frac{R_0}{h}\left(\sqrt{1 + \frac{hl}{\pi R_0^2}} - 1\right)$. Uzual $i_2 = 15...20$.
Numărul total de rotații, n_t		$n_t = i_2 - i_1$. Se poate adopta $n_t = 4,5...9$. Este posibil ca $n_t > 9$, dar nu se atinge decât o densitate de energie neînsemnată. Interdependențele dintre $D = 2R$, h, n_t și M_t sunt evaluabile cantitativ prin intermediul diagramelor din figurile 3.15 și 3.16.
Numărul spirelor arcurilor în stare liberă(în afara carcasei), i_0		$i_0 = (0,372...0.3)i_2$ sau $i_0 = i_1 - (2...3)$
Lungimea activă a benzii de arc, l_t		$l_t = \pi(R+R_1)i_1 + 2\pi R_0$. Pentru $(R_0/R) = 1/3$, rezultă $l_t = 2,094\ R[0,667(R/h) + 1]$.
Momentul de torsiune maxim	la terminarea încărcării, M_{tmax}	$M_{tmax} = \frac{\pi b h^3 E}{6l_t}(i_2 - i_0) = \frac{\pi b h^3 E}{l_t}(0,628...0,7)i_2$
	la începutul descărcării, M_{trmax}	$M_{trmax} = \eta\ M_{tmax}$, unde η are valorile 0,7...0,8 la arcurile unse și 0,6...0,7 la arcurile neunse.

Tabelul 3.3 (continuare)

Parametrii de determinat	Relațiile de calcul și recomandările necesare
Momentul de torsiune minim, M_{tmin}	$M_{t\,min} = \frac{\pi b h^3 E}{6 l_t}(i_1 - i_0)$
Tensiunea de încovoiere maximă, σ_{imax}	$\sigma_{imax} = \frac{6M_{tmax}}{bh^2} \le \sigma_{ai}$
Lățimea arcului, b	Se adoptă constructiv sau, în ipoteza în care se cunosc caracteristicile constructive ale materialului arcului, se determină cu relația: $b = \frac{6M_{tmax}}{h^2 \sigma_{ai}}$
Viteza unghiulară ω și timpul de desfășurare t	În cazul desfășurării complete a arcului din poziția strâns pe fus și încărcat cu un moment de torsiune maxim M_{tmax}, rezultă $\omega = \sqrt{\frac{M_{tmax}\theta_{max}}{I}}$ și $t = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{I\theta_{max}}{M_{tmax}}}$ iar când asupra arcului acționează un moment exterior constant M_{t0} - motor sau rezistent, $\omega = \sqrt{\frac{M_{tmax}\theta_{max}}{I}\left(1 \pm \frac{2M_{t0}}{M_{tmax}}\right)}$ și $t = \sqrt{\frac{I\theta_{max}}{M_{tmax}}} \arccos \frac{\pm M_{t0}}{M_{tmax} \pm M_{t0}}$.

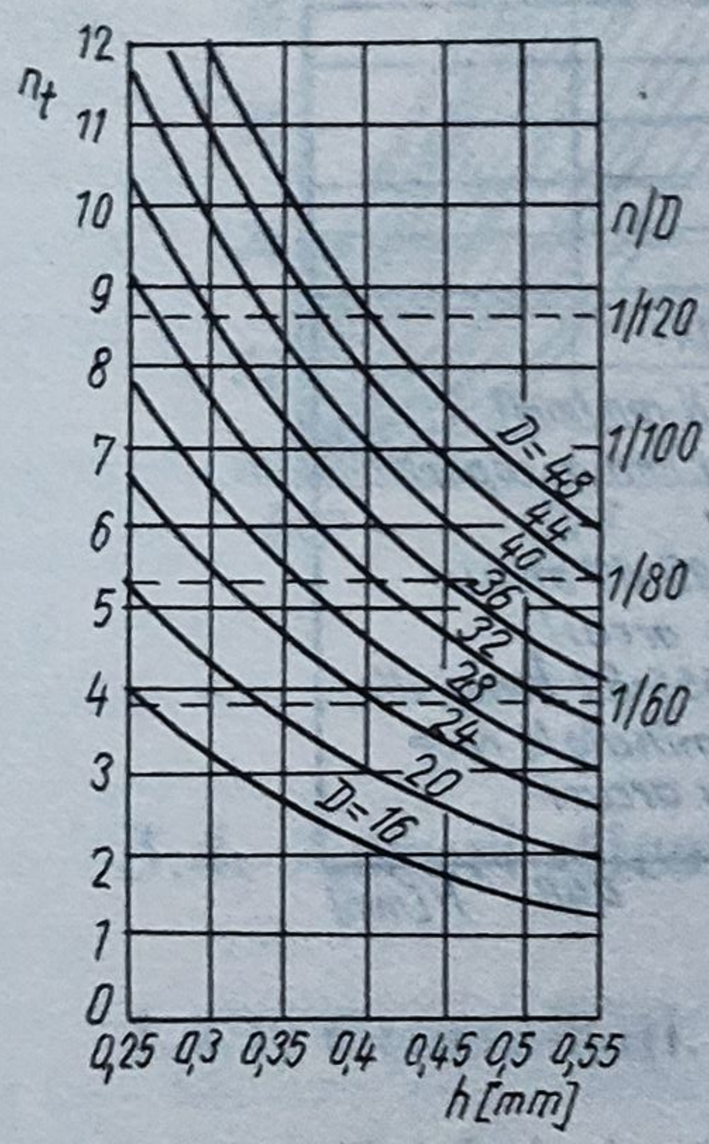


Fig.3.15

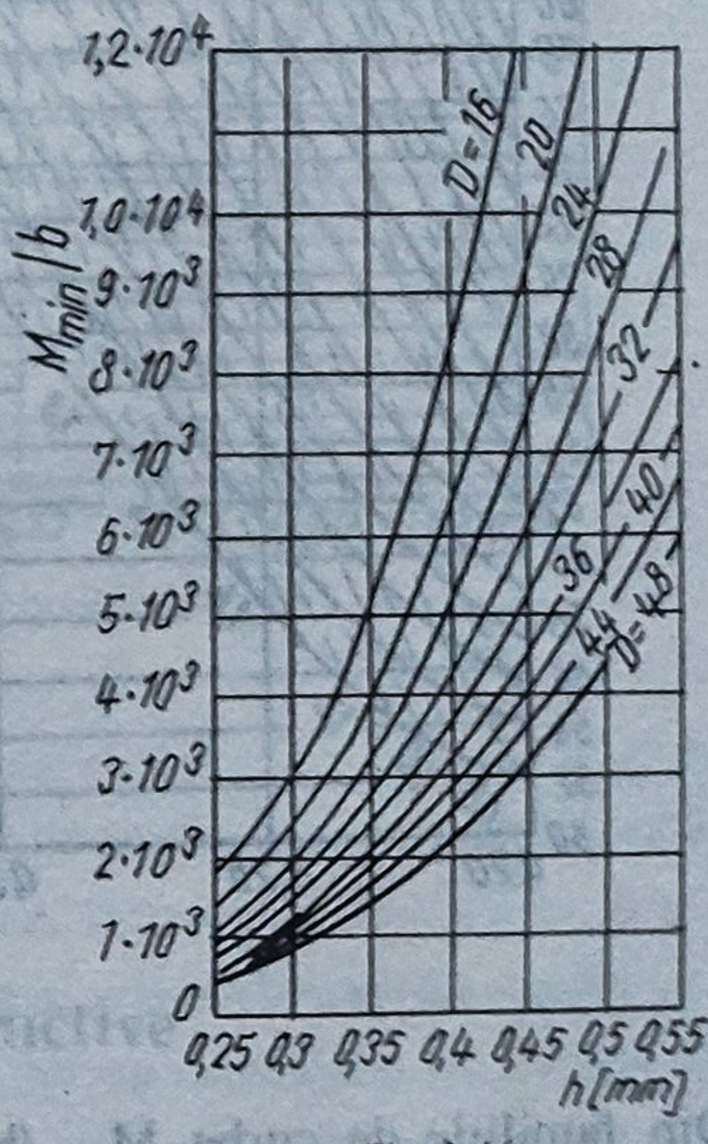


Fig.3.16

Metoda pe bază de nomograme de calcul [1]. Dezavantajul metodei anterioare constă în adoptarea razei fusului corespunzător relației (3.6) care, fiind empirică, în multe cazuri nu satisface condițiile de rezistență, banda de arc având o elasticitate limitată. Din acest motiv, metoda de proiectare cu ajutorul nomogramelor pornește de la valoarea razei de curbură până la care poate fi deformată o lamelă elastică din oțel de arc. Pentru conformitate se procedează astfel:

- Impunându-se numărul de rotații, diametrul carcasei, D = 2R, stabilit din condiții de gabarit, și momentul de torsiune minim necesar a fi dezvoltat de arc pentru

antrenarea mecanismului $M_{min\ nec}$, se duce o paralelă la axa abciselor, corespunzătoare diametrului carcasei, D, dat în figura 3.17. Se definește punctul de intersecție al acestei drepte cu curba care reprezintă numărul de rotații necesar *n* și prin acest punct se duce o paralelă la axa ordonatelor, până la întretăierea cu axa abciselor, determinându-se, astfel, grosimea benzii de arc corespunzătoare. Dacă pentru aceasta nu rezultă o mărime standardizată, se alege una din cele două valori standardizate apropiate, încât să fie îndeplinită condiția de gabarit.

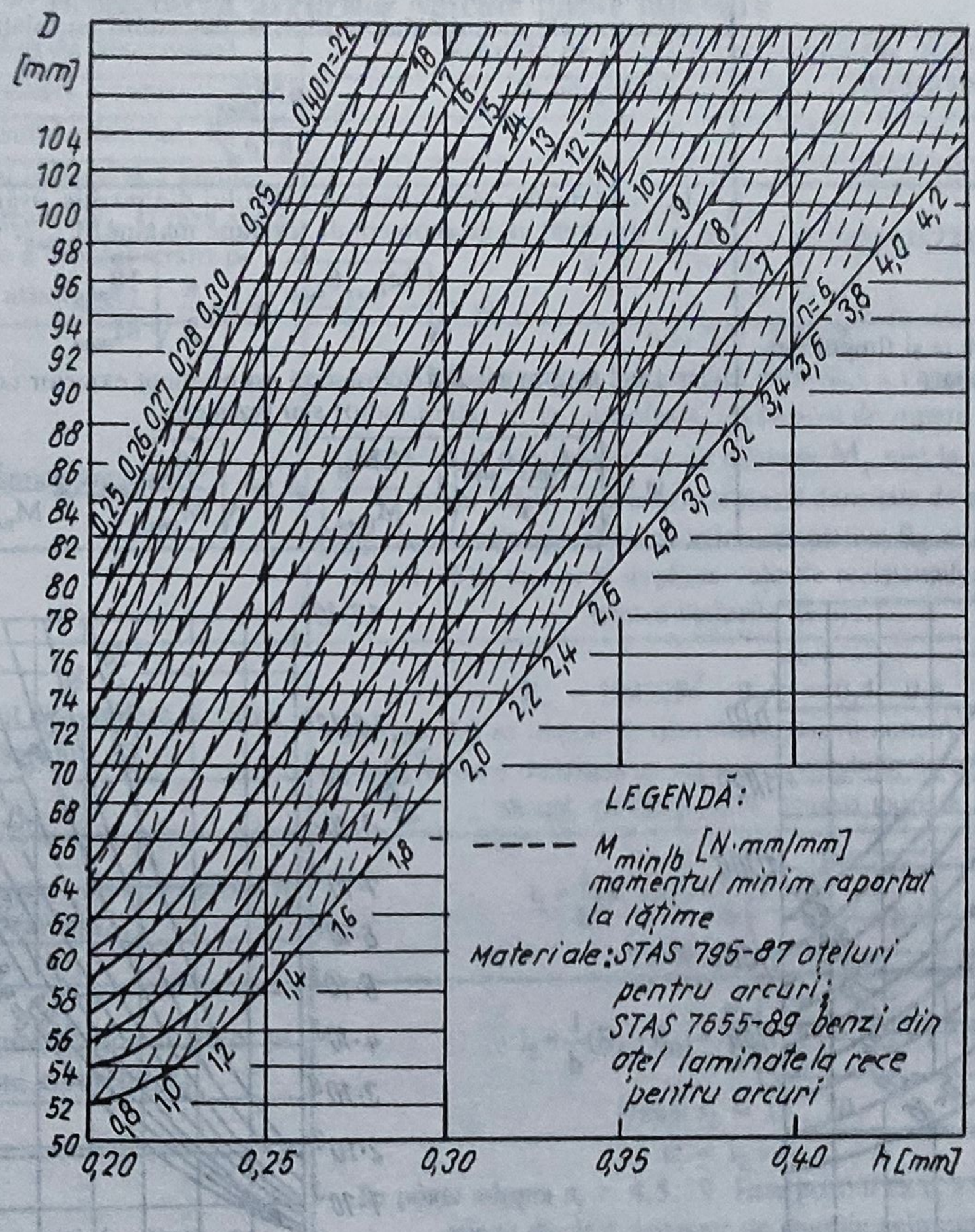


Fig.3.17

Din familiile de curbe M_{min}/b se deduce lățimea b de bandă, cunoscându-se $M_{min\ nec}$. Dacă punctul de lucru nu se găsește pe una din curbele M_{min}/b, se determină valoarea acestei mărimi prin interpolare.

Utilizându-se nomograma din figura 3.18, se stabilește diametrul fusului $D_0 = 2R_0$, de care se fixează capătul interior al arcului, având deja cunoscute valorile lui h și b.

Prin metoda de proiectare a arcurilor spirale plane motoare cu ajutorul nomogramelor se obțin valori de aproape 5...6 ori mai mari pentru rapoartele R/h și R_0/h, iar pentru raportul R/R_0 - mărimi mai mici, care oscilează în jurul valorii 2.

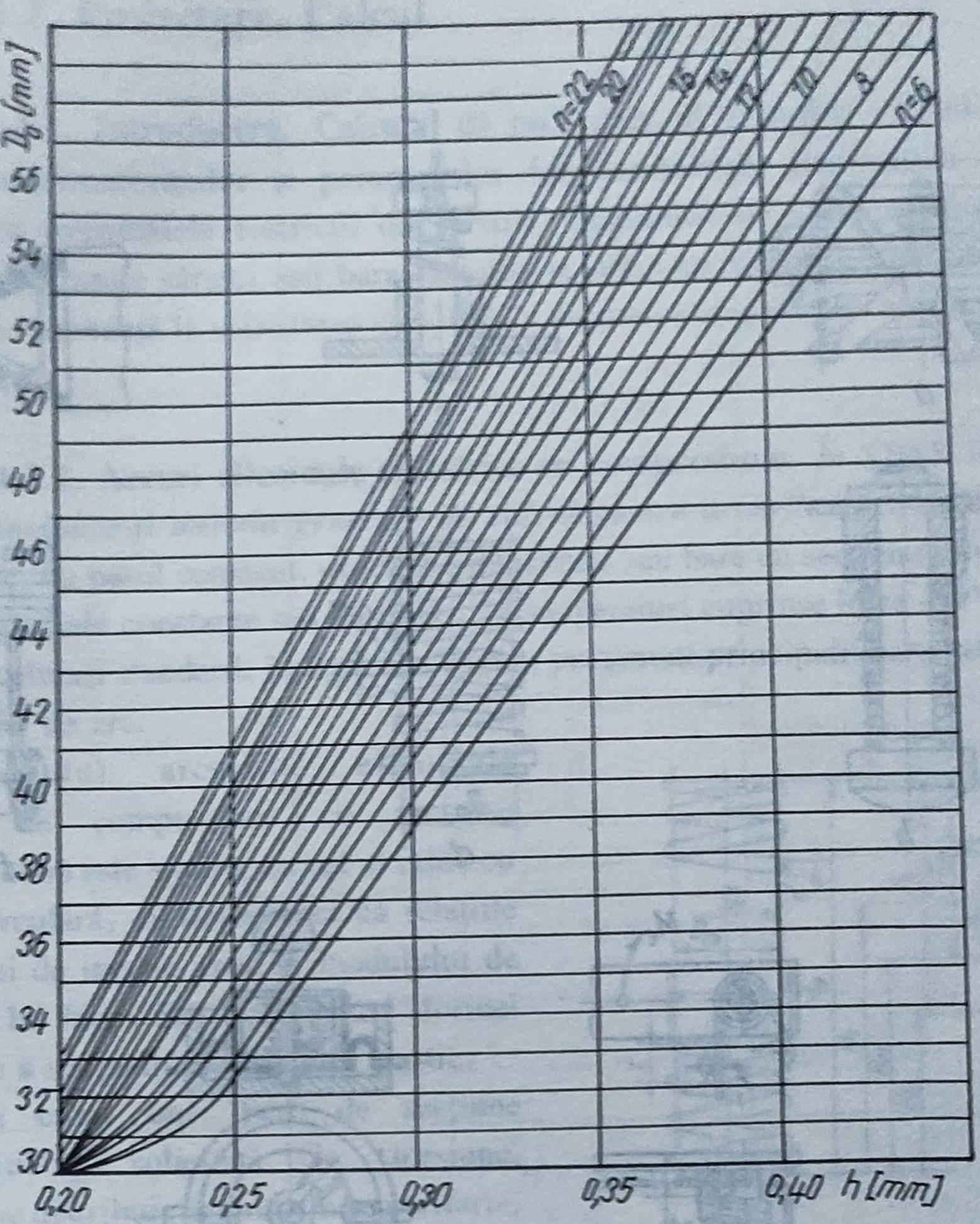


Fig.3.18

3.4. Arcuri elicoidale

3.4.1. Generalităţi. Tipuri constructive

Caracterizate printr-o largă răspândire în toate compartimentele domeniului mecanicii fine, în care satisfac numeroase scopuri funcţionale, *elementele elastice în formă de elice* (fig.3.19) prezintă avantajele *ocupării unui spaţiu destul de redus* în ansamblurile în care sunt integrate şi *realizării unui efect relativ constant al forţei*, la o cursă mai mare.

Uzual cunoscute sub denumirea de *arcuri elicoidale*, acestea se execută din sârme sau bare de diferite secţiuni: *circulară sau rotundă, dreptunghiulară, pătrată, trapezoidală, eliptică şi inelară, înfăşurate după o elice pe o suprafaţă directoare.* În funcţie de forma suprafeţei corpului de înfăşurare al elicei, *arcurile elicoidale pot fi: cilindrice, conice, paraboidale şi hiperboloidale.* Cele mai utilizate sunt secţiunile circulară şi dreptunghiulară

ale spirei, precum și forma cilindrică a arcului.

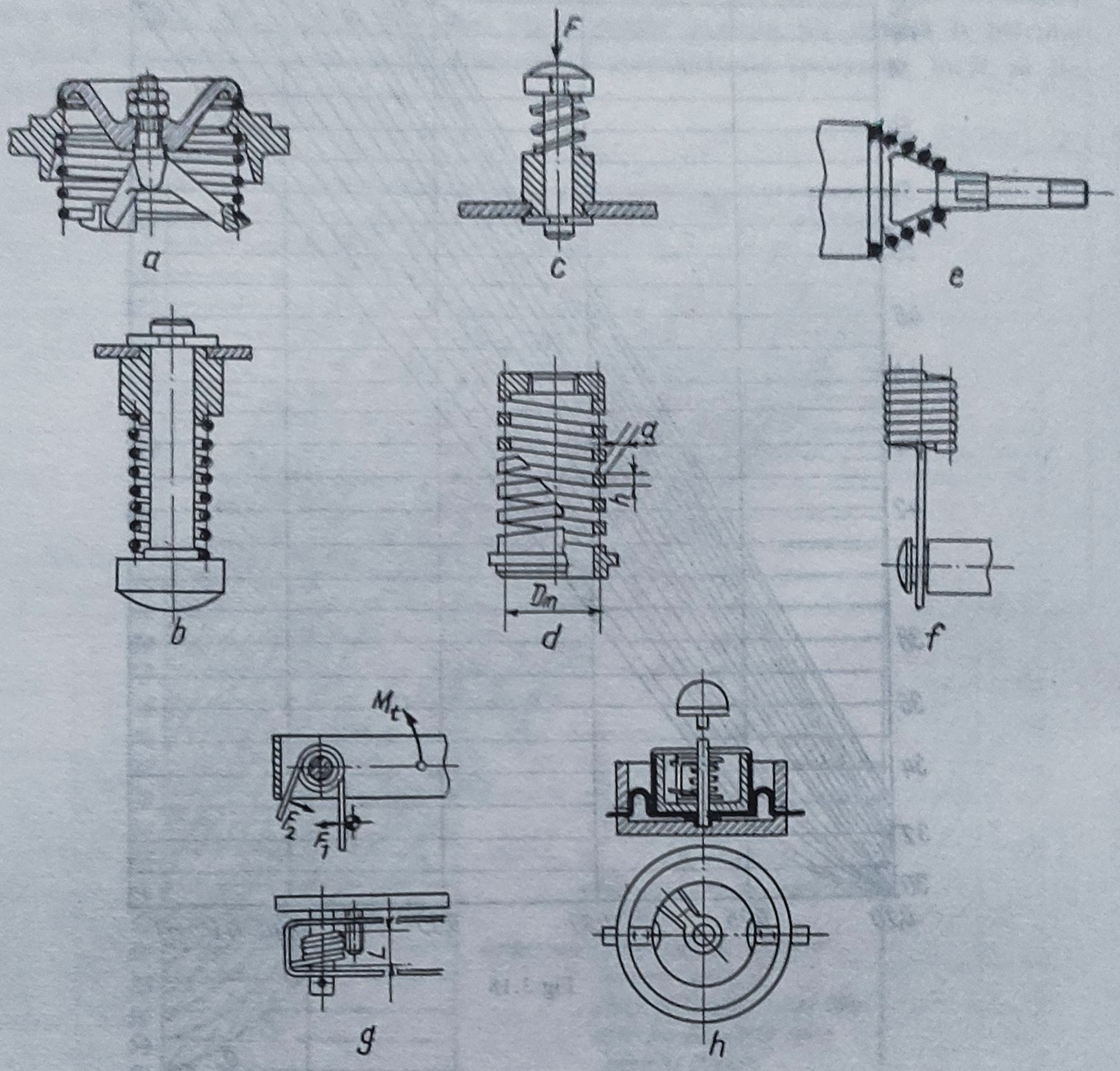


Fig.3.19

În raport cu modul în care acționează solicitarea exterioară, se deosebesc:

- **arcuri de compresiune**, supuse unor sarcini axiale care comprimă arcul și al căror efect se traduce printr-o *solicitare de torsiune în secțiunea transversală* a barei răsucite în formă de elice;

- **arcuri de tracțiune**, supuse unor sarcini care întind arcul și care provoacă, de asemenea, *în secțiunea transversală a barei răsucite, solicitarea de torsiune*;

- **arcuri de torsiune**, supuse unor momente de torsiune acționând în planuri perpendiculare pe axa arcului, astfel că în secțiunea transversală a barei răsucite ia naștere solicitarea de încovoiere.

3.4.2. Proiectare. Calcul

3.4.2.1. Introducere. Calculul de proiectare al arcurilor elicoidale urmărește determinarea dimensiunilor și parametrilor lor funcționali, impunându-se solicitările exterioare cu eventualele restricții de gabarit. Stabilindu-se o valoare pentru indicele arcului, dimensiunile sârmei sau barei arcului se obțin cu ajutorul relațiilor derivate din condițiile de rezistență la solicitarea specifică în secțiunea elementului elastic, după care se standardizează.

3.4.2.2. Arcuri elicoidale cilindrice de compresiune. *În* STAS 7067/1-87 *sunt stabilite principiile și metoda generală de calcul pentru arcurile elicoidale cilindrice de compresiune*, cu pasul constant, executate din sârme sau bare cu secțiune rotundă și supuse unor sarcini axiale constante sau oscilante, la temperaturi cuprinse între -40°C și +120°C. Conform aceluiași standard, în figura 3.20 sunt prezentați principalii parametrii geometrici ai unui astfel de arc.

Calculul arcurilor elicoidale cilindrice de compresiune cu secțiune dreptunghiulară este similar cu cel al celor cu secțiune circulară, cu deosebirea că relațiile momentului de inerție axial și modulului de rezistență la încovoiere corespund formei geometrice a secțiunii elementului elastic.

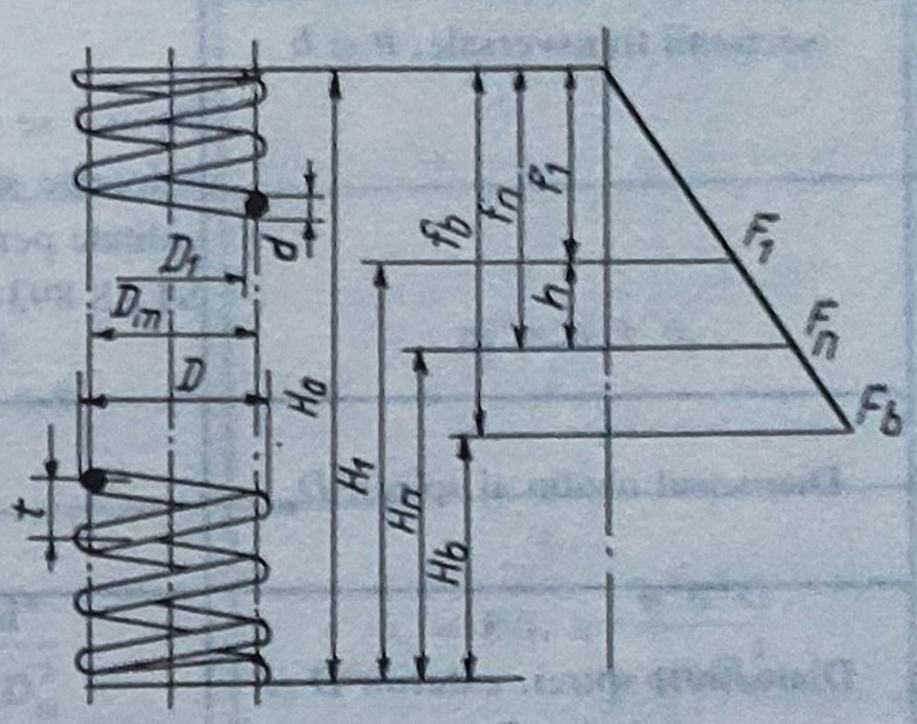


Fig.3.20

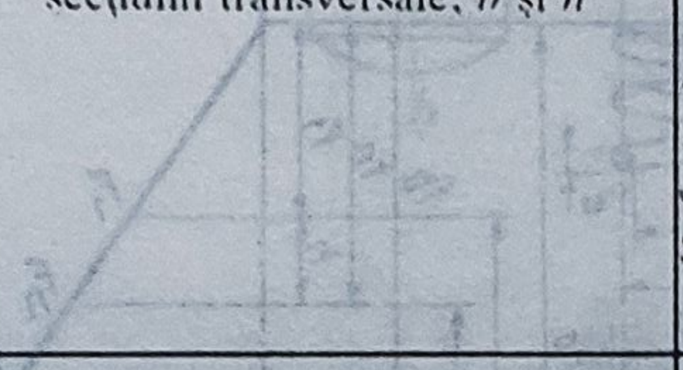
În cazul unei bare de secțiune dreptunghiulară solicitată la torsiune, tensiunile se distribuie neuniform pe periferie, cu un maxim pe mijlocul laturii mai mari și cu valori nule la colțuri, ceea ce conduce la o întrebuințare mai puțin eficientă a materialului în raport cu o bară de secțiune rotundă. Față de arcurile de secțiune circulară, cele de secțiune dreptunghiulară oferă o mai bună folosire a spațiului prin posibilitatea de a introduce, într-un gabarit impus, o cantitate mai mare de material și deci o capacitate sporită de acumulare de energie elastică.

De asemenea, în cazul arcurilor cu secțiune dreptunghiulară, curbarea spirelor conduce la realizarea unor tensiuni de valoare mai ridicată pe mijlocul laturii în raport cu cea exterioară.

Arcurile elicoidale de compresiune se montează, în general, cu o pretensionare. Sarcina de pretensionare F_i se recomandă să fie $0,1F \leq F_i \leq 0,5F$, în funcție de destinația arcurilor și de condițiile concrete de funcționare. Astfel, la arcurile folosite ca acumulatoare de energie, forța de pretensionare F_i se indică să fie $0,4F \leq F_i \leq 0,5F$.

Relațiile și metoda de calcul și proiectare a arcurilor elicoidale cilindrice de compresiune - executate din sârmă cu secțiune circulară sau dreptunghiulară - sunt redate în tabelul 3.4.

Tabelul 3.4. **Relaţiile de calcul şi proiectare pentru arcurile elicoidale cilindrice de compresiune**

Parametrii de determinat	Relaţiile de calcul şi recomandările necesare pentru:	
	secţiunea circulară	secţiunea dreptunghiulară *)
Indicele arcului, i	$i = (D_m/d)$. La arcuri înfăşurate la rece, $4 \le i \le 16$, iar la cele înfăşurate la cald $4 \le i \le 10$.	$i = (D_m/b)$; $i \ge 4$.
Diametrul sârmei d sau dimensiunile secţiunii transversale, b şi h 	$d = \sqrt{K\frac{8Fi}{\pi\tau_{at}}}$, unde K este coeficientul de formă, având expresia: $K = 1 + \frac{1,6}{i}$. Apoi d se standardizează. Când se foloseşte sârmă din oţel carbon de calitate pentru arcuri, se utilizează STAS 893-89.	$bh = \left(\psi\frac{FD_m}{\tau_{at}}\right)^{2/3}$. ψ din figura 3.21.
Diametrul mediu al spirei, D_m	$D_m = i\,d$	$D_m = i\,b$
Diametrele spirei: exterior D şi interior D_1	$D = D_m + d$ $D_1 = D_m - d$	$D = D_m + b$ $D_1 = D_m - b$
	În cazul în care nu este specificată prin temă, atunci:	
Sarcina maximă de lucru, F_n	$F_n = \frac{G}{8}\frac{d^4 f_n}{D_m^3 n}$, respectându-se condiţia $F_n \le \frac{1}{K}\frac{\pi}{8}\frac{d^3}{D_m}\tau_{at}$	$F_n = \frac{(bh)^{3/2}}{\psi D_m}\tau_{at}$
Săgeata maximă, f_n	$f_n = \frac{8}{G}\frac{D_m^3 n}{d^4}F_n$	$f_n = \varphi\frac{D_m^3 n}{b^2h^2}\frac{F_n}{G}$, φ din figura 3.21.

Tabelul 3.4.(continuare)

Parametrii de determinat	Relațiile de calcul și recomandările necesare pentru:	
	secțiunea circulară	secțiunea dreptunghiulară *)
Tensiunea de torsiune maximă, τ_{tmax}	$\tau_{tmax} = \frac{8}{\pi} K \frac{D_m}{d^3} F_n \le \tau_{at}$	$\tau_{tmax} = \frac{D_m}{(bh)^{3/2}} F_n \le \tau_{at}$
Numărul de spire active, n	$n = \frac{G}{8} \frac{d^4 f}{D_m^3 F}$, unde f este săgeata corespunzătoare sarcinii oarecare F, sau $n = \frac{G}{8} \frac{d^4 f_n}{D_m^3 F_n}$,	$n = f_n \frac{b^2 h^2 G}{\varphi D_m^3 F_n}$
Numărul total de spire, n_1	$n_1 = n + n_r$; $n \le 7$, $n_r = 1.5$; $n > 7$, $n_r = 1.5...3.5$	$n_1 = n + n_r$
Rigiditatea (constanta) arcului, c	$c = F/f$; $c = \frac{Gd^4}{8nD_m^3}$	$c = F/f$; $c = \frac{b^2 h^2 G}{\varphi n D_m^3}$
Înălțimea (lungimea) arcului la blocare, H_b	- la arcuri cu capetele neprelucrate $H_b \approx (n_1 + 1,5)d$; - la arcuri cu capetele prelucrate $H_b \approx n_1 d$.	$H_b = n_1 h$
Pasul spirelor active în stare liberă, t	$(D_m/4) + 0,2 \le t \le (2/3)D_m$, respectându-se condiția $t \ge 1,5d$.	$t = h + (f_n/f) + \Delta$, unde $\Delta \ge 0,1h$.

Tabelul 3.4. (continuare)

Parametrii de determinat	Relațiile de calcul și recomandările necesare pentru:	
	secțiunea circulară	secțiunea dreptunghiulară *)
Înălțimea (lungimea) arcului în stare liberă, H_0	- la arcuri cu capete închise neprelucrate $H_0 = tn + (n_r + 1)d$, - la arcuri cu capetele închise prelucrate $H_0 = tn + (n_r - 0,5)d$, - la arcurile cu capete deschise neprelucrate $H_0 = nt + d$.	$H_0 = tn + n(t-h)$
Săgeata arcului la blocare, f_b	$f_b = H_0 - H_b$	$f_b = H_0 - H_b$
Unghiul de înclinare, α_0	$\alpha_0 = \operatorname{arctg}\frac{t}{\pi D_m}$	$\alpha_0 = \operatorname{arctg}\frac{t}{\pi D_m}$
Lungimea semifabricatului, l_s	$l_s = \frac{\pi D_m n_1}{\cos\alpha_0}$	$l_s = \frac{\pi D_m n_1}{\cos\alpha_0}$
Frecvența proprie de oscilație, ν	$\nu = \frac{1}{2\pi}\frac{d}{nD_m^2}\sqrt{\frac{G}{2\rho}}$, în care ρ este densitatea materialului.	

*) Latura mare b este perpendiculară pe axa longitudinală a arcului.

Dacă lungimea în stare liberă H_0 a unui arc elicoidal cilindric de compresiune, cu secțiune circulară, depășește de patru ori diametrul D_m, **stabilitatea sa sub sarcină devine critică, putând flamba.** Pe lângă raportul dintre lungimea liberă a arcului și diametrul său, raport numit **coeficient de zvelteţe**, $\lambda = H_0/D_m$, stabilitatea este dependentă de modul în care este fixat arcul la capete. Conform STAS 7067/1-87, verificarea la flambaj se efectuează cu ajutorul nomogramei prezentate în figura 3.22. Arcul nu va flamba, dacă punctul definit de *coordonatele* λ *și a* ($a = f/H_0$ *coeficient de arcuire*) se află sub curba 1, *pentru arcuri cu spire de capăt ghidate și suprafețe de reazem rectificate paralel, sau sub curba 2 pentru alte arcuri.* În cazul în care punctul efectiv, definit de coordonatele λ și a, se găsește deasupra curbei 1, respectiv 2, *arcul va flamba* și pentru îmbunătățirea rigidității se impune fie recalcularea arcului, *fie ghidarea acestuia pe un dorn sau într-un*

tub, ultima soluţie având drept consecinţă *creşterea frecărilor şi a uzurilor.*

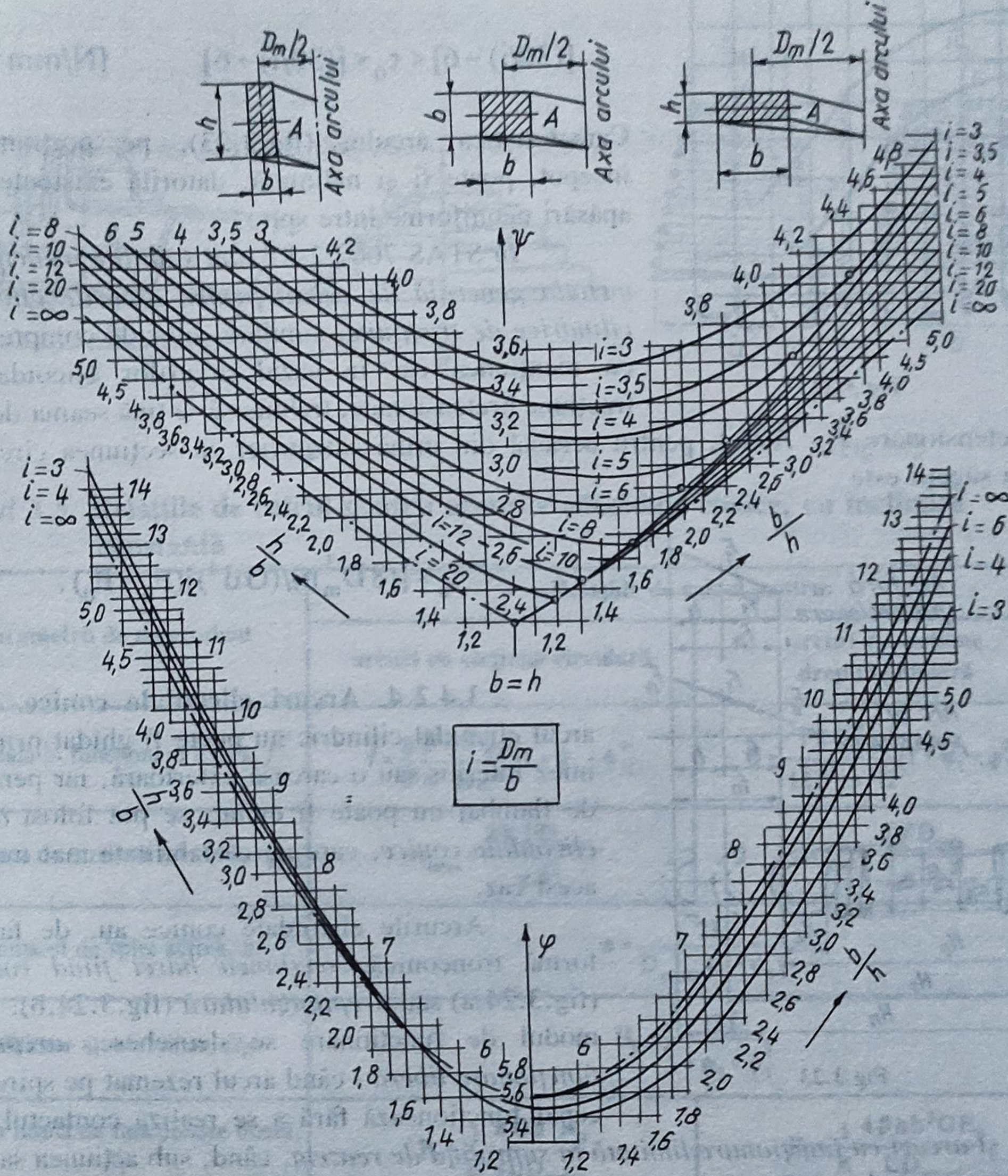


Fig.3.21

3.4.2.3. Arcuri elicoidale cilindrice de tracţiune. De obicei, aceste arcuri se desfăşoară, astfel, încât să se creeze o forţă de pretensionare F_0, care să menţină spirele în contact în cazul în care forţa exterioară îi este inferioară. Elementul elastic începe să se deformeze, căpătând o săgeată de întindere, din momentul în care $F = F_0$. Forţa F_0 se poate determina cu relaţia

$$F_0 = (\pi d^3 \tau_0)/(8KD_m). \qquad (3.7)$$

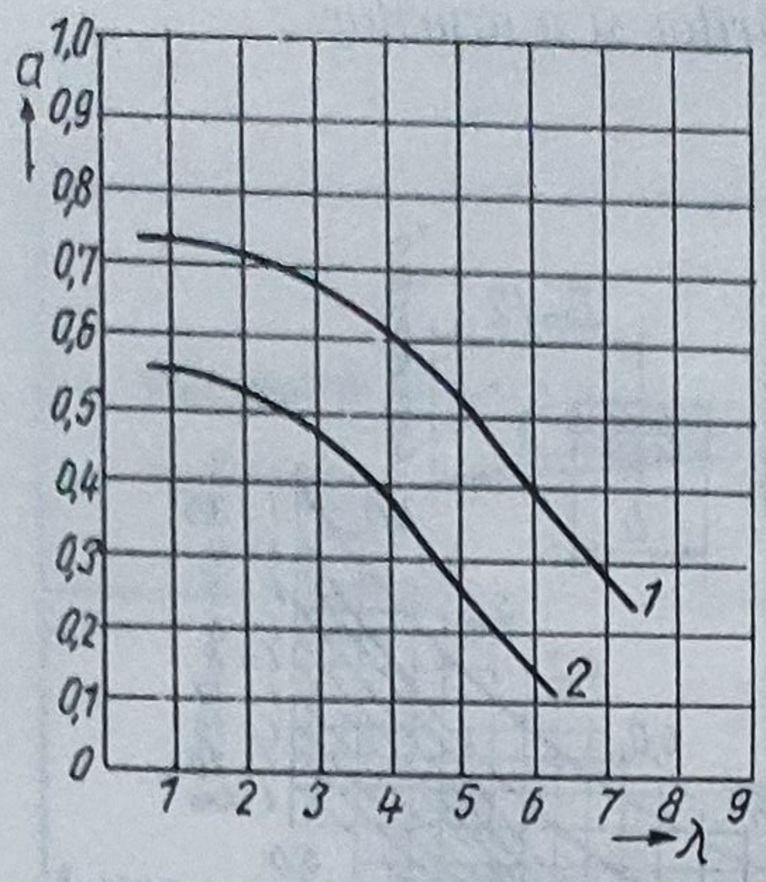


Fig.3.22

în care tensiunea de torsiune τ_0 , care apare la pretensionare, trebuie să se adopte, conform STAS 7067/2-87, între limitele

$$[(30/i) - 6] < \tau_0 < [(30/i) + 6] \qquad [N/mm^2].$$

Caracteristica arcului (fig.3.23), pe porţiunea de început, poate fi şi neliniară, datorită existenţei unor apăsări neuniforme între spire.

În STAS 7067/2-87 *sunt stabilite principiile şi metoda generală de calcul pentru arcurile elicoidale cilindrice de tracţiune*, similare celor de compresiune, cu menţiunea că, în cazul arcurilor elicoidale de tracţiune pretensionate, trebuie să se ţină seama de forţa de pretensionare F_0. Astfel, pentru această din urmă categorie, cu secţiunea circulară, relaţia săgeţii este

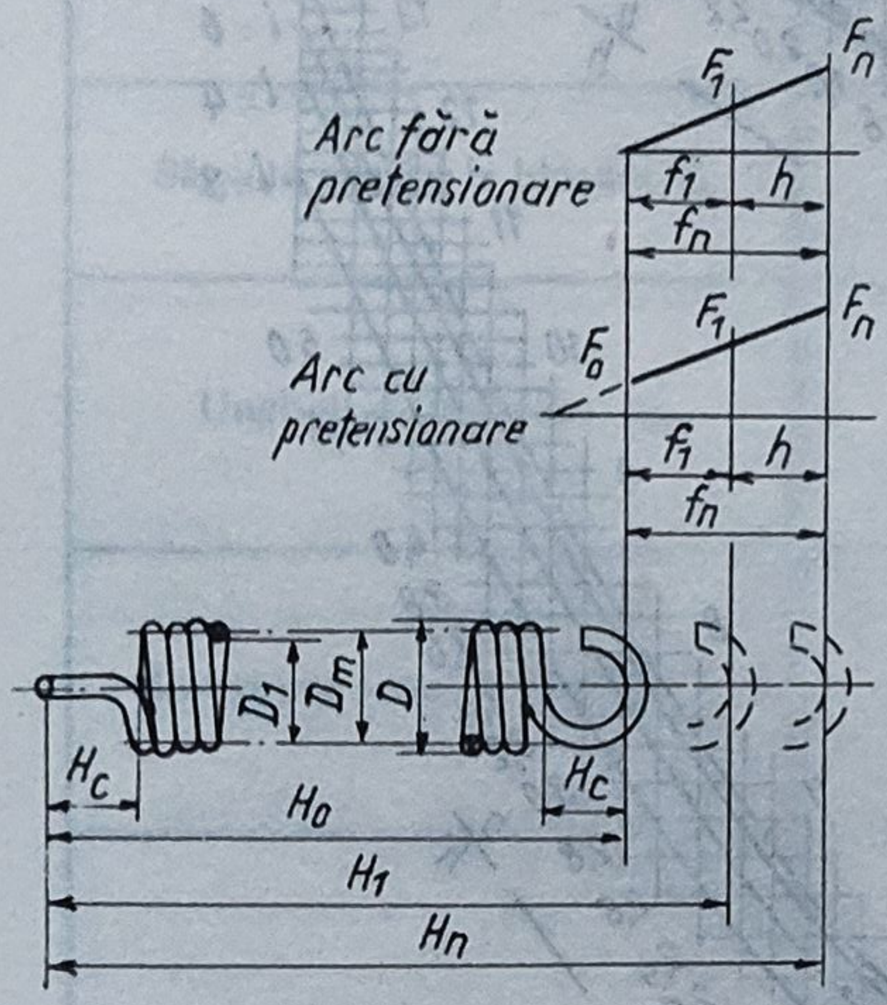


Fig.3.23

$$f_n = [(8D_m^3 n)/(Gd^4)](F_n - F_0). \qquad (3.8)$$

3.4.2.4. Arcuri elicoidale conice. Când arcul elicoidal cilindric nu poate fi ghidat printr-un miez interior sau o carcasă exterioară, iar pericolul de flambaj nu poate fi evitat, se pot folosi *arcuri elicoidale conice*, care au o stabilitate mai mare în acest caz.

Arcurile elicoidale conice au, de fapt, o formă tronconică, *secţiunea barei fiind rotundă* (fig.3.24,a) sau *dreptunghiulară* (fig.3.24,b). După modul de funcţionare se deosebesc: *arcuri cu funcţionare liberă* - când arcul rezemat pe spirele de capăt funcţionează fără a se realiza contactul între spire - şi *arcuri cu funcţionare limitată la suprafaţa de reazem*, când, sub acţiunea sarcinii exterioare, spirele se deformează până ce fac succesiv contact cu suprafaţa de reazem (fig.3.25,a) sau se sprijină unele pe altele (3.25,b).

La un astfel de arc, momentul de torsiune în spiră variază continuu cu raza spirei. În plus, blocarea se produce progresiv, începând cu spira cu diametrul cel mai mare, ambele aspecte complicând considerabil calculul.

În raport cu arcurile elicoidale cilindrice, la cele conice rezultatele teoretice prezintă abateri mai mari faţă de cele ale măsurărilor experimentale.

Relaţiile de calcul pentru această categorie de arcuri sunt prezentate în tabelul 3.5.

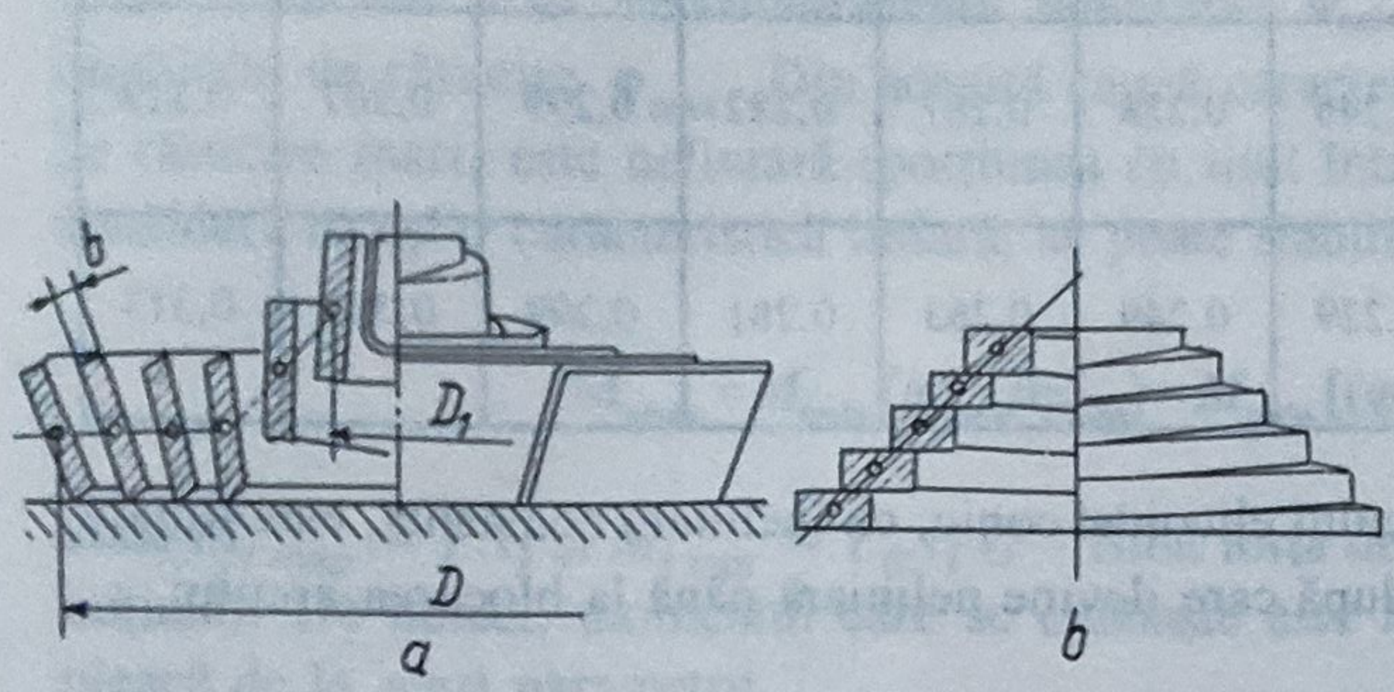


Fig. 3.24

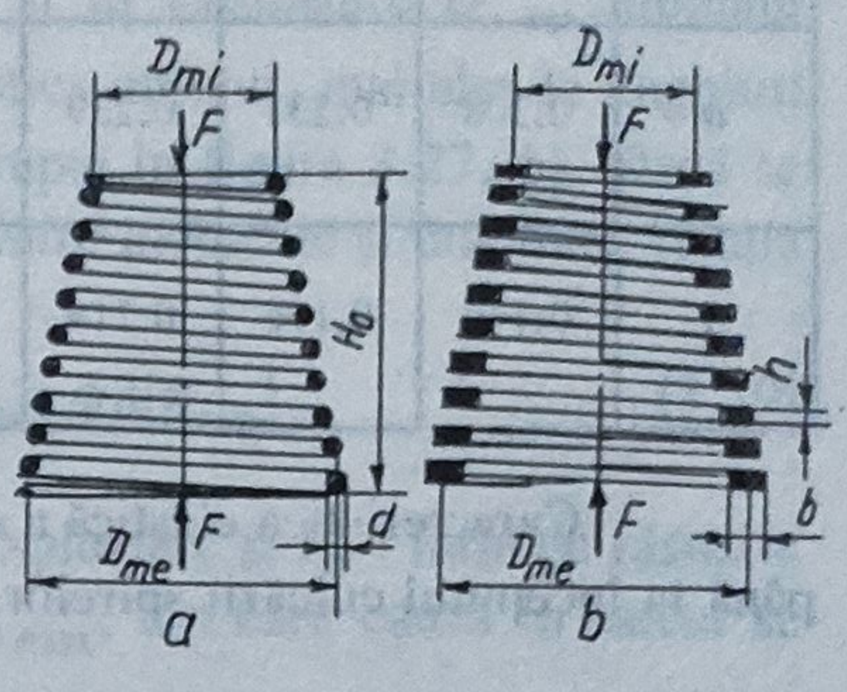


Fig.3.25

Tabelul 3.5. **Relaţiile de calcul pentru arcurile elicoidale conice, cu înclinare constantă**

Parametrii de determinat	Relaţiile de calcul pentru:	
	arcuri cu secţiune circulară	arcuri cu secţiune dreptunghiulară
Săgeata în funcţionare liberă, f	$f=\frac{8}{3}\frac{F}{\pi}\frac{LD_{max}^2}{Gd^4}\left(1+\psi_1+\psi_1^2\right)$	$f=\frac{FLD_{max}^2}{12\beta hb^3G}\left(1+\psi_1+\psi_1^2\right)$
Tensiunea de torsiune maximă, τ_{tmax}	$\tau_{tmax}=\frac{8KFD_{max}}{\pi d^3}$	$\tau_{tmax}=\frac{KFD_{max}}{2\alpha hb^2}$
Numărul de spire active, n	$n=\frac{2L}{D_{m\,max}(1+\psi_1)}$	
Înălţimea arcului liber, H_0	$H_0=\frac{12f}{1+\psi_1+\psi_1^2}$	
Sarcina limită de funcţionare liberă, F_1	$F_1=\frac{1}{K}\frac{\pi Gd^4H_0}{8LD_{mmax}}$	$F_1=\frac{1}{K}\frac{4\beta hb^3GH_0}{LD_{mmax}}$
Sarcina de aplatizare, F_2	$F_2=\frac{F_1}{\psi^2}$	
Săgeata reală f_r de la F_1 în sus	$f_r=\frac{H_0}{1-\psi_1}\left[1-\left(\frac{2}{3\sqrt{\gamma}}+\frac{1}{3}\gamma+\psi_1^3\right)\right]$	
Săgeata totală, f_t	$f_t=f+f_r$	

Observaţii. Notaţiile au semnificaţiile: ψ - raportul D_1/D, dintre diametrul spirei celei mai mici şi diametrul spirei celei mai mari; α şi β - coeficienţii lui De Saint-Venant, indicaţi în tabelul 3.6; γ - raportul F/F_1; K - coeficient de formă, calculat cu relaţia de la arcul elicoidal cilindric, considerând valoarea indicelui i pentru spira cea mai mare; L - lungimea activă a sârmei arcului.

Tabelul 3.6. **Valorile coeficienţilor lui De Saint-Venant**

b/h	1	1.2	1.75	2	2.5	3	4	6	8	10
α	0.208	0.231	0.239	0.246	0.258	0.267	0.282	0.299	0.307	0.313
β	0.140	0.196	0.214	0.229	0.249	0.263	0.281	0.299	0.307	0.313

Caracteristica elastică a arcului elicoidal conic, cu înclinare constantă, este liniară până la începutul culcării spirelor, după care devine neliniară până la blocarea arcului.

3.4.2.5. Arcuri elicoidale de torsiune. Acestea sunt arcuri elicoidale cilindrice care se folosesc pentru: amortizarea şocurilor şi vibraţiilor de torsiune, înmagazinarea şi redarea energiei realizată prin acţiunea unui moment de răsucire, fiind întâlnite la mecanismele de zăvorâre, la unele tipuri de cuplaje etc.

Principial, un sistem aplicativ al unui astfel de element elastic (fig.3.26) este constituit din trei părţi: arcul propriu-zis 1, la care unul din capete este fixat în locaşul A, iar al doilea, capătul activ, este prins de elementul prin care arcul primeşte şi retransmite momentul sau energia de deformaţie; arborele 2 pe care se montează; carcasa 3 a sistemului.

Pentru a putea acţiona, fie ca elemente motoare, fie ca elemente de rezistenţă, aceste arcuri se montează, de obicei, cu o răsucire iniţială φ_{min} (fig.3.27, *a*) căreia îi corespunde momentul M_{tmin}. La aceasta se adaugă, în timpul funcţionării, unghiul de răsucire de lucru φ_l; deci unghiul de răsucire maxim va fi

$$\varphi_{max} = \varphi_{min} + \varphi_l \cdot \cdot$$

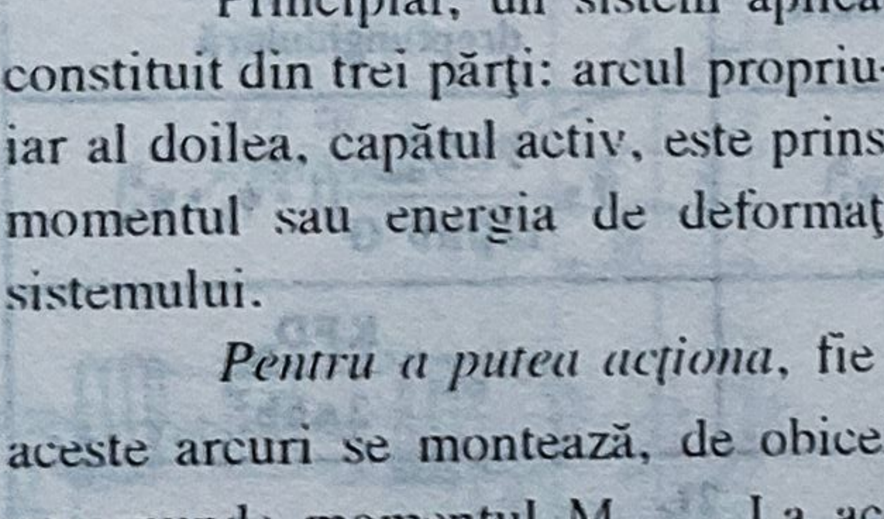


Fig. 3.26

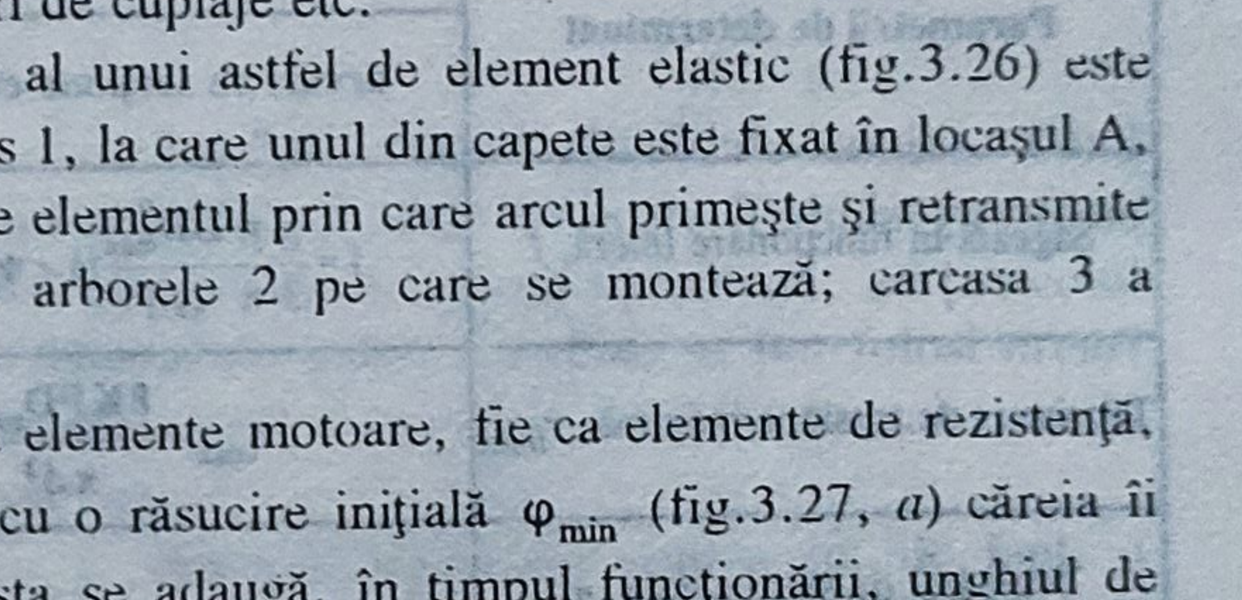


Fig.3.27

Desigur că este necesar, ca $\varphi_{max} < \varphi_{lim}$, unde φ_{lim} este unghiul de răsucire peste care încep să apară deformaţii remanente. Pentru acest unghi se recomandă: la

$n = 10$ spire, $\varphi_{lim} \leq 120^o$ ($0{,}75\pi$ rad) ; la $n = 30$ spire, $\varphi_{lim} \leq 280^o$ ($1{,}6\pi$ rad).

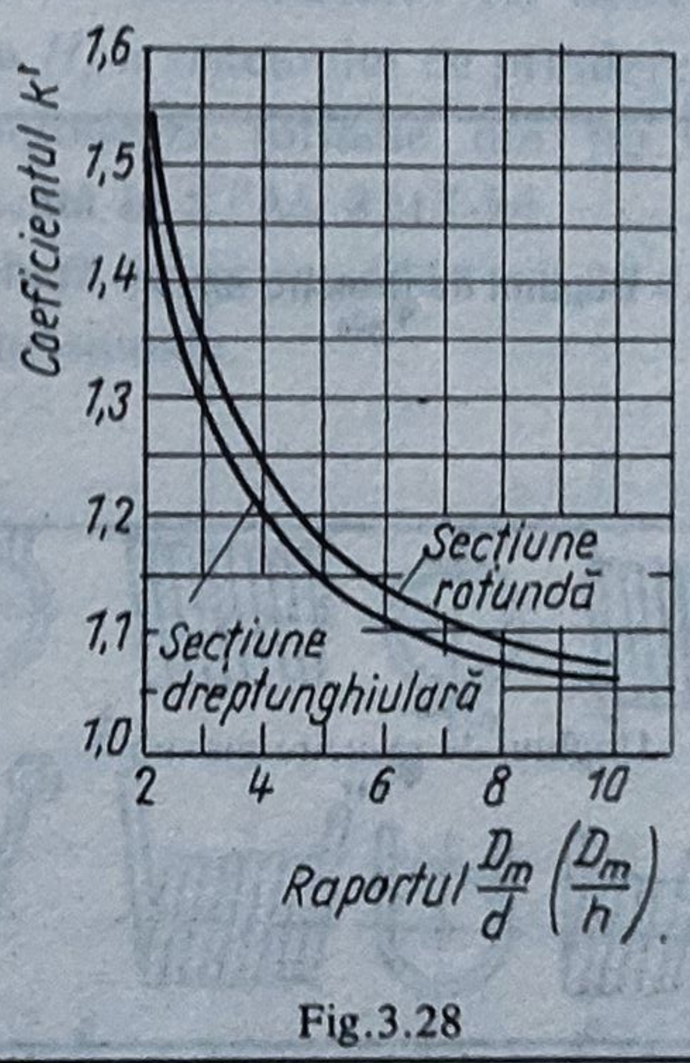
Prin răsucirea arcului se micșorează diametrul mediu de înfășurare al spirelor, astfel încât trebuie făcută distincție între trei valori ale acestui diametru: înainte de montaj D'_m, la montaj D_m, corespunzătoare unghiului φ_{min}, și în exploatare D''_m, aferentă unghiului de răsucire φ_{max}. Din această cauză caracteristica arcului, mai ales la unghiuri de răsucire mari, este neliniară (porțiunea cu linii întrerupte în figura 3.27, *b*). Dacă se consideră totuși o caracteristică liniară, se poate stabili, între momente și unghiuri, relația

$$M_{tmax} = M_{tmin}(\varphi_{max}/\varphi_{min}) = M_{tmin}[(\varphi_{min} + \varphi_l)/\varphi_{min}], \qquad (3.10)$$

unde $M_{t\,max} = F.l_1$ și $M_{t\,min} = F_0.l_1$ (F - fiind forța de exploatare și F_0 - forța de răsucire inițială). De obicei, momentul care se cunoaște este $M_{t\,max}$, din care cauză în calcul se pleacă de la acest parametru.

În tabelul 3.7 se prezintă relațiile si metoda de calcul și proiectare pentru arcurile elicoidale cilindrice de torsiune, din sârmă de secțiune rotundă (STAS 7067/3-87).

Tabelul 3.7. **Relațiile și metoda de calcul și proiectare pentru arcurile elicoidale cilindrice de torsiune, din sârmă de secțiune rotundă**

Parametrii de determinat	Relațiile de calcul și recomandările necesare
Indicele arcului, i	$i = D_m/D$. Se recomandă $i \geq 4...5$.
Coeficientul de formă, K' (din figura 3.28)	 Fig.3.28
Diametrul sârmei arcului, d	$d = \sqrt[3]{K' \frac{32 M_{imax}}{\pi \sigma_{ai}}}$. În caz că nu e dată direct, se poate adopta $\sigma_{ai} \approx 1{,}25\,\tau_{at}$, unde τ_{at} se va lua conform STAS 7067/3-87 pentru oțeluri de arc.
Diametrul mediu al spirei, D_m	$D_m = i\,d$
Diametrul interior al spirei, D_1	$D_1 = D_m - d$
Diametrul exterior al spirei, D	$D = D_m + d$

Tabelul 3.7.(continuare)

Parametrii de determinat	Relațiile de calcul și recomandările necesare
Tensiunea de încovoiere maximă, σ_{imax}	$\sigma_{imax} = K' \frac{32M_{imax}}{\pi d^3} \leq \sigma_{ai}$ În toate cazurile se va efectua o verificare a arcului la momentul limită cu relația $\sigma_{ilim} = K' \frac{32M_{ilim}}{\pi d^3} \leq \sigma_{ai}$ Dacă nu este altă indicație se poate lua $M_{ilim} = 1,1...1,2M_{imax}$
Rigiditatea arcului, c'	$c' = \frac{M_{imax}}{\varphi_{max}} = \frac{\pi Ed^4}{641} \approx \frac{Ed^4}{201}$
Numărul spirelor arcului montat, neîncărcat, corespunzător lui φ_{min}, n_i	$n_i = \frac{EI}{D_m M_{imin}} \frac{\varphi_{min}}{180^\circ}$
Numărul spirelor arcului montat, încărcat la maximum, corespunzător lui φ_{max}, n	$n = \frac{EI}{D''_m M_{imax}} \frac{\varphi_{max}}{180^\circ}$, în care D''_m se determină pe baza lui D_m cunoscut, respectându-se condiția, ca $J_s = 0,3$ d.
Unghiul de răsucire inițial, φ_{min}	$\varphi_{min} = \frac{M_{imin}\varphi_1}{M_{imax} - M_{imin}}$. În caz că nu se cunoaște, se poate lua $M_{imin} = (0,3...0,8)M_{imax}$
Unghiul de răsucire maxim, φ_{max}	Dacă nu este indicat, se poate determina după caz, astfel: $\varphi_{max} = 114,5 \frac{\pi D''_{min} n \sigma_{ai}}{K'dE}$ (grd), $\varphi_{max} = 3667 \frac{D''_m n M_{imax}}{K'Ed^4}$ (grd), $\varphi_{max} = \frac{M_{imax}}{M_{imin}} \varphi_{min} = \frac{M_{imax}\varphi_1}{M_{imax} - M_{imin}}$.
Lungimea arcului montat neîncărcat, H_0	$H_0 = (d + J_s)n_i + H_c$; $J_{s\,min} = 0,5$ mm.
Pasul arcului nesolicitat, t	$t = d + J_s$
Unghiul de înclinare în stare neîncărcată, α	$\alpha = \text{arctg} \frac{t}{\pi D_m}$
Săgeata(deplasarea) capătului arcului, f	$f = 2a \frac{\sigma_{ai}}{E} \frac{H_0}{d}$
Diametrul arborelui pe care se montează arcul, d_a	$d_a = (D_m - d) - J_a$; $J_a \approx 0,3$ d.
Lungimea semifabricatului, l_s	$l_s = \frac{\pi D_m n}{\cos\alpha} + l_c$

3.4.2.6. Elemente constructive. Materiale. *Arcurile elicoidale de compresiune*, în general, *se montează prin rezemarea capetelor pe piesele între care se realizează legătura elastică*. (fig. 3.29).

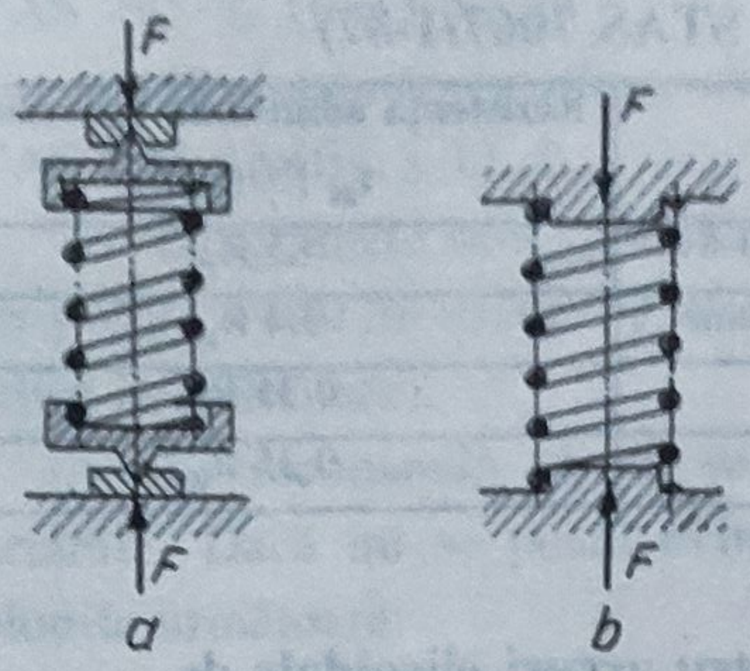


Fig.3.29

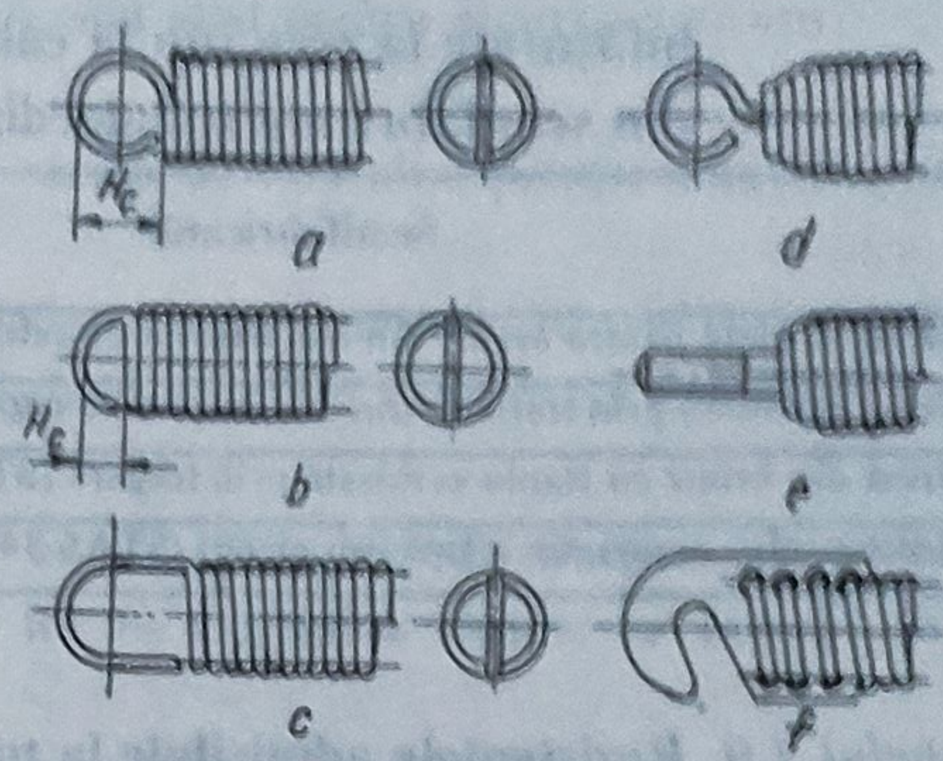


Fig.3.30

Pentru aplicarea sarcinilor, arcurile elicoidale de tracțiune se execută cu posibilități de prindere (ochiuri, cârlige), care pot fi realizate chiar din sârma arcului, prin preformarea capătului acestuia în diferite moduri, sau dintr-o piesă intermediară. La determinarea înălțimii libere a arcului se ia în considerare lungimea H_c a sistemului de prindere, astfel: $H_0 = (n+1)d+2H_c$. Pentru exemplificare, se menționează formele din fig.3.30. O prezentare generală a sistemelor de prindere este indicată în STAS 8217-84.

În ce privește pasul spirelor active în stare liberă se recomandă t=1,25 d, pentru arcuri fără pretensionare, și t = d, pentru arcuri pretensionate.

În figura 3.31 sunt prezentate câteva *soluții constructive uzuale de arcuri elicoidale cilindrice de torsiune*. Se fac următoarele *recomandări constructive:* jocul între spire, J_s = 0,25 d, dar minimum 0,5 mm; jocul între arcul în stare liberă și carcasă, J_c = 0,4 d(pe diametru); jocul între arcul în stare strînsă și arbore, J_a = 0,3 d. Indicele arcului are aceleași valori ca și la arcurile elicoidale de compresiune și de tracțiune.

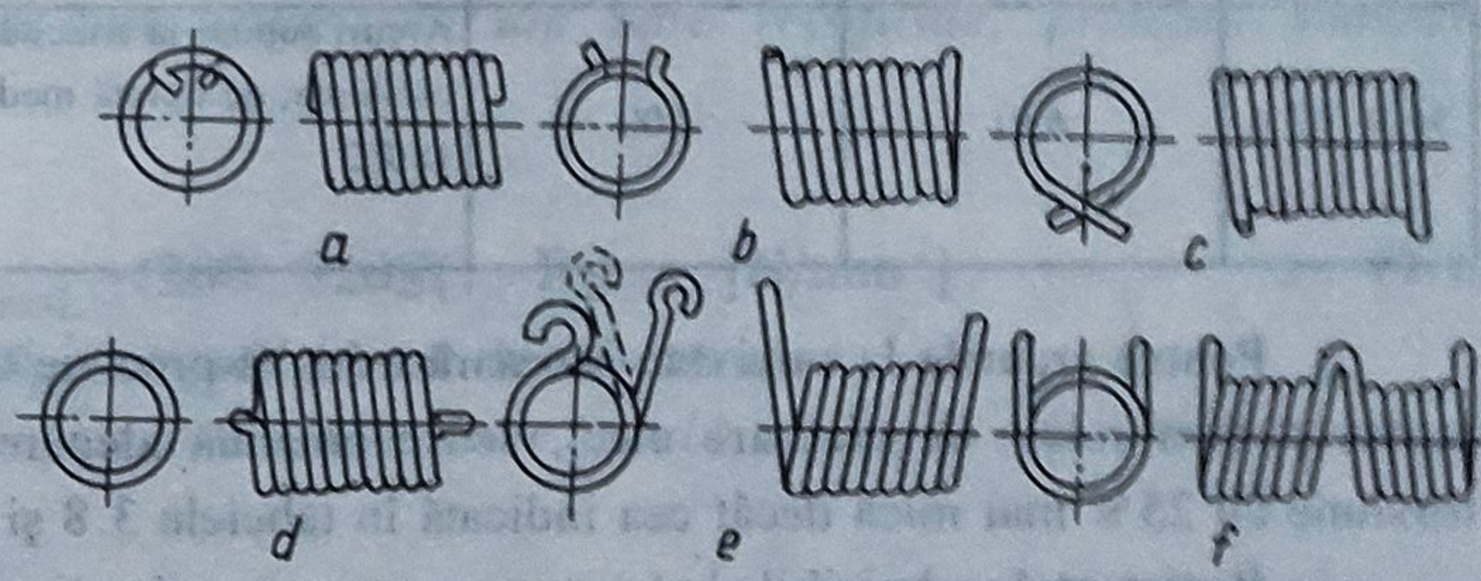


Fig.3.31

Materialele afectate executării arcurilor elicoidale, în general, sunt *oțelurile carbon* și *oțelurile aliate* care, împreună cu principalele lor caracteristici mecanice, sunt prezentate în tabelul 1.1. Anumite arcuri, cărora li se cer calități speciale, se execută din *materiale neferoase*.

În cazul arcurilor elicoidale de compresiune înfășurate la rece sau la cald,

rezistenţele admisibile la torsiune pentru solicitări statice sunt prezentate în tabelele 3.8 şi 3.9.

Tabelul 3.8. **Rezistenţele admisibile la torsiune pt. arcuri elicoidale de compresiune înfăşurate la rece sau la cald, supuse la solicitări statice şi confecţionate din semifabricate standardizate (după STAS 7067/1-87)**

Semifabricatul	Rezistenţa admisibilă la torsiune, τ_{at} [N/mm^2]
Sârmă trefilată pentru arcuri din oţel carbon de calitate (STAS 893-89)	0,5 R_m
Sârmă ecruisată prin trefilare din oţel austenitic rezistent la coroziune	0,4 R_m
Sârmă din bronz cu staniu ecruisată prin tragere (STAS 93-80*)	0,35 R_m
Sârmă pentru arcuri din alamă sau nichel (STAS 3439/1-84)	0,35 R_m

Tabelul 3.9. **Rezistenţele admisibile la torsiune pentru arcuri elicoidale de compresiune, înfăşurate la rece sau la cald, supuse la solicitări statice şi confecţionate din oţeluri pentru arcuri**

Marca de oţel pentru arcuri, conform STAS 795-92	Rezistenţa admisibilă la torsiune τ_{at} (N/mm^2)		Indicaţii de utilizare
	d < 8 mm	d = 8...40 mm	
51 V Cr 11 A	680	650	Arcuri supuse la solicitări ridicate, statice sau oscilante, de durată medie; temperatura de regim max. 150°C
60 Si 15 A	680	600	Arcuri supuse la solicitări ridicate, statice sau oscilante, de durată medie; temperatura de regim max. 180°C
56 Si 17 A	630	500	Arcuri supuse la solicitări moderate, statice sau oscilante, de durată medie; temperatura de regim max. 180°C

Pentru arcurile la care este necesară o înaltă precizie de funcţionare (de exemplu, arcuri pentru relee, regulatoare etc.), se recomandă alegerea rezistenţei admisibile la torsiune cu 25% mai mică decât cea indicată în tabelele 3.8 şi 3.9.

Rezistenţele admisibile la torsiune pentru arcurile elicoidale de tracţiune înfăşurate la rece, având ochi de prindere şi supuse la solicitări statice, sunt cu 12% mai mici decât cele cuprinse în tabelele 3.8 şi 3.9. De asemenea, rezistenţele admisibile la torsiune pentru arcurile elicoidale de tracţiune înfăşurate la cald şi supuse la solicitări statice, sunt mai reduse cu 12% decât cele din tabelele anterioare, fără a depăşi însă 600 N/mm^2.

În cazul solicitărilor variabile, tensiunile tangenţiale limită pentru arcurile elicoidale de compresiune înfăşurate la rece se aleg din *diagrame de oboseală* stabilite de producătorul semifabricatului sau de către producătorul de arcuri. În figura 3.32 sunt prezentate, conform STAS 7067/1-87, *diagrame informative de oboseală pentru arcurile elicoidale de compresiune:*

a) *necruisate*, executate din sârmă trefilată R4 din oțel carbon de calitate, conform STAS 893-89 (fig.3.32,*a*);

b) *ecruisate cu alice*, executate din sârmă trefilată R4 din oțel carbon de calitate, conform STAS 893 -89 (fig. 3.32,*b*);

c) *necruisate*, executate din sârmă de oțel aliat pentru arcuri, conform STAS 795-92 (fig.3.32,*c*);

d) *ecruisate cu alice*, executate din sârmă de oțel aliat pentru arcuri, conform STAS 795-92 (fig.3.32,*d*).

Diagramele sunt valabile pentru *arcurile care au diametrul sârmei de maximum 5 mm și coficientul de asimetrie al ciclului R cuprins între 0 și 1* (cu *N* s-a notat numărul de cicluri de solicitare).

Se recomandă să nu se folosească arcuri elicoidale de tracțiune la solicitări variabile. Dacă nu se poate evita utilizarea lor în asemenea cazuri, se indică una din soluțiile următoare:

- prinderea arcului cu *dispozitive înșurubate sau înrolate*;
- la arcuri de tracțiune cu ochi de prindere, *alegerea tensiunilor tangențiale limite din diagramele din fig.3.32, reduse cu 25%.*

Tensiunile tangențiale limite pentru arcuri de compresiune înfășurate la cald, executate din oțel pentru arcuri conform STAS 795-92 *și supuse la solicitări variabile*, sunt date de relațiile:

- *la arcuri din bare trase, fără defecte de suprafață,*

$$\tau_{maxL} = (80...120)/(1 - R_s) \quad [N/mm^2]; \tag{3.11}$$

- *la arcuri din bare cojite sau din bare rectificate, protejate împotriva decarburărilor,*

$$\tau_{maxL} = (200...320)/(1 - R_s) \quad [N/mm^2]; \tag{3.12}$$

În aceste relații R_s este **coeficientul de asimetrie.**

Arcuri elicoidale de tracțiune înfășurate la cald, supuse la solicitări variabile, nu se execută.

3.5. Sisteme de arcuri elicoidale

3.5.1. Generalități. Tipuri constructive

Acestea, în raport cu scopul urmărit, pot avea elementele componente dispuse: *în serie* (fig. 3.33), *în paralel* (de aceeași lungime, fig.3.34, și de lungimi diferite, fig. 3.35), *combinat* (în serie- paralel, fig. 3.36) și *coaxial* (introduse unul în altul, fig. 3.37). Din punct de vedere al compunerii și solicitării lor trebuie să se respecte indicațiile următoare:

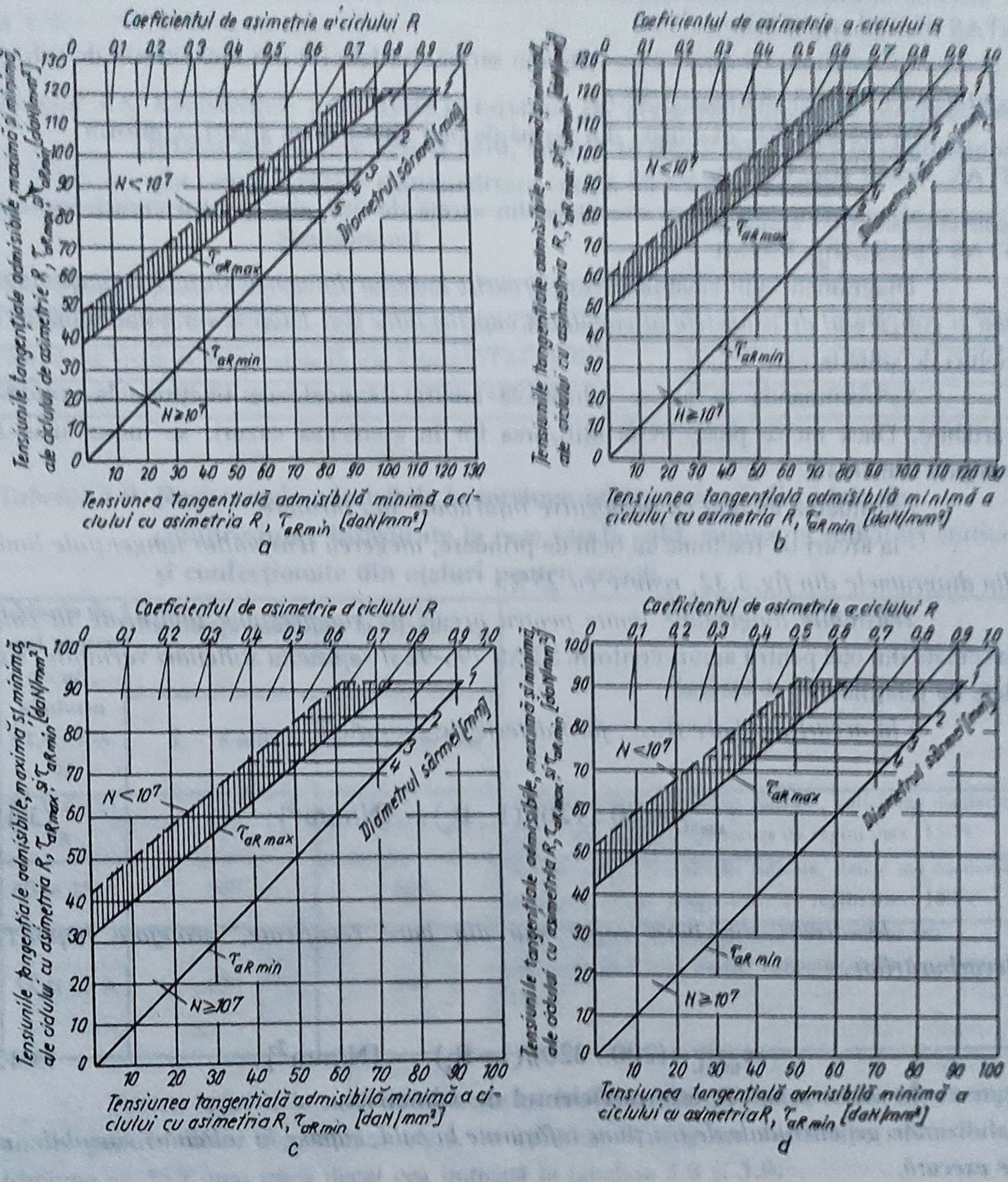


Fig.3.32

- arcurile elicoidale simple, care compun sistemele, trebuie să fie așezate, astfel, ca sensul de răsucire al spirelor să alterneze de la un element la altul;

- forțele, respectiv deplasările laterale, să nu fie admise.

În privința *problemelor constructive* - între care prinderea capetelor - și a materialelor, rezolvarea acestora și recomandările necesare trebuie să corespundă, în totalitate, sistemelor elastice elicoidale pentru acționări axiale.

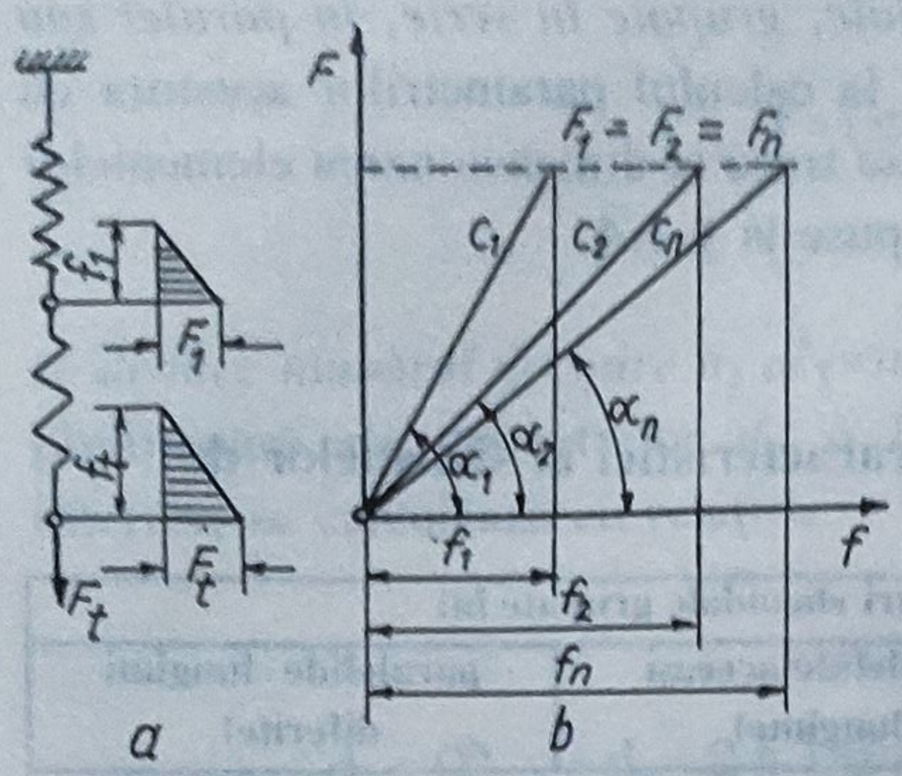


Fig.3.33

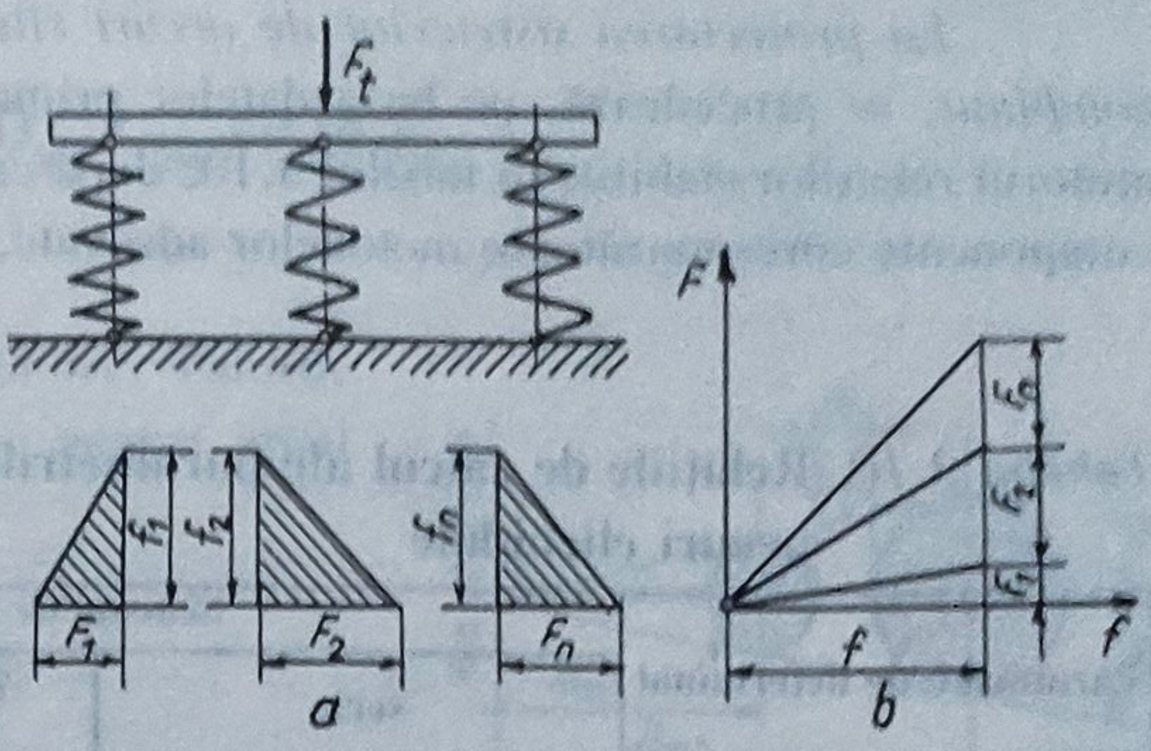
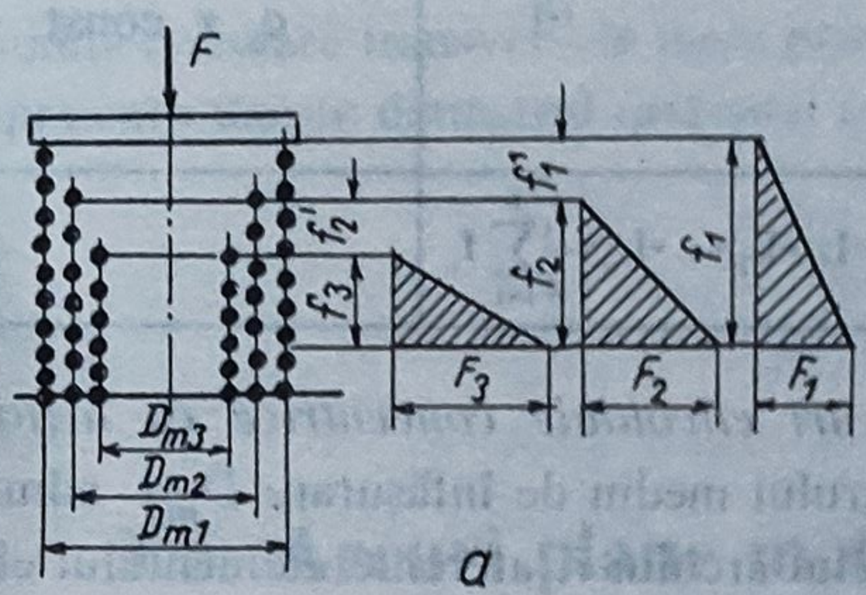


Fig.3.34



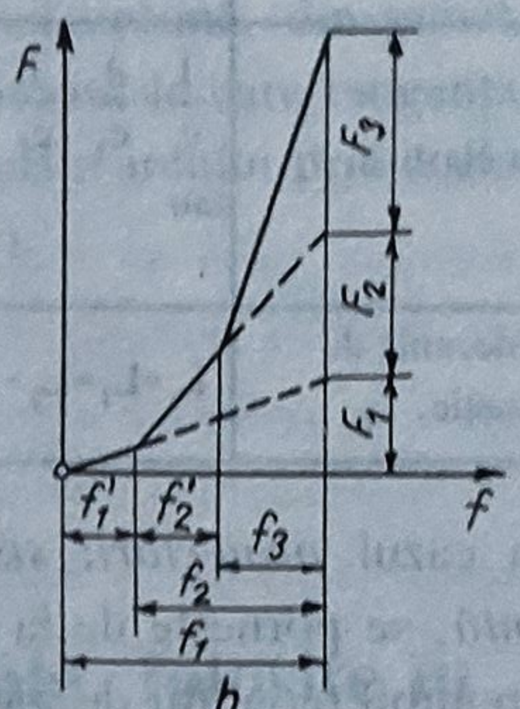


Fig.3.35

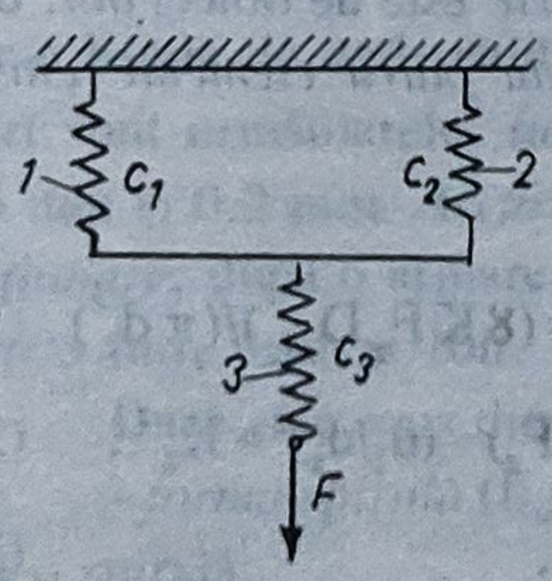


Fig.3.36

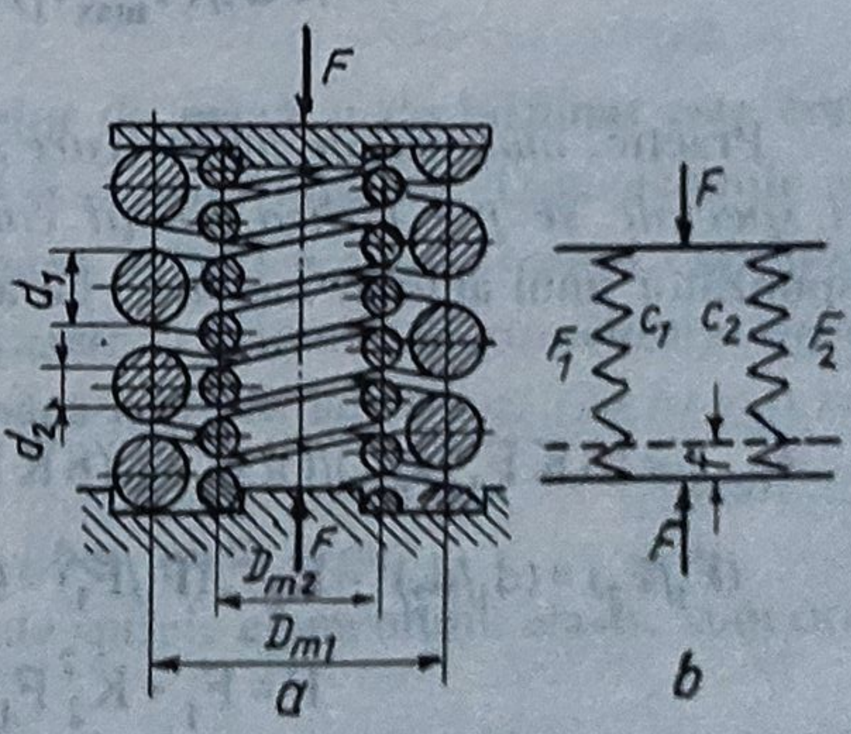


Fig.3.37

3.5.2. Proiectare. Calcul

La proiectarea sistemelor de arcuri elicoidale, grupate în serie, în paralel sau combinat, se procedează, pe baza datelor primare, la calculul parametrilor acestora cu ajutorul relațiilor stabilite în tabelul 3.10, după care se trece la dimensionarea elementelor componente corespunzătoare metodelor adecvate, expuse la § 3.4.

Tabelul 3.10. **Relațiile de calcul ale parametrilor caracteristici ai sistemelor de arcuri elicoidale**

Parametrii de determinat	Sisteme de arcuri elicoidale grupate în:		
	serie	paralel(de aceeași lungime)	paralel(de lungimi diferite)
Forța totală, F_t	$F_t = F_1 = F_2 = \ldots = F_n$	$F_t = F_1 + F_2 + \ldots + F_n = \sum_{i=1}^{n} F_i$	
Săgeata totală, f_t	$f_t = f_1 + f_2 + \ldots + f_n = \sum_{i=1}^{n} f_i$	$f_t = f_1 = f_1' + f_2 = f_1' + f_2' + f_3 = \ldots$	
Constanta elastică, c_t	$\frac{1}{c_t} = \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} + \ldots + \frac{1}{c_n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{c_i}$ sau	$c_t = c_1 + c_2 + \ldots + c_n = \sum_{i=1}^{n} c_i$ sau	$c_t \neq$ const.
Lucrul mecanic de deformație, L_t	$L_t = L_1 + L_2 + \ldots + L_n = \frac{F_t}{2} \sum_{i=1}^{n} f_i$	$L_t = L_1 + L_2 + \ldots + L_n = \frac{f_t}{2} \sum_{i=1}^{n} f_i$	

În cazul *proiectării sistemelor de arcuri elicoidale concentrice cu acționare concomitentă*, se pornește de la alegerea diametrului mediu de înfășurare D_{m1} admis de spațiul disponibil (condiții de gabarit) și a indicelui arcului i, aferente elementului elastic exterior, ceea ce permite determinarea diametrului sârmei d_1. Eventual, dacă este posibil, indicele arcului se calculează astfel:

$$i = (fG)/(\tau_{max} l_1) = (fG)/(\tau_{max} \pi D_{m1} n_1). \qquad (3.13)$$

Practic, *numărul de arcuri care se montează concentric* este de obicei *doi*, dar *în cazuri speciale se pot utiliza soluții constructive cu trei sau patru elemente elastice*. Corespunzător unui anumit material, cu ajutorul relațiilor

$$\tau_{tmax} = (8KF_1D_{m1})/(\pi d_1^3) = (8KF_2D_{m2})/(\pi d_2^3) = \ldots = (8KF_zD_{mz})/(\pi d_z^3), \qquad (3.14)$$

$$(F_1/F_2) = (d_1/d_2)^2 = K_2^{-2}, (F_1/F_3) = (d_1/d_3)^2 = K_3^{-2}, \ldots, (F_1/F_z) = (d_1/d_z)^2 = K_z^{-2}, \qquad (3.15)$$

$$F = F_1 + K_2^2 F_1 + K_3^2 F_1 + \ldots + K_z^2 F_1, \qquad (3.16)$$

se determină *forța* F_1 pe care o poate prelua *arcul exterior*, *se apreciază numărul de arcuri componente necesare* și, ca o consecință, se stabilesc *sarcinile* ce revin acestora, precum

şi întregului sistem cu arcuri elicoidale. Din expresia săgeţii, aceeaşi pentru toate elementele elastice componente,

$$f=(\pi n_1 D_{m1} \tau_{1max})/(G d_1). \qquad (3.17)$$

se deduce numărul de spire n_1 al primului arc. Valorile preliminare ale diametrelor d_2 şi D_{m2}, pentru arcul inferior, se calculează cu relaţiile

$$\left.\begin{aligned} d_2&=(D_{m1}-d_1-2\delta_r)/(i+1),\\ D_{m2}&=D_{m1}-d_1-2\delta_r-d_2=id_2, \end{aligned}\right\} \qquad (3.18)$$

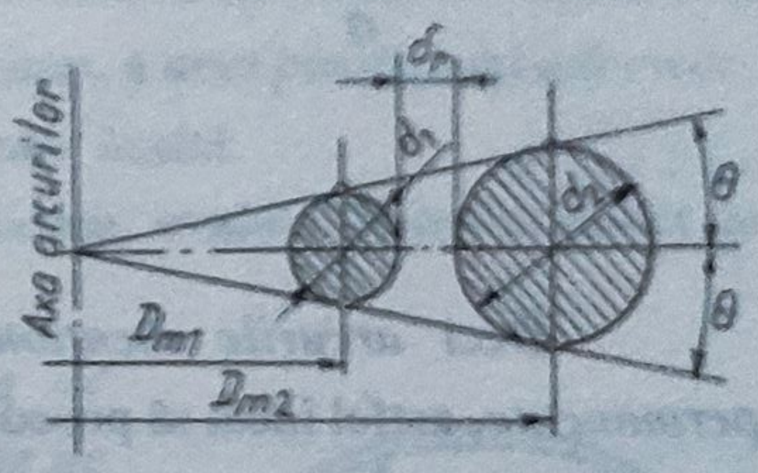


Fig. 3.38

unde δ_r este *jocul radial dintre arcuri*. Poziţia reciprocă optimă, din punct de vedere teoretic, a sistemelor cu arcuri elicoidale este obţinută în cazul în care tangenta comună la secţiunile circulare transversale trece prin axa longitudinală a arcului prin acelaşi punct cu dreapta care uneşte diametrul orizontal comun (fig. 3.38).

3.6. Arcuri plane motoare speciale, folosite în orologerie

3.6.1. Generalităţi. Tipuri constructive

Arcul plan motor special al ceasornicelor de mână şi de buzunar este constituit dintr-o bandă de oţel, călită şi revenită, având o culoare albastră. Dimensiunile acestor arcuri sunt următoarele: *lungimi* de 200 mm până la 600 mm şi *grosimi* cuprinse între 0,05 mm şi 0,2 mm. *Arcurile sunt montate în casete* şi asigură ceasornicului *o durată de funcţionare*, după o armare completă, de 36 h până la 40 h, adică o *zi (24 h)* şi o *rezervă de mers* între 12 h şi 16h.

Dacă este scos din casetă, *arcul motor liber* poate avea:

- *forma spirală* (fig. 3.39,*a*), la care toate spirele elementului elastic sunt orientate după o spirală;

- *forma semiinversă* (fig. 3.39,*b*), în care caz, pe porţiunea *A-B*, capătul exterior al arcului prezintă o curbură inversă, însă un unghi mai mic de 360°;

- *forma în S*, denumită şi *inversă* (fig. 3.39,*c*), la care, pe porţiunea C-D,

capătul exterior al arcului are o curbură inversă faţă de celelalte spire, descriind un unghi mai mare de 360°.

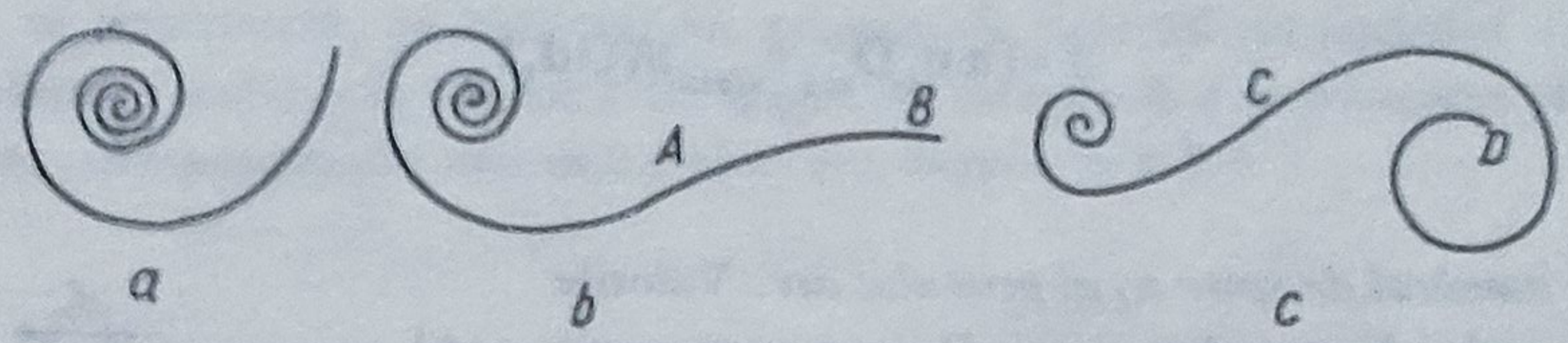


Fig. 3.39

Deci *arcurile menţionate se caracterizează în stare liberă prin deformaţii permanente*, astfel încât să posede forma corespunzătoare cerinţelor funcţionale în aplicaţiile din orologerie. În aceste condiţii, pe porţiunile de arc respective, limita de elasticitate este depăşită. Prin pretensionările formelor semiinversă şi în S se obţine o forţă mai constantă la desfăşurarea arcului. La înfăşurare pe arbore, în spirele exterioare apar tensiuni, în consecinţă şi momente mai mari decât în cele interioare, dar destinderea elementului elastic este mai uniformă decât la arcurile spirale plane motoare, deoarece spirele exterioare se desfăşoară înaintea celor interioare. În acest fel se reduce frecarea dintre spire. În concluzie, formele în S şi semiinverse prezintă unele avantaje. Pot apărea, însă, şi inconveniente, datorită faptului că aceste profiluri sunt obţinute în mod mecanic cu ajutorul unor dispozitive de realizare a porţiunilor spiralate, operaţie brutală care modifică în mod cert structura moleculară a materialului şi, prin urmare, anumite proprietăţi elastice. De aceea, se manifestă interesul de a se da elementului elastic forma dorită printr-o operaţie termică, care ar elimina tensiunile interne provocate de aplicarea procedeului anterior. Astfel, arcul ar fi mai stabil şi, fără îndoială, mai puţin expus ruperii.

Din anul 1945 aceste arcuri se fabrică tot mai mult din *aliaje speciale, de obicei inoxidabile*, şi *cu limita de elasticitate ridicată*. Practic, la arcurile plane motoare speciale pericolul ruperii este foarte mic. În prezent există multe mărci de astfel de arcuri care satisfac pe deplin cerinţele industriei, şi anume: *Durapower* (1945), *Nivaflex* (1952), *Vimetal-Isoflex* (1953) etc.

În stare desfăşurată, spira interioară a arcului care va cuprinde arborele motor trebuie să fie situată în centrul casetei, astfel încât prin introducerea arborelui să nu fie deformată curba terminală. În timpul destinderii, spirele arcului trebuie să aibă interspaţii egale cel puţin pentru un interval de timp scurt. Dacă aceste condiţii nu sunt îndeplinite, elementul elastic se va desfăşura excentric şi va apare o pierdere de energie mai mare din cauza frecării mai accentuate între spire.

În ce priveşte secţiunea arcului, aceasta este aproape exclusiv dreptunghiulară cu muchii rotunjite. Arcurile noi sunt astfel înfăşurate, încât diametrul extrior al acestora să fie egal cu diametrul interior al casetei, şi menţinute în această stare de un inel din sârmă.

3.6.2. Probleme specifice

3.6.2.1. Modul de lucru al porțiunii în formă de S a arcului. Diagruma carcteristicii de lucru, $M_t = \psi(\varphi)$. Un factor deosebit, care pare să joace un rol la fel de important în funcționarea arcului ca și forma acestuia, îl reprezintă *calitatea elementului elastic*. În acest sens, problema fabricării unui astfel de arc poate fi soluționată, principial, prin *utilizarea a două procedee*: *primul*, care *asigură o limită de curgere ridicată a materialului elementului elastic*, *cu menținerea*, în același timp, a *unei plasticități adecvate*, iar *cel de-al doilea care îi conferă în principal o plasticitate înaltă*.

În cele ce urmează se vor examina cele două procedee, evaluându-le din punct de vedere al avantajelor utilizării în practică.

Pentru început se va analiza primul procedeu de realizare al acestor arcuri, bazat pe *atribuirea unei limite de proporționalitate ridicate materialului lor*.

Dacă banda dreaptă de lungime L_s, corespunzătoare porțiunii în formă de S a arcului, se înfășoară, la început, strâns pe arborele de rază r (fig.3.40) și apoi, este destinsă, aceasta se va înfășura în partea opusă. Astfel, un punct oarecare A, ales arbitrar pe porțiunea în formă de S a arcului, cu razele corespunzătoare r_s și ρ_s, va trece în punctul A_1 cu raza variabilă ρ_{es}. Dacă se eliberează porțiunea strâns înfășurată pe rola arcului, atunci, în condiții determinate, acesta își poate păstra forma în S.

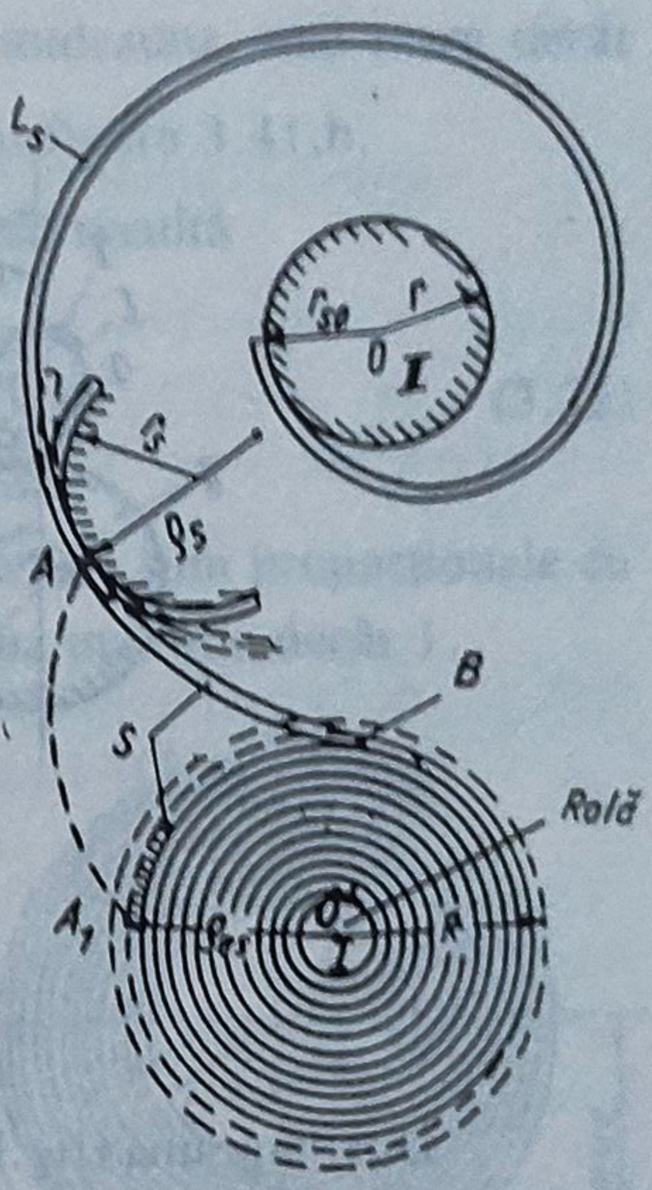


Fig.3.40

Pentru a se putea deduce principiile care caracterizează acest arc este imperios necesar, mai întâi, să se examineze modul de lucru al porțiunii în formă de S ca și diagrama caracteristicii de lucru $M_t = \psi(\varphi)$, în baza figurii 3.41.

Aici, porțiunea benzii drepte de lungime l se încovoaie în jurul rolei I, de-a lungul unui arc de cerc, și capătă o curbură de rază r_s (vezi poziția 2, fig.3.41,a). Pe diagrama $M_t = \psi(\varphi)$ din figura 3.41, b este reprezentată această înfășurare prin porțiunea de curbă dintre punctele 0 și B. Prin destinderea porțiunii respective, ca urmare a deformațiilor dobândite, aceasta va căpăta forma arcului de cerc de rază ρ_{CBs}, ilustrată de poziția 3. Pe diagrama $M_t = \psi(\varphi)$, acestei detensionări îi corespunde porțiunea de curbă cuprinsă între punctele B și C.

Așa cum porțiunea în formă de S a arcului, prin încovoiere, începe să se înfășoare, mai întâi, pe arborele de rază r și apoi în partea opusă, cu raza ρ_{es}, peste spirele înfășurate strâns ale porțiunii în formă spirală a arcului - conform exemplificării făcute în figura 3.40 - tot așa, începând cu punctul C al diagramei $M_t = \psi(\varphi)$, porțiunea arcului în formă de S se va încovoia în sens invers cu raza de curbură ρ_{es} (vezi poziția *4*, fig.3.41,*a*). În diagrama $M_t = \psi(\varphi)$ din figura 3.41,b această poziție este marcată prin punctul E.

Partea din arc în formă de S încovoiată peste rola II, cu raza de curbură ρ_{cs}, preia, după destindere, din nou poziția 3, după cum porțiunea detensionată, așa cum se observă în diagrama $M_t = \psi(\varphi)$, corespunde segmentului de dreaptă EC, aparținând domeniului elastic.

Rezultă, astfel, că încovoierea părții în formă de S a arcului (fig.3.41,*a*) în sens opus, din poziția 3 în poziția 1, corespunde, în diagrama $M_t = \psi(\varphi)$ din fig. 3.41, b, porțiunii CD, iar din poziția 1 în poziția 4 - porțiunii DE.

Se observă lesne că unghiul β_s din diagrama $M_t = \psi(\varphi)$ poate fi exprimat prin relația $\beta_s = \pi \rho_{cs}$.

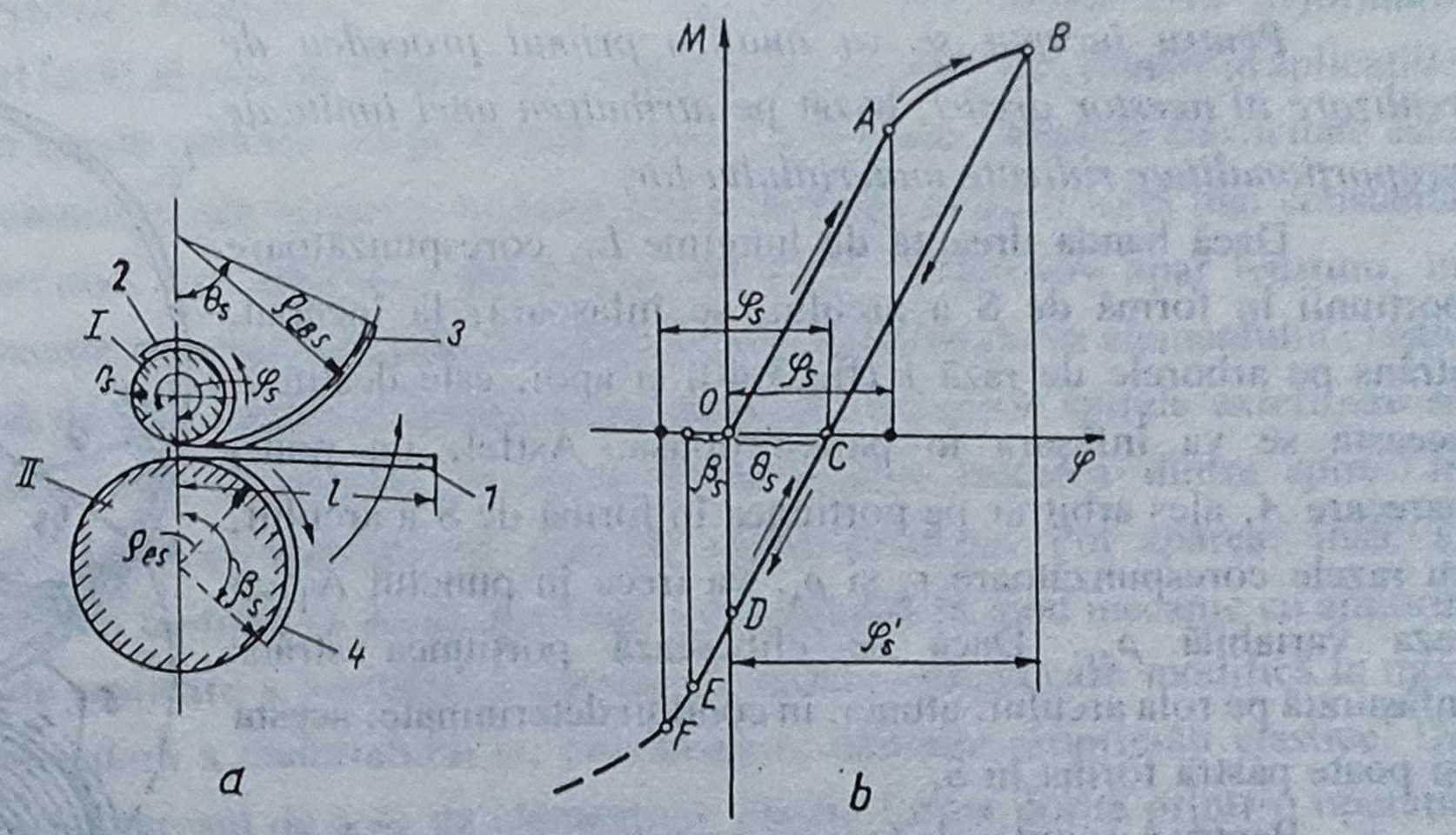


Fig. 3.41

Din diagramă (fig.3.41,b) se mai desprinde că pentru realizarea porțiunii în formă de S a arcului, independent de procedeul de fabricație, unghiul de deformație θ_s indică, în mod constant, *starea curburii*.

Aceasta înseamnă că pentru confecționarea arcului în formă de S, punctul E din diagrama $M_t = \psi(\varphi)$ trebuie să se găsească totdeauna *în partea stângă față de originea O* a sistemului de axe de coordonate. Numai cu îndeplinirea acestei condiții este posibilă fabricația arcurilor în formă de S, conform primului procedeu, când materialul posedă o *limită de proporționalitate foarte înaltă*, astfel încât prin înfășurarea în sens opus, aceasta păstrează o *elasticitate deosebită* pe porțiunea până în punctul D, suficient de mare pentru a se asigura unghiul de curbură necesar β_s (vezi porțiunea DE, fig.3.41,b). În acest mod, ghidându-ne după diagrama $M_t = \psi(\varphi)$, se pot deduce condițiile de fabricație ale arcurilor în formă de S cu ajutorul inegalității (fig.3.41,b)

$$\theta_s + \beta_s \leq \varphi_s \qquad (3.19)$$

Prin introducerea unui coeficient $\lambda \leq 1$, inegalitatea se poate transforma în relația următoare:

$$\theta_s + \beta_s = \lambda \varphi_s , \qquad (3.20)$$

din care, ținându-se seama de expresia lui β_s, se deduce

$$\theta_s = \lambda \varphi_s - (1/\rho_{es}) . \qquad (3.21)$$

Aceasta permite să se conchidă că unghiul φ_s este, totdeauna, mai mare decât unghiul β_s, ceea ce se confirmă și în diagrama $M_1 = \psi(\varphi)$ din figura 3.41,b.

Avându-se în vedere expresiile unghiurilor φ_s și β_s mai rezultă

$$(r_s/\rho_{es}) = (\beta_s/\varphi_s) < 1 , \qquad (3.22)$$

adică, razele variabile r_s și ρ_{es} ale porțiunii în formă de S a arcului sunt proporționale cu unghiurile corespunzătoare și, în plus raportul lor este totdeauna mai mic decât 1.

În consecință, pentru fabricarea arcurilor în formă de S trebuie îndeplinite, pe lângă condiția principală exprimată prin relația (3.21), și condiția (3.22). Acestea par a fi necesare și suficiente pentru realizarea elementelor elastice speciale cu ajutorul primului procedeu tehnologic.

Producerea categoriei de arcuri în contextul menționat mai impune ca mărimea razei r a arborelui pe care se înfășoară partea în formă de S (fig.3.40) să se determine tot din condiția dată de relația (3.21), în care sens se admite - pe considerente similare avute la stabilirea numărului optim de spire la arcul spiral plan motor strâns pe arbore - că $\rho_{es} = r_s$.

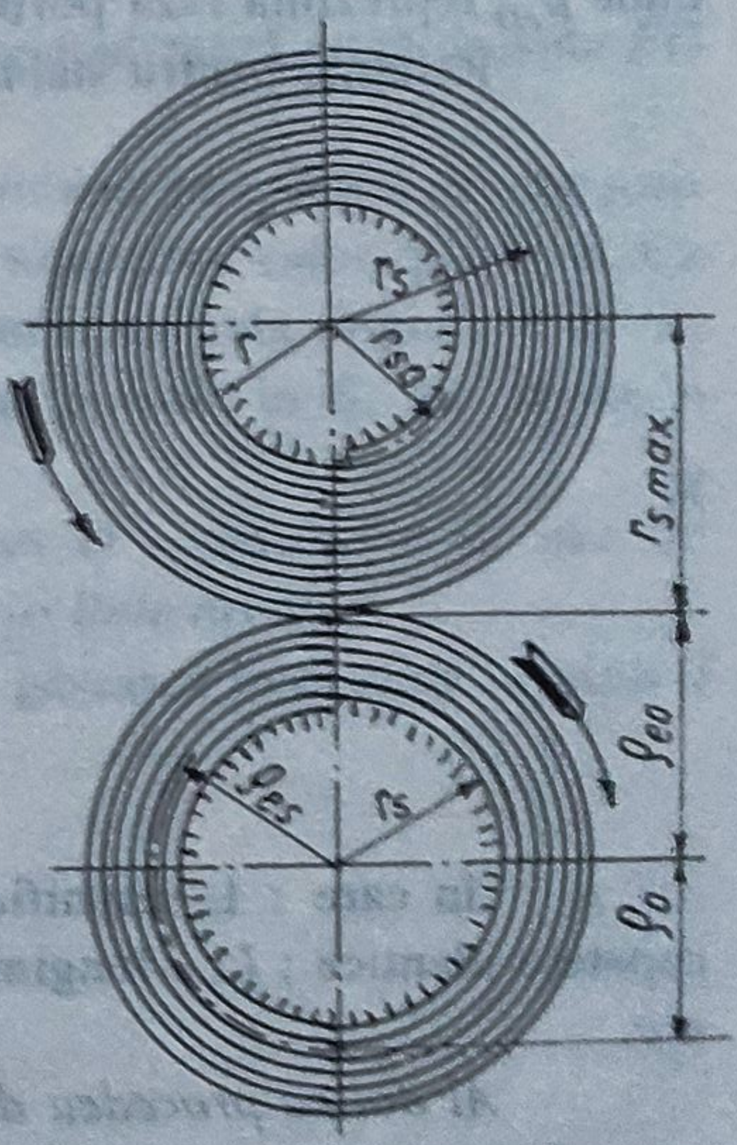


Fig.3.42

Raza variabilă r_s, după cum reiese din fig.3.42, este cuprinsă între două limite, astfel :

$$r_{so} \leq r_s \leq r_{s\,max} \qquad (3.23)$$

și, în aceeași ordine de idei, conform figurii 3.40,

$$\rho_{e0} \leq \rho_{es} \leq \rho_e . \qquad (3.24)$$

La capătul interior al arcului în formă de S apare o curbură cu mărimea razei r_{s0} (fig.3.42), având relaţia

$$r_{so} = \frac{1}{\varphi_s + \sqrt[k]{\frac{a_1}{p}\left(\lambda\varphi_s - \frac{1}{\rho_e}\right)}}, \qquad (3.25)$$

în care: a_1, k şi p reprezintă *coeficienţii elasto-plastici*, ale căror expresii sînt date în lucrarea [9]; ρ_e - raza exterioară a arcului tensionat.

Determinându-se valoarea lui r_{so}, se poate calcula raza r cu relaţia

$$r = r_{s0} + (h/2). \qquad (3.26)$$

Expresia pentru calcularea lui $r_{s\,max}$ este

$$r_{smax} = \frac{1}{\varphi_s + \sqrt[k]{\frac{a_1}{p}\left(\lambda\varphi_s - \frac{1}{\rho_{e0}}\right)}}, \qquad (3.27)$$

unde ρ_{e0} reprezintă raza porţiunii spirale tensionate a arcului în formă de S.

Relaţiile pentru stabilirea mărimilor razelor limite ρ_{e0} şi ρ_e sunt

$$\rho_{e0} = \sqrt{\frac{(L - L_s)h}{\pi} + \rho_0^2} \qquad (3.28)$$

şi

$$\rho_e = \sqrt{\frac{Lh}{\pi} + \rho_0^2}, \qquad (3.29)$$

în care : L semnifică întreaga lungime a arcului, fără a se lua în considerare capetele identice ; L_s - lungimea porţiunii în formă de S a arcului ; h -grosimea benzii de arc.

Al doilea procedeu de fabricaţie al arcurilor în formă de S se caracterizează, în primul rând, prin aceea că partea în formă de S se înfăşoară în jurul unei role de diametru mic şi prin destindere, în apropierea limitei de elasticitate, lucrează pe o porţiune însemnată dreaptă, paralelă cu porţiunea din zona de elasticitate (fig.3.43, b).În cazul utilizării acestui procedeu tehnologic, materialul benzii de arc trebuie să satisfacă, în principal, o înaltă plasticitate.

Schema de lucru a porţiunii în formă de S a acestor arcuri (fig.3.43, *a*) se

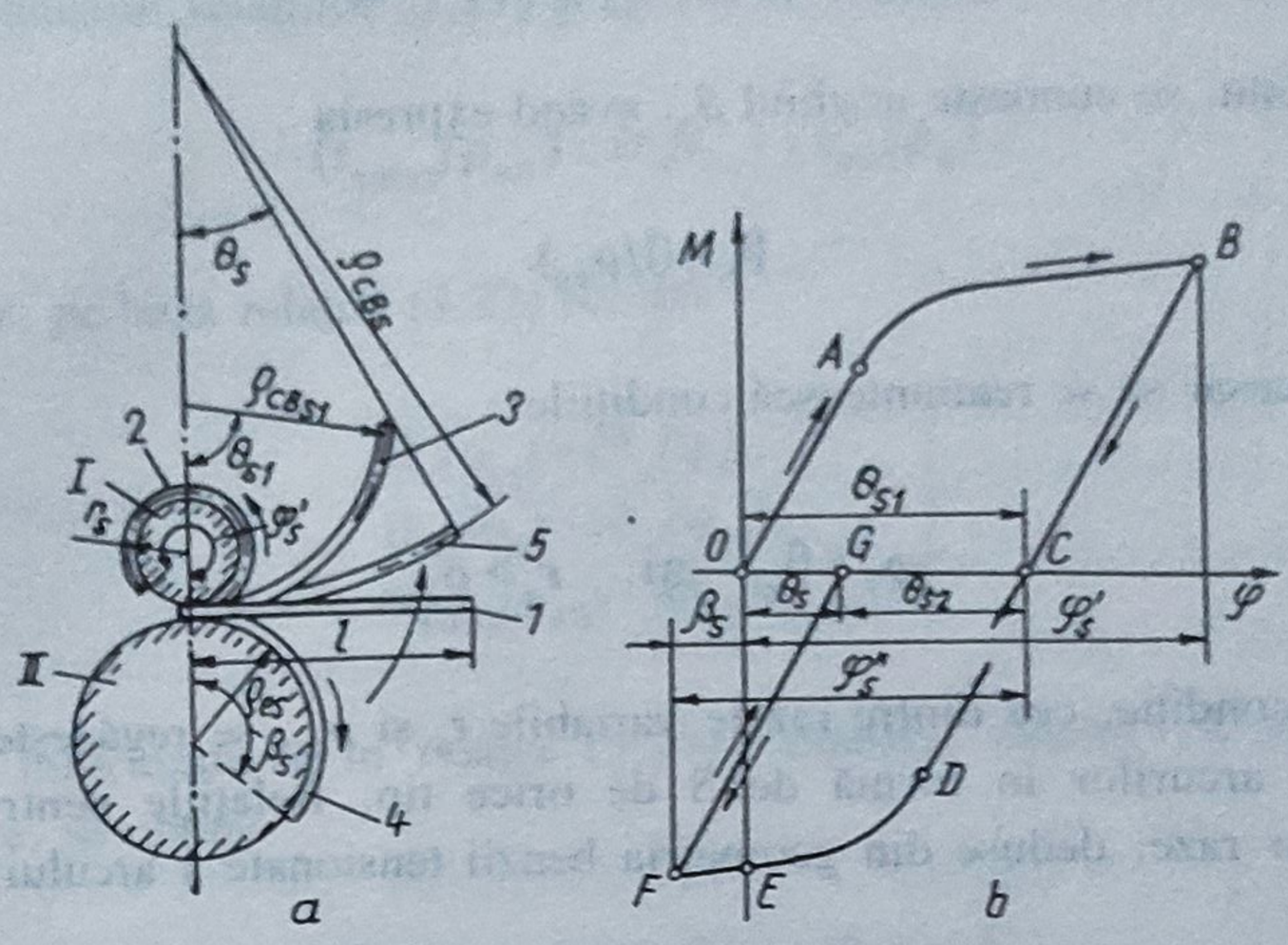


Fig.3.43

deosebeşte de cea anterioară (fig.3.41, *a*) prin aceea că aici detensionarea, după o înfăşurare în sens opus, se realizează pe porţiunea 5 şi nu 3. Aceasta demonstrează că partea în formă de S a elementului elastic (vezi fig. 3.40), după destindere, nu îşi menţine în întregime configuraţia iniţială, aşa cum s-a presupus în primul caz, când arcul lucra sub limita de proporţionalitate.

Din diagrama $M_t = \psi(\varphi)$, reprezentată în figura 3.43 *b*, rezultă că destinderea porţiunii în formă de S, după o tensionare în sens contrar, se realizează după dreapta *FG* paralelă cu dreapta CD din zona de elasticitate.

Aşa cum se deduce din această diagramă, pentru fabricarea unei astfel de categorii de arcuri este necesar ca unghiul de deformaţie θ_s să aibă totdeauna valori pozitive. Ca atare se conchide că punctul G trebuie să se situeze permanent în dreapta originii 0, în caz contrar unghiul θ_s devine negativ şi atunci arcul, în locul formei în S, va căpăta o configuraţie de spirală.

În particular, prin plasarea punctului *G* în originea *O* a sistemului de axe de coordonate, partea în formă de S a arcului *degenerează într-o linie dreaptă.*

Expresia matematică a condiţiei ca punctul *G* să se găsească în dreapta originii *0* poate fi dedusă din diagrama din figura 3.43, b şi anume:

$$\theta_s = \theta_{s1} - \theta_{s2}, \tag{3.30}$$

unde

$$\theta_{s1} > \theta_{s2}.$$

De asemenea, din figura 3.43 *a* şi *b* rezultă relaţiile unghiurilor φ_s şi φ''_s, adică:

$$\varphi_s' = (1/r_s), \quad \varphi_s'' = \beta_s + \theta_{s1}, \tag{3.31}$$

unde, la rândul său, se cunoaște unghiul β_s, având expresia

$$\beta_s = (1/\rho_{es}). \tag{3.32}$$

Este necesar să se reamintească condițiile

$$\varphi_s' > \beta_s \quad \text{și} \quad r_s > \rho_{es}. \tag{3.33}$$

Ultima condiție, cea dintre razele variabile r_s și ρ_{es}, se regăsește întotdeauna în cazul fabricației arcurilor în formă de S de orice tip. Relațiile pentru determinarea mărimilor acestor raze, deduse din geometria benzii tensionate a arcului în formă de S (fig.3.42), sunt

$$r_s = \sqrt{\frac{h}{\pi}(L_s - S) + r_{s0}}, \tag{3.34}$$

$$\rho_{es} = \sqrt{\frac{Sh}{\pi} + \rho_{e0}^2}, \tag{3.35}$$

în care S reprezintă lungimea variabilă a arcului, considerată din punctul de legătură B (fig. 3.40).

În cazul celui de al doilea procedeu de fabricație a acestor arcuri, mărimile razelor limite r_{s0} și $r_{s\,max}$ pot fi stabilite în modul următor:

$$r_{s0} = (10...12)h, \tag{3.36}$$

$$r_{smax} = \sqrt{\frac{L_s h}{\pi} + r_{s0}^2}. \tag{3.37}$$

Trebuie subliniat că, la aplicarea celui de-al doilea procedeu tehnologic, raza de curbură r_s trebuie adoptată cât mai mică în scopul obținerii unei valori a lui θ_s, în diagrama $M_t = \psi(\varphi)$, cât mai mari. În acest sens,lungimea porțiunii în formă de S a arcului nu trebuie mărită mult, tocmai în scopul micșorării razei r.

Se poate mări θ_s sau, ceea ce este același lucru, se poate crește lungimea porțiunii în formă de S, dar nu prin micșorarea razei r_{s1}, ci prin considerarea egalității $\rho_{es} = \rho_{e0}$. În acest mod, pentru o rază atît de mică, și anume $r_s = r_{s0} + h$ (fig. 3.42), înfășurarea arcului în formă de S presupune materiale cu o plasticitate înaltă.În cazul unei raze $r_{s0} = (10...12)h$ trebuie asigurată o rezervă dublă în ceea ce privește durabilitatea (rezistența la oboseală). Rezultă că banda de arc trebuie realizată dintr-un material care să

fie testat corespunzător unei raze, de exemplu, de r = (5...6)h.

Corespunzător relațiilor (3.23) și (3.24) se conchide

$$(r_{smax}/\rho_{e0}) \le (r_s/r_{es}) \le r_{s0}/\rho_e). \tag{3.38}$$

Similar, pe baza relației (3.22) rezultă

$$\left.\begin{aligned}(r_s/\rho_{es}) &= (\beta_s/\varphi_s),\\ (r_{s0}/\rho_e) &= (\beta_e/\varphi_{s0}),\\ (r_{smax}/\rho_{e0}) &= (\beta_{e0}/\varphi_{smax}).\end{aligned}\right\} \tag{3.39}$$

Deci, înlocuindu-se în relația (3.27) raportul razelor cu cel al unghiurilor corespunzătoare, se obține

$$(\beta_{e0}/\varphi_{smax}) \le (\beta_s/\varphi_s) \le (\beta_e/\varphi_{s0}). \tag{3.40}$$

În figura 3.44, aceste unghiuri sunt înscrise în diagrama $M_t = \psi(\varphi)$ și indică din care zonă a acesteia provine imaginea porțiunii în formă de S a arcului (vezi partea haşurată). După cum cu ajutorul relațiilor (3.26), (3.27), (3.31), (3.32), (3.28) și (3.29). în dependență de procedeul tehnologic de fabricație,se pot determina mărimile tuturor razelor şi, în consecință, egalitățile (3.39) precum şi valorile unghiurilor, se pôate preciza acum cu cît aceste rapoarte ale razelor sau unghiurilor sunt mai mici decît 1 (vezi condiția (3.22)). Conform celor arătate anterior, relația (3.22) reprezintă una din condițiile principale ale realizării arcurilor în formă de S.

Din diagrama $M_t = \psi(\varphi)$, reprezentată în figura 3.44, se deduce uşor că pentru obținerea arcurilor în formă de S este obligatoriu, în primul rînd, să se verifice relația pentru unghiuri şi anume :

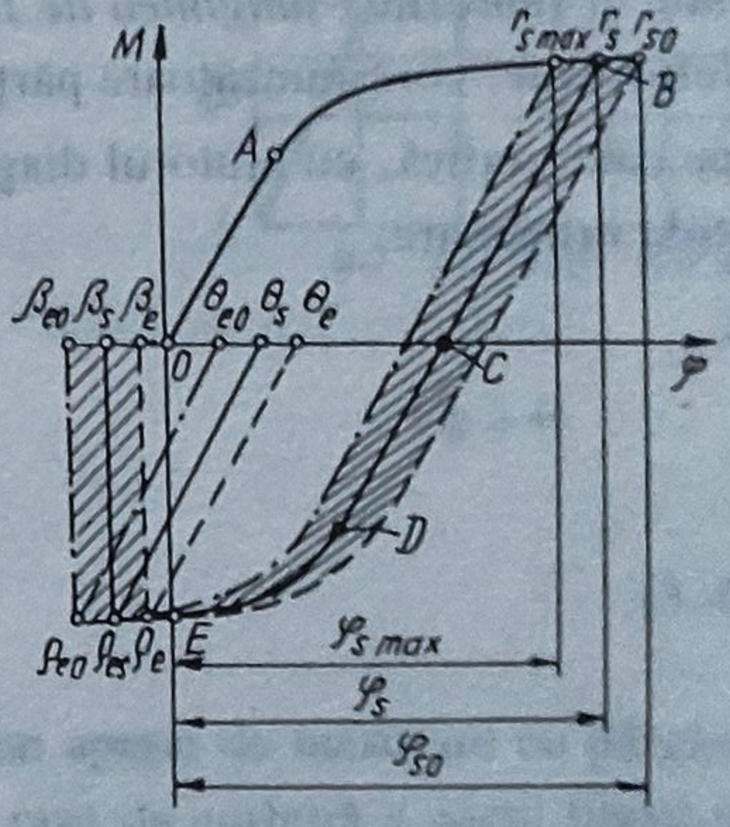


Fig.3.44

$$\beta_{e0}/\varphi_{smax} \le 1, \tag{3.41}$$

aşa după cum raportul unghiurilor β_e/φ_{s0} rămâne mai mic decît raportul β_0/φ_{smax}.

Pentru categoria arcurilor în formă de S,raportul unghiurilor variabile β_s/φ_s poate fi exprimat astfel:

$$1 = (\beta_{e0}/\varphi_{smax}) \le (\beta_s/\varphi_s) \le (\beta_e/\varphi_{s0}) = 0{,}25. \tag{3.42}$$

Se reaminteşte că pentru raportul unghiurilor $\beta_{e0}/\varphi_{smax}=1$, tensionarea şi detensionarea dreaptă în sens opus se poate realiza numai în domeniul elastic şi în acest caz

$$\left.\begin{aligned}\theta_s &= 0,\\ \beta_{e0} &= \varphi_{smax} \le \varphi_s.\end{aligned}\right\} \qquad (3.43)$$

3.6.2.2. Metoda pentru sinteza (construcţia) formei libere a arcului în formă de S,în baza unei diagrame date, $M_t = \psi(\varphi)$. Corespunzător unei diagrame cunoscute, $M_t = \psi(\varphi)$, poate fi construită cu uşurinţă forma liberă a arcului, utilizându-se relaţiile :

- pentru partea spirală a arcului

$$\rho_{CB} = \frac{l}{\theta}, \qquad (3.44)$$

- pentru partea în formă de S

$$\rho_{CBS} = \frac{l}{\theta_s}, \qquad (3.45)$$

în care : l reprezintă *lungimea de lucru a părţii active* egală cu 4 mm; θ şi θ_s - unghiurile de deformaţie, corespunzătoare părţilor - spirală şi în formă de S - ale arcului, care se obţin fie pe cale grafică, cu ajutorul diagramei $M_t = \psi(\varphi)$, fie pe cale analitică, utilizându-se relaţiile următoare:

$$\theta = \frac{p}{a_1}\left(\varphi_s' - \varphi_s\right)^k, \qquad (3.46)$$

$$\theta_s = \frac{p}{a_1}\left(\frac{l}{r_s} - \varphi_s\right)^k, \qquad (3.47)$$

şi, în cazul celui de al doilea procedeu tehnologic,

$$\theta_s = \frac{p}{a_1}\left(\frac{1}{r_s} - \varphi_s\right)^k - \frac{p}{a_1}\left[\frac{1}{\rho_{os}} + \frac{p}{a_1}\left(\frac{1}{r_s} - \varphi_s\right)^k - \varphi_s\right]^k. \qquad (3.48)$$

Pentru construcţia formei acestei categorii de arcuri se consideră lungimea

întregului element elastic, L, din care se atribuie : *pentru partea spirală*, o mărime $L_c = (1/4...1/3)L$, și *pentru porțiunea în formă de S*, restul de valoare de $L_s = (3/4...2/3)L$ Apoi se descompune atît L_c, cât și L_s în părți egale de câte 10 mm și pentru fiecare din aceste părți se calculează razele de curbură ρ_{CB} și ρ_{CBS} cu relațiile (3.44) și (3.45).

Rezultatele calculelor se transpun în diagramă, cu ajutorul căreia, utilizîndu-se *metoda arcelor de cerc*, se realizează configurația arcului. În figura 3.45 se reprezintă un arc în formă de S de dimensiuni 0,12 x 1,5 x 330 mm, construit în baza diagramei $M_t = \psi(\varphi)$ din figura 3.46. S-au utilizat relațiile corespunzătoare celui de al doilea procedeu de fabricație.

Din examinarea figurii 3.45 rezultă că raza de curbură a părții spirale ρ_{CB}, are o mărime pozitivă, iar raza de curbură a porțiunii în formă de S, ρ_{CBS}, are, începând cu punctul de legătură A, o valoare negativă.

3.6.2.3. Determinarea numărului de spire ale părții libere a arcului. Conform figurii 3.45, partea liberă a arcurilor în formă de S constă din n_{CB} spire pozitive și n_{CBS} spire negative. Pentru determinarea acestora, se consideră relația

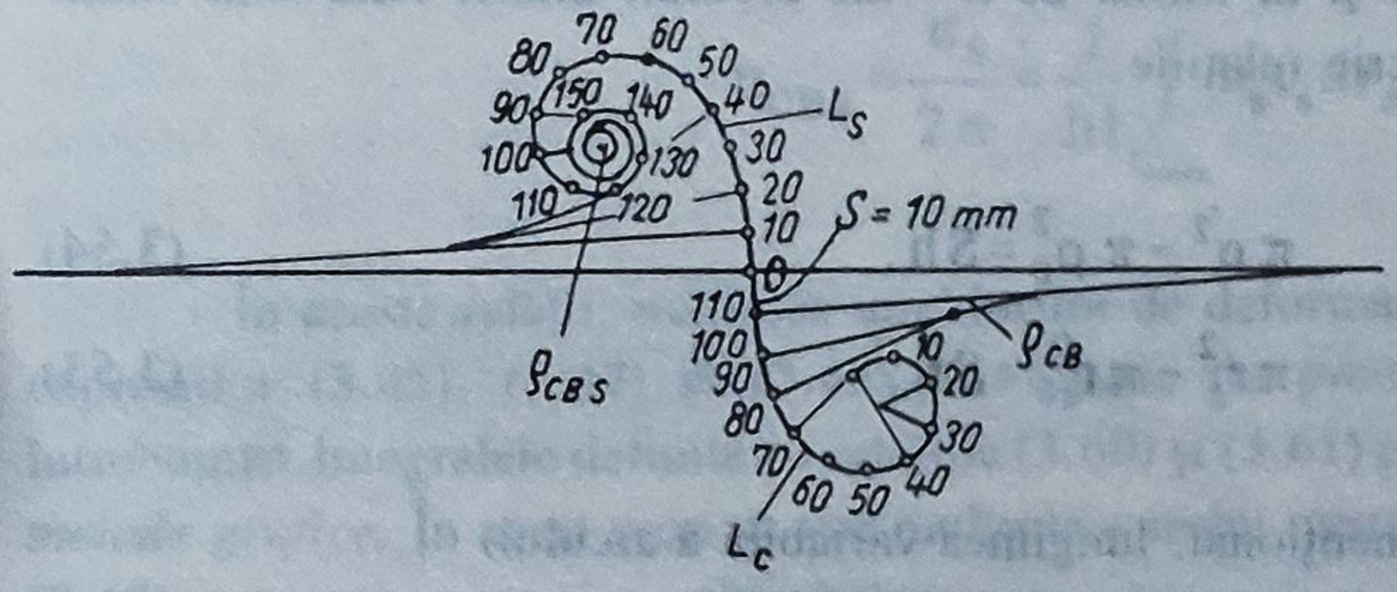


Fig.3.45

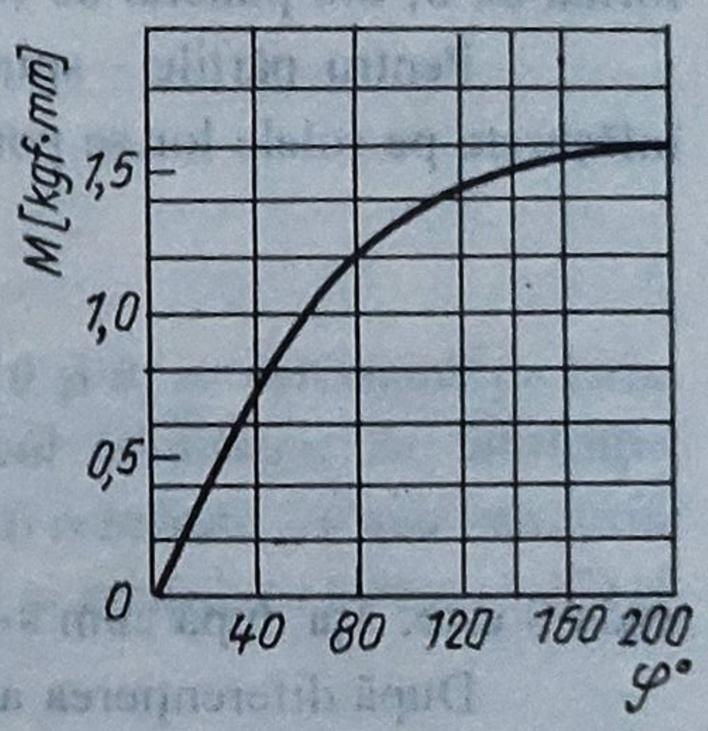


Fig.3.46

$$l = \rho\,\varphi = \rho_{CB}\theta, \tag{3.49}$$

în care: l reprezintă lungimea părții active, evaluată pe un aparat de măsurare cu pârghie; ρ - raza părții îndoite; φ - unghiul părții îndoite; ρ_{CB} - raza de curbură a părții libere; θ - unghiul de deformație remanentă.

Din ultima egalitate a relației (3.49) se deduce pentru partea spirală a arcului

$$\rho_{CB} = \frac{\varphi}{\theta}\rho. \tag{3.50}$$

În mod analog, pentru porțiunea în formă de S a arcului, rezultă

$$\rho_{CBS} = \frac{\varphi_s}{\theta_s} r_s. \tag{3.51}$$

Se pot stabili acum expresiile unghiurilor globale de deformaţie remanentă pentru partea spirală, α_C, şi pentru partea în formă de S, α_S, aferente arcului, şi anume :

$$\alpha_C = \int_0^{L_c} \frac{dS}{\rho_{CB}} = \int_0^{L_c} \frac{\theta\, dS}{\varphi\, \rho}; \tag{3.52}$$

$$\alpha_S = \int_0^{L_s} \frac{dS}{\rho_{CBS}} = \int_0^{L_s} \frac{\theta_s dS}{\varphi_s \rho_s}. \tag{3.53}$$

În aceste relaţii, ca şi în cazul construcţiei formei libere, unghiul global de deformaţie pentru partea spirală începe din capătul interior al arcului, iar pentru partea în formă de S, din punctul de contact *A* (fig.3.45).

Pentru părţile - spirală şi în formă de S - ale arcului, atunci când sunt strâns înfăşurate pe rolele lor,se pot scrie relaţiile

$$\pi \rho^2 - \pi \rho_0^2 = Sh, \tag{3.54}$$

$$\pi r_s^2 - \pi r_{s0}^2 = Sh, \tag{3.55}$$

unde S este, aşa după cum s-a menţionat, lungimea variabilă a arcului.

După diferenţierea acestor relaţii, se obţine

$$dS = \frac{2\pi \rho\, d\rho}{h}, \tag{3.56}$$

$$dS = \frac{2\pi r_s dr_s}{h}, \tag{3.57}$$

care se înlocuiesc în relaţiile (3.52) şi (3.53), împreună cu expresiile $\varphi = 1/\rho$ şi $\varphi_s = 1/\rho_s$ efectuându-se, în acelaşi timp, şi schimbarea limitelor integralelor definite, astfel:

- pentru partea în spirală a arcului
  - •în loc de $S = 0$ devine $\rho = \rho_0$;
  - •în loc de $S = L_c$ devine $\rho = \rho_{e0}$;
- pentru porţiunea în formă de S a elementului elastic
  - •în loc de $S = 0$ devine $r_s = r_{s\,max}$;

•în loc de $S = L_s$ devine $r_s = r_{s0}$.

Ca atare, integralele definite se transformă în

$$\alpha_C = \frac{2\pi}{hl}\int_{\rho_0}^{\rho_{e0}} \theta\rho\, d\rho, \tag{3.58}$$

$$\alpha_S = \frac{2\pi}{hl}\int_{r_{smax}}^{r_{s0}} \theta_s r_s\, dr_s. \tag{3.59}$$

În consecinţă, numărul de spire pentru părţile - spirală şi în formă de S - ale arcului se obţin cu relaţiile

$$n_{CB} = \frac{\alpha_C}{2\pi} = \frac{1}{hl}\int_{\rho_0}^{\rho_{e0}} \theta\rho\, d\rho, \tag{3.60}$$

$$n_{CBS} = \frac{\alpha_S}{2\pi} = \frac{1}{hl}\int_{r_{smax}}^{r_{s0}} \theta_s r_s\, dr_s.$$

În aceste relaţii, mărimea unghiurilor de deformaţie θ şi θ_s se determină pe baza expresiilor (3.46), (3.47) şi (3.48), în funcţie de procedeul tehnologic de fabricaţie întrebuinţat. Integralele definite cu relaţiile (3.60) şi (3.61) pot fi rezolvate, cu uşurinţă, prin *metode grafice*. În acest scop se vor multiplica ambii membri ai relaţiilor (3.46), (3.47) şi (3.48), respectiv cu ρ şi r_s, obţinîndu-se

$$\theta\rho = \frac{p}{a_1}\left(\frac{l}{\rho} - \varphi_s\right)^k \rho, \tag{3.62}$$

$$\theta_s r_s = \frac{p}{a_1}\left(\frac{l}{r_s} - \varphi_s\right)^k r_s, \tag{3.63}$$

$$\theta_s r_s = \left\{\frac{p}{a_1}\left(\frac{1}{r_s} - \varphi_s\right)^k - \frac{p}{a_1}\left[\frac{1}{\rho_{os}} + \frac{p}{a_1}\left(\frac{1}{r_s} - \varphi_s\right)^k - \varphi_s\right]^k\right\} r_s. \tag{3.64}$$

Atribuindu-se diferite valori razei ρ, între limitele ρ_0 şi ρ_{e0}, în relaţia (3.62), se construieşte curba $\theta\rho = f(\rho)$ pentru partea spirală a arcului, ce se plasează deasupra axei absciselor (fig.3.47). Apoi, dîndu-se diverse valori razei r_s, între limitele $r_{s\,max}$ şi r_{s0}, în relaţia (3.63) sau (3.64), se construieşte similar graficul curbei $\theta_s r_s = f_1(r_s)$ pentru porţiunea

în formă de S a arcului, care se aşază în partea de jos a axei absciselor, opus celui pentru partea spirală.

Întrucât ariile cuprinse între axa absciselor şi curbele funcţiilor $\theta\rho = f(\rho)$ şi $\theta_s r_s = f_1(r_s)$, din figura 3.47, corespund integralelor

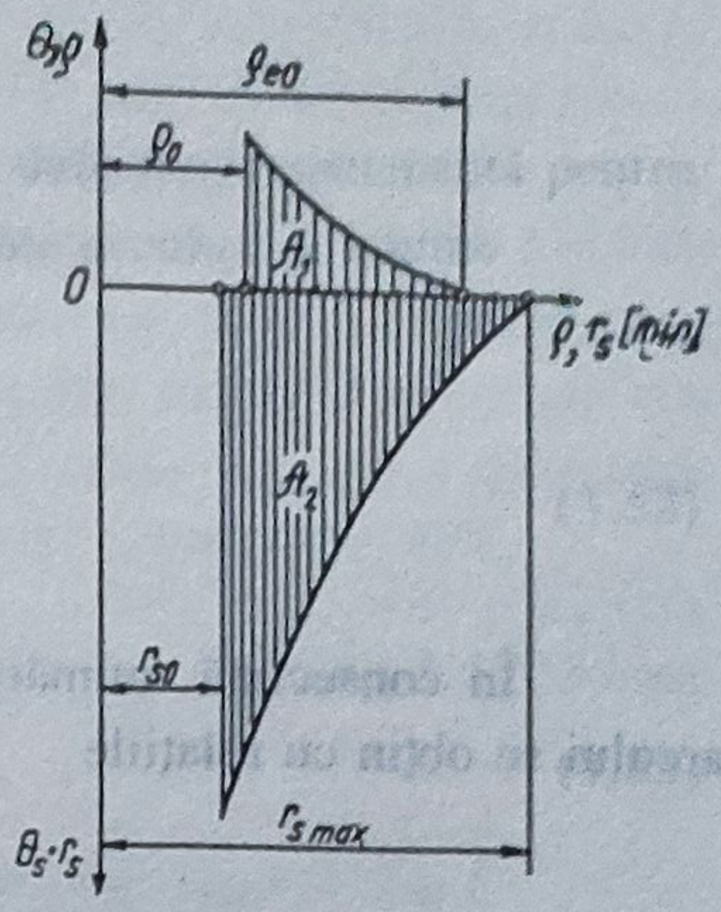


Fig.3.47

$$\int_{\rho_0}^{\rho_{e0}} \theta\rho\, d\rho \quad \text{şi} \quad \int_{r_{smax}}^{r_{s0}} \theta_s r_s\, dr_s,$$

notîndu-le, respectiv cu *A1* şi *A2*, se pot pune relaţiile (3.60) şi (3.61) în felul următor :

$$n_{CB} = \frac{A_1}{hl}$$

şi

$$n_{CBS} = \frac{A_2}{hl}.$$

În acest mod, determinîndu-se separat valorile numărului de spire aferent părţii spirale, n_{CB}, şi al porţiunii în formă de *S*, n_{CBS}, se poate stabili numărul de spire libere al arcului examinat, astfel :

$$n_{lS} = n_{CB} - n_{CBS} = (A1 - A2)/hl. \qquad (3.67)$$

Mărimile momentelor de torsiune ale arcului în formă de *S*, M_{tmin} şi M_{tmax} se pot obţine cu aproximaţie, utilizându-se relaţiile similare de la arcurile spirale plane motoare, în care s-a ţinut seama de valorile numerelor de spire, având expresiile (3.65), (3.66) şi (3.67).

3.6.3. Proiectare. Calcul

În principiu, proiectarea unor astfel de arcuri pentru norme funcţionale riguroase, bine studiate, se poate efectua cu metodele aplicate în cazul arcurilor spirale plane motoare. Solicitările fiind similare, în calculul la rezistenţă trebuie ţinut seama, însă, de condiţiile pe care să le îndeplinească unele caracteristici mecanice în vederea atingerii scopului final : *realizarea şi menţinerea formei, precum şi asigurarea corespunzătoare a calităţii elementului elastic.*

4 SISTEME OSCILANTE MECANICE DE PRECIZIE CU ELEMENTE ELASTICE

4.1. Noţiuni de bază. Clasificări

Sistemele oscilante mecanice de precizie — cu numeroase utilizări în diverse domenii ale tehnicii măsurării şi controlului — sunt *ansambluri de elemente elastice* asociate, în unele cazuri, cu *elemente rigide* supuse la legături şi având capacitatea de a disipa o parte din energia mecanică, transformând-o în alte forme de energie. Aceste sisteme pot fi caracterizate cu ajutorul a trei parametri: *masa*, *constanta elastică* şi *constanta de amortizare*.

Masa unui sistem oscilant mecanic poate fi concentrată în unul sau mai multe puncte, respectiv poate fi distibuită uniform sau după o anumită lege, dată de geometria elementelor componente.

Proprietăţile elastice ale unui astfel de sistem sunt determinate de caracteristicile elastice ale elementelor deformabile din acesta. Caracteristicile respective constituie expresia legăturii dintre *deformaţia elementului elastic* şi *forţa* sau *momentul* care o produce. Dacă relaţia este de proporţionalitate, elementul elastic este *liniar* şi poate fi caracterizat printr-o constantă elastică.

Repartizarea proprietăţilor elastice în sistem poate fi *discretă* sau *continuă*. În ce priveşte repartizarea discretă a proprietăţilor elastice, aceasta se întâlneşte la *sistemele cu mase concentrate*.

La astfel de sisteme, *masele concentrate aparţin elementelor rigide*,iar *elementele elastice*, cu *masa neglijabilă*, formează *legăturile interioare şi exterioare* ale acestora. Repartiţia continuă a acestora implică o distribuţie similară a proprietăţilor elastice, sistemul fiind format din unul sau mai multe elemente deformabile. În acest caz, deformaţia sistemului este determinată de *rigiditatea sa*, mărime fundamentală a mecanicii corpurilor deformabile.

Proprietăţile de amortizare se manifestă prin capacitatea sistemului de a disipa energia mecanică, transformând-o în alte forme de energie. După cum frecările au loc între elementele sistemului oscilant şi mediul înconjurător sau în interiorul sistemului (îmbinări, material), amortizarea poate fi *externă* sau *internă*.

Amortizarea externă este caracterizată prin existenţa în sistem a unor forţe de legătură rezistente, aplicate numai masei în mişcare. Spre deosebire de aceasta, amortizare internă este relevantă numai prin apariţia unei bucle de histerezis în diagrama forţă-deplasare trasată pentru un ciclu complet de încărcare-descărcare al elementului elastic. Aria suprafeţei închise de bucla de histerezis este proporţională cu energia disipată într-un ciclu.

Studiul fundamental de amortizare arată că se pot adopta diferite *legi matematice* care să aproximeze forţa rezistentă sau energia disipată. Astfel, pentru amortizarea externă, cele mai cunoscute legi sunt:

a) *legea forţei de frecare vâscoase,* proporţională cu viteza relativă dintre mediile în mişcare;

b) *legea forţei de frecare uscate*, constante şi de semn neschimbat în decursul unei semiperioade.

În ceea ce priveşte amortizarea internă s-a stabilit existenţa a *două mari categorii de materiale*: unele pentru care amortizarea depinde atât de amplitudinea mişcării, cât şi de frecvenţa acesteia, şi altele pentru care amortizarea depinde numai de amplitudinea mişcării. Primul tip de amortizare internă se numeşte *vâscoelastică* iar cel de-al doilea- *amortizare histerezică*.

4.2. Sisteme oscilante mecanice cu masa concentrată

4.2.1. Tipuri constructive reprezentative. Principiu funcţional. Materiale.

Regulatoarele de împiedicare pentru uniformizarea mişcării, cu oscilaţii proprii, care au făcut posibilă rezolvarea funcţională, corespunzător cerinţelor, la ceasornicele mecanice portabile sunt cele la care sistemul oscilant mecanic cu masa concentrată este

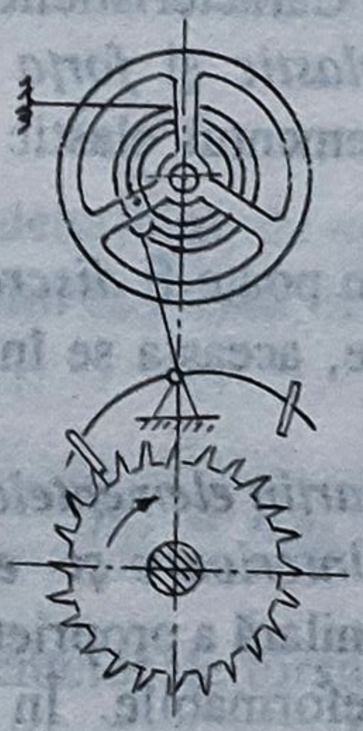


Fig.4.1

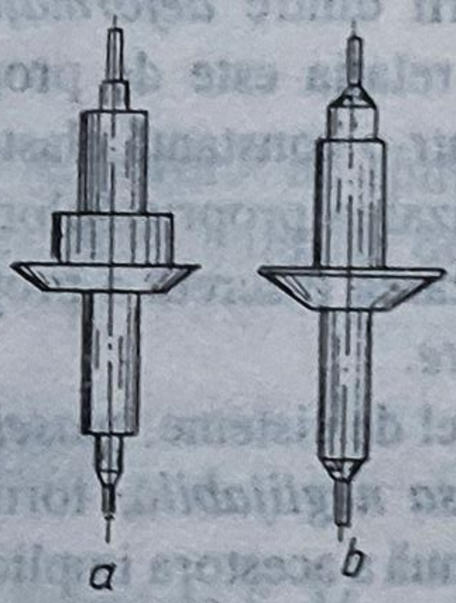


Fig.4.2

reprezentat prin *sistemul balansier-arc spiral*. Acesta este cel care realizează, în fond, măsurarea timpului la astfel de ceasornice. În acest caz, sistemul oscilant este cooperant în procesul de funcţionare cu cel de mişcare numai într-o perioadă scurtă de oscilaţie (fig.4.1). De menţionat că, la cronometrele pentru marină, arcul spiral este înlocuit printr-un arc elicoidal.

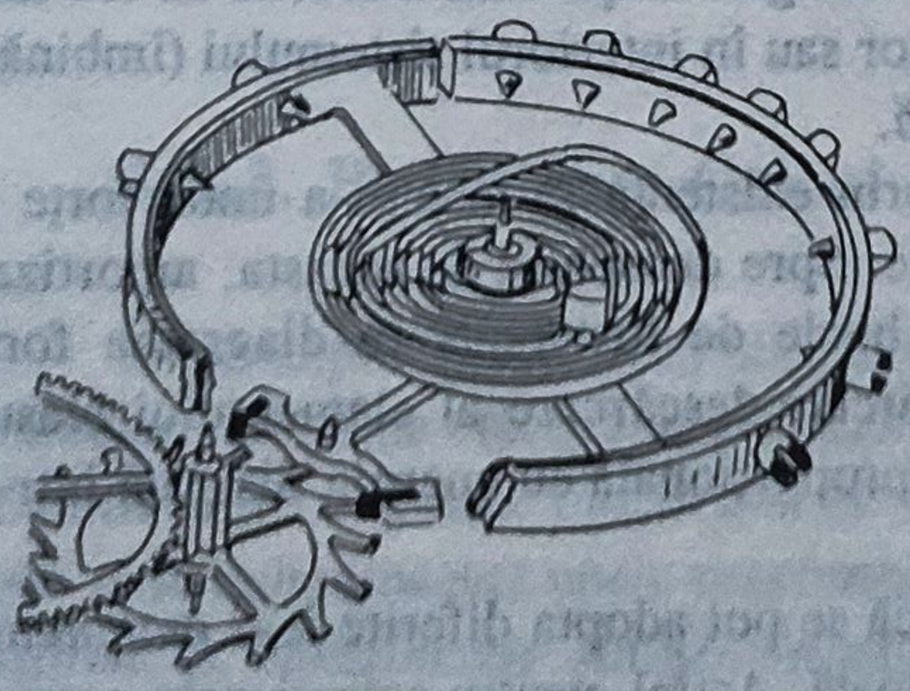


Fig.4.3

Balansierul cuprinde, ca parte funcţională deosebită, *roata oscilatoare* care se montează pe *arborele balansierului*, reprezentat în figura 4.2, prin presare, urmată de o sertisare direct pe un *umăr* al arborelui (fig.4.2, *a*).

În figura 4.2, *b* este expusă o altă formă a arborelui balansierului, la care lipseşte umărul pentru sertisarea roţii oscilatoare.

Capătul interior al arcului spiral este fixat de o *rolă* care se montează, de asemenea, printr-un ajustaj cu strângere, astfel încât să poată fi rotită pe arborele balansierului. Pe acest arbore se mai montează, de obicei, o *rolă dublă* (compusă din rola de impuls şi rola de siguranţă).

Capătul exterior al arcului spiral se va fixa de o parte imobilă a mecanismului. Arborele balansierului se sprijină în lagăre din piatră cu alezaj şi placă de acoperire sau în anumite construcţii speciale.

Pentru a se urmări *modul de funcţionare al sistemului oscilant balansier-arc spiral* (fig.4.3), se consideră un mecanism cu roata oscilatoare montată fără eşapament şi, dacă balansierul se găseşte în poziţia mijlocie (de repaus), se roteşte roata oscilatoare cu un unghi de circa 90°. Prin aceasta, arcul spiral, care nu a fost tensionat, ajunge într-o stare tensionată şi înmagazinează o anumită energie potenţială, fiind deformat. Eliberându-se roata oscilatoare sub acţiunea forţei arcului, elementul elastic se va pune în mişcare în sensul revenirii la poziţia mijlocie, adică energia potenţială se transformă în energie cinetică. În timpul acestei mişcări, roata oscilatoare, respectiv masa acesteia, acumulează o anumită energie cinetică. Datorită inerţiei, roata oscilatoare, în intervalul corespunzător oscilării, va trece dincolo de poziţia mijlocie până când inerţia va fi compensată de forţa elastică a arcului. În acest moment a atins elongaţia maximă, când dispune din nou de o energie potenţială care se va transforma în energie cinetică în timpul întoarcerii către poziţia mijlocie. Dacă frecarea cu aerul nu ar consuma treptat energia înmagazinată în sistem prin prima scoatere din poziţia mijlocie (de echilibru), oscilaţiile acestea ar continua la infinit. Datorită, însă, acestor frecări, oscilaţiile se amortizează. De aceea este necesar ca balansierului să i se transmită la fiecare oscilaţie simplă o anumită energie sub forma unui impuls.

Balansierul poate fi realizat în foarte multe variante constructive în raport de destinaţia mecanismului, de precizia impusă, de condiţiile de exploatare şi de un şir întreg de alţi factori.

Roata oscilatoare se caracterizează, în mod similar, printr-o diversitate de tipuri, astfel:

a) *Roata oscilatoare simplă monometalică* (fig.4.4, *a*). Aceasta este executată din *alamă*, *alpaca* sau *bronz cu beriliu*. Obada roţii oscilatoare nu este secţionată (întreruptă). În trecut, aceste roţi se foloseau numai la ceasornicele de calitate inferioară, deoarece, dacă se utilizau împreună cu un arc spiral din oţel sau din bronz care îşi modifica elasticitatea odată cu variaţia temperaturii, această modificare trebuia compensată de o schimbare a momentului de inerţie al roţii oscilatoare. În prezent se folosesc roţi oscilatoare monometalice şi la ceasornicele de calitate bună, întrucât noile materiale metalice întrebuinţate pentru arcurile spirale nu-şi modifică caracteristicile la variaţii ale temperaturii. Pe de altă parte, actualmente, se cunosc *procedee dinamice de echilibrare a balansierului*, fapt care nu mai face necesară folosirea şuruburilor de echilibrare.

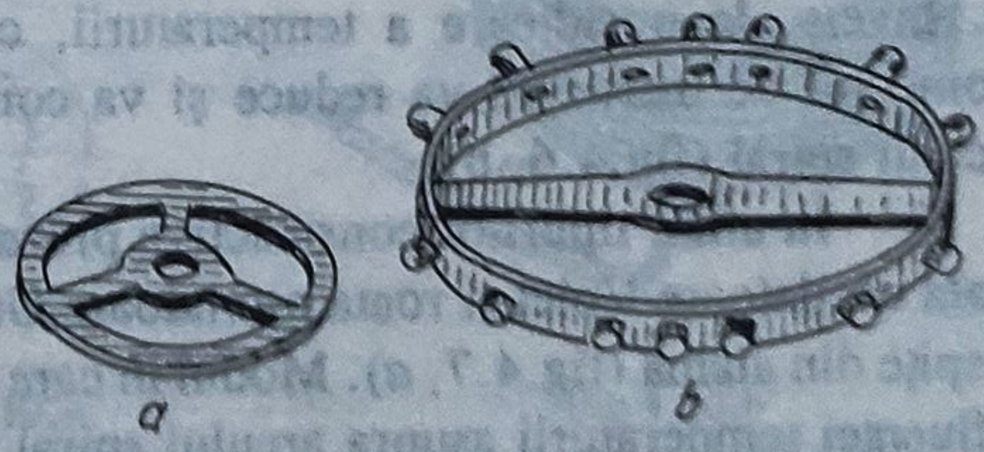


Fig.4.4

b) *Roata oscilatoare monometalică cu şuruburi* (fig.4.4, *b*). Pe suprafaţa exterioară a acestei roţi sunt prevăzute găuri filetate pentru şuruburi, prin a căror înşurubare, mai mult sau mai puţin adâncă, se modifică valoarea momentului de inerţie.

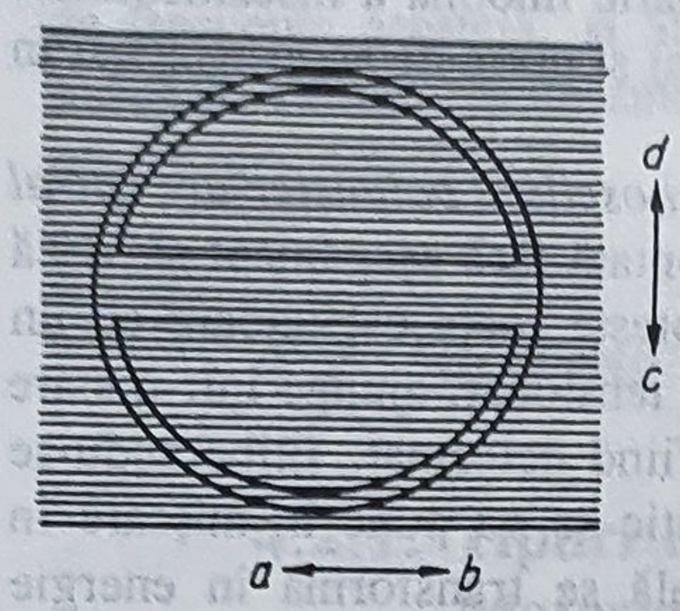


Fig.4.5

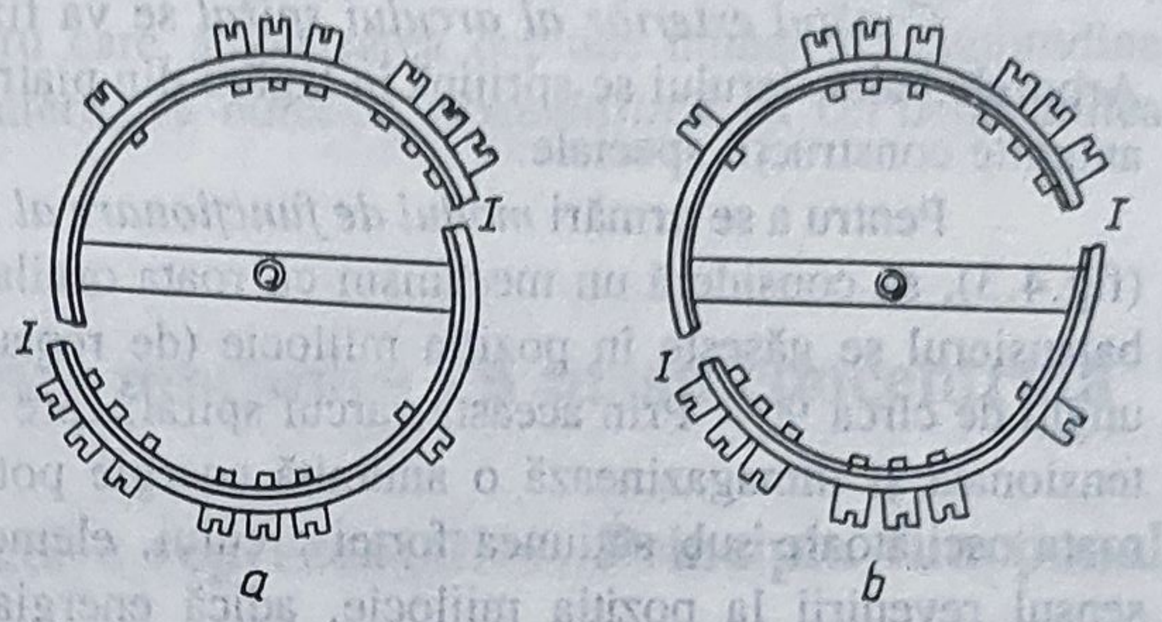


Fig.4.6

c) *Roata oscilatoare anizotropă* (fig.4.5). Aceasta se ştanţează din tablă din material anizotrop, de exemplu, zinc sau un aliaj cu adaos mai redus de cupru, laminat. Acest material se caracterizează prin aceea că cristalizează în reţea hexagonală care are o alungire în direcţia axei principale de trei ori mai mare decât în celelalte direcţii. La laminare, majoritatea cristalelor se aranjează cu axa principală în direcţia laminării *a-b*. Dacă se ştanţează roţile oscilatoare astfel încât cele două spiţe să fie orientate după direcţia laminării, se va obţine o alungire respectiv o modificare a momentului de inerţie la creşterea temperaturii. Această soluţie a fost propusă în anul 1928 de către Straumann. Astfel de roţi oscilatoare pot compensa erori, datorită temperaturii, de 1... 2 s/grd.zi.

d) *Roata oscilatoare de compensaţie bimetalică* (fig.4.6). *Obada* acestei roţi este constituită din *două inele din materiale metalice deosebite*, lipite între acestea, care se **caracterizează printr-un *coeficient de dilatare diferit*.**

Astfel, de exemplu, inelul interior se execută din *oţel*, iar cel exterior din *alamă*. Obada este întreruptă în două locuri I în imediata apropiere a spiţelor. La o scădere a temperaturii, capetele libere ale obezii se deschid, distanţându-se de centru. În acest mod, momentul de inerţie va creşte şi va compensa *tendinţa de grăbire* datorită arcului (fig.4.6, *a*). Invers, la o ridicare a temperaturii, capetele se vor apropia de centru. Ca atare, momentul de inerţie se va reduce şi va compensa, astfel, *tendinţa de întârziere* datorită arcului spiral (fig.4.6, b)

În afara tipurilor constructive prezentate, mai există şi alte variante, de exemplu, roata oscilatoare Volet şi roata oscilatoare Guillaume. Prima constă dintr-o obadă din invar şi spiţe din alamă (fig.4.7, *a*). Modul în care se poate compensa variaţia de mers, din cauza influenţei temperaturii asupra arcului spiral, se observă în figurile 4.7, *b* şi 4.7, *c*.

Arcul spiral — componentă de bază a sistemului oscilant mecanic cu masa concentrată — prezintă, de asemenea, forme diferite. De menţionat că *precizia de funcţionare a ceasornicelor este dată*, în primul rând, *de calităţile arcului spiral*. La cele dintâi ceasornice mici, balansierul oscila fără a avea un arc spiral (Foliot). Oscilaţiile au fost neuniforme şi perioada nu putea fi reglată. În 1675, Chr. Huygens a descoperit şi folosit arcul spiral (fig.4.8), care era executat din *cupru* sau din *oţel* şi avea *puţine spire*.

Cu toate aceste neajunsuri a adus ceasornicelor cu balansier îmbunătăţirea necesară pentru a atinge precizia de funţionare a ceasornicelor cu pendul din acea vreme.

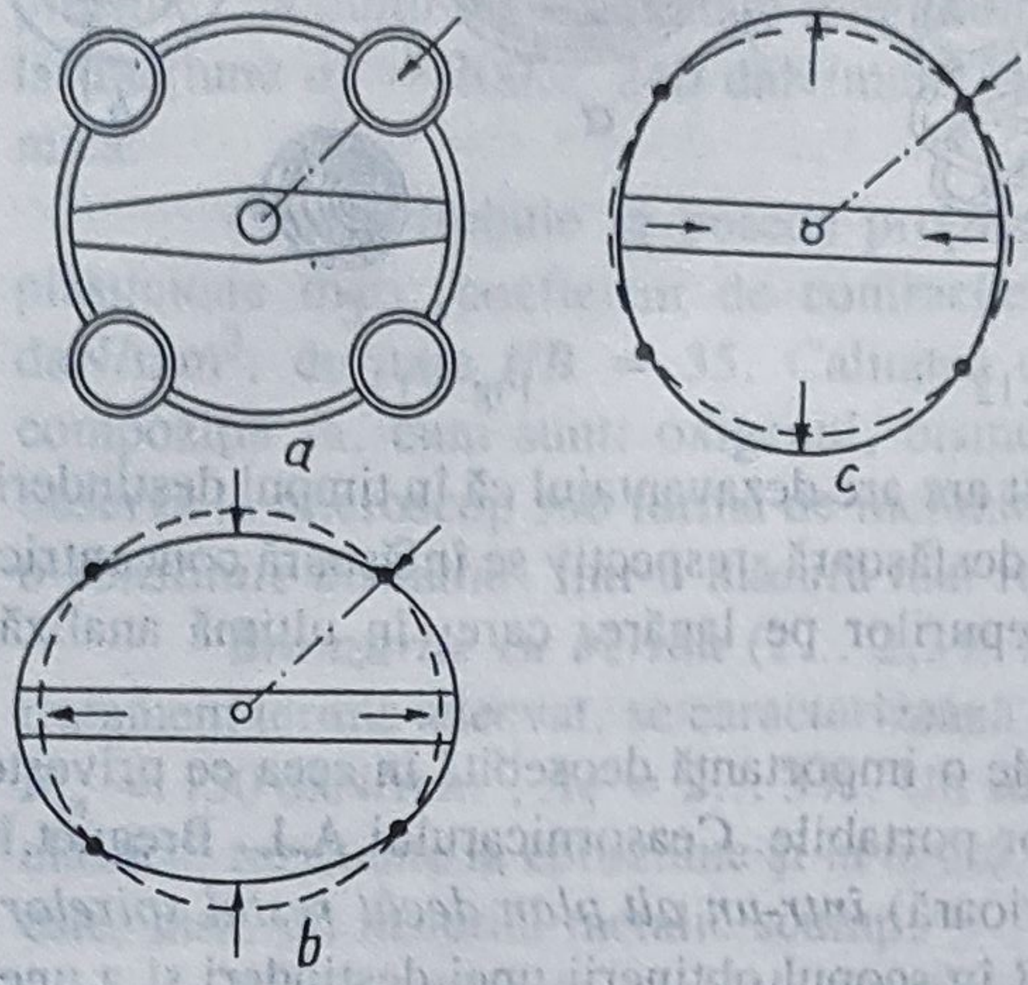


Fig.4.7

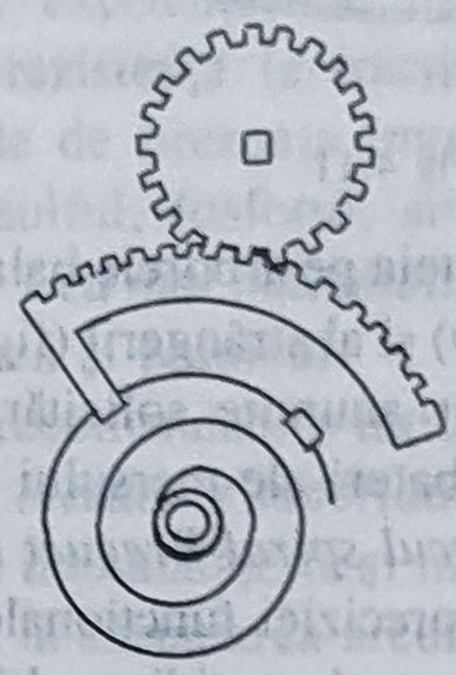


Fig.4.8

Încă din anul 1675, fizicianul R. Hooke (1635-1703), care a avut, de asemenea, ideea introducerii arcului spiral din oţel la ceasornice, cunoştea *influenţa temperaturii asupra sistemului balansier-arc spiral*.

În jurul anului 1700, de la Hire a propus folosirea unui *arc ondulat* (fig.4.9). Au mai existat şi alte iniţiative, ca de exemplu: *arcul elicoidal cilindric* (fig.4.10, *a* şi *b*) prevăzut cu *curbele terminale (de capăt) 1* şi *2*, prin care se realiza legătura cu balansierul şi butucul de frecare al acestui arc. Introducerea arcului elicoidal în 1782 se atribuie lui J. Arnold. Curbele *1* şi *2* aveau rolul de a asigura elementului elastic o *desfăşurare uniformă în timpul oscilaţiilor*.

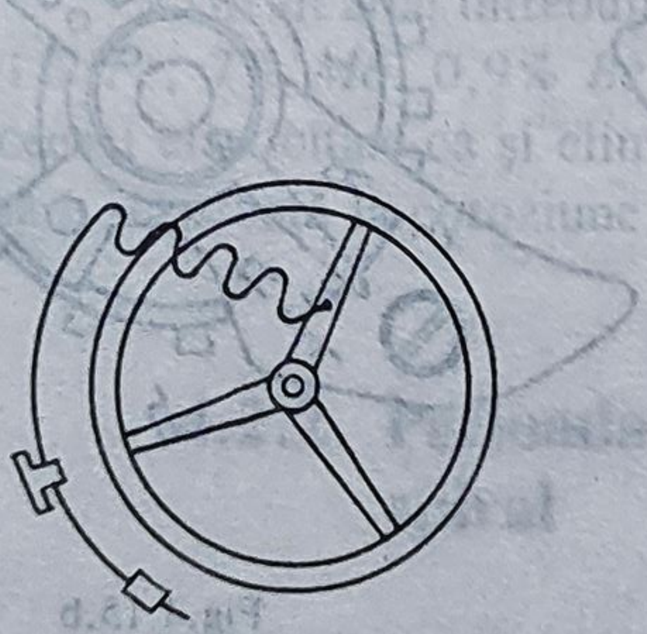


Fig.4.9

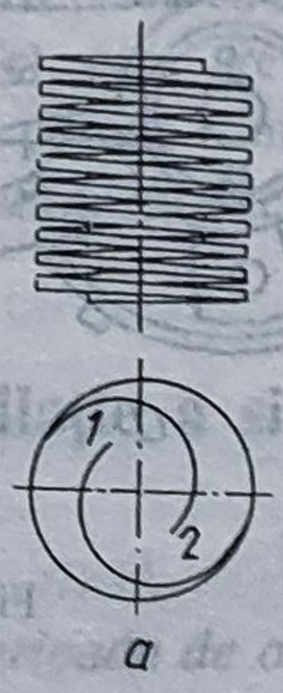


Fig 4.10,a

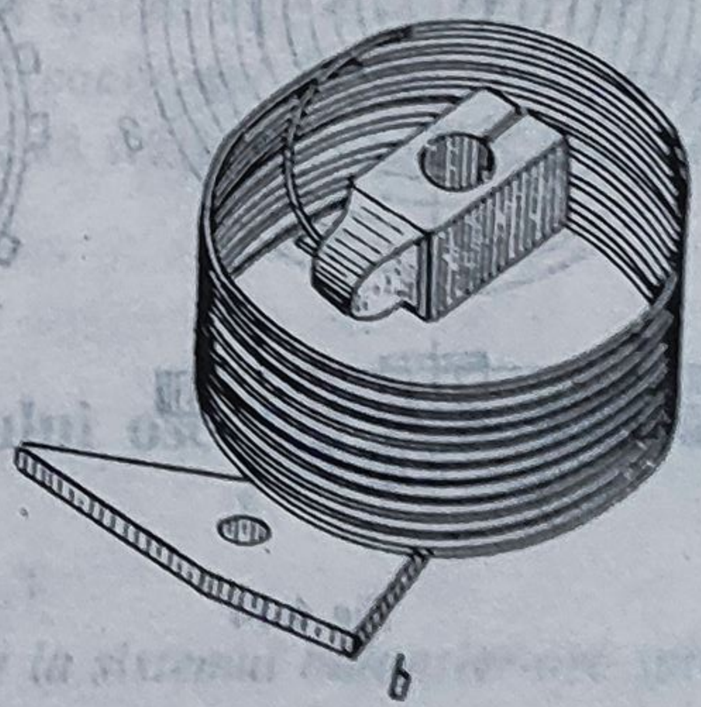


Fig 4.10,b

Au mai fost şi alte propuneri, ca: *arcul elicoidal conic* (fig.4.11) al lui L. Berthoud, *arcul elicoidal tip butoi* (fig.4.12) al lui F. Havriet etc. Acestea aveau ca scop să micşoreze influenţa poziţiei excentrice a arcului asupra perioadei de timp a oscilaţiei.

În ultimul timp la ceasornicele mecanice portabile se folosesc numai arcuri spirale şi arcuri elicoidale cilindrice.

Arcul spiral plan este reprezentat în figura 4.13, *a*, fiind fixat cu capătul interior de rola *1*, iar cu capătul exterior de butucul *2*. Rola *1* este crestată, ceea ce face posibilă

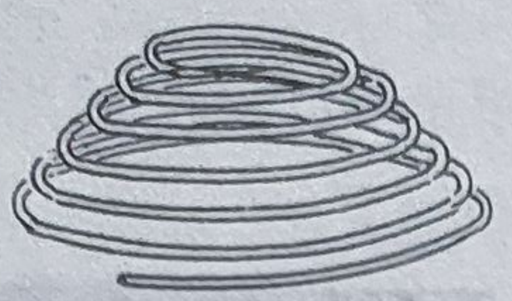


Fig.4.11

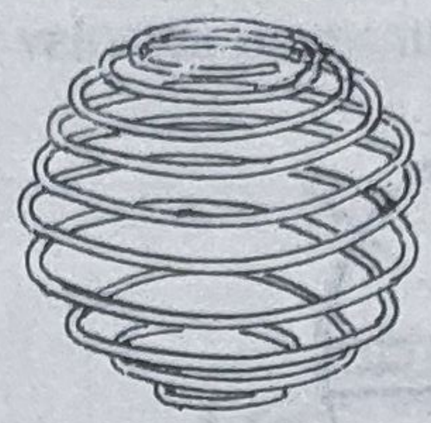


Fig.4.12

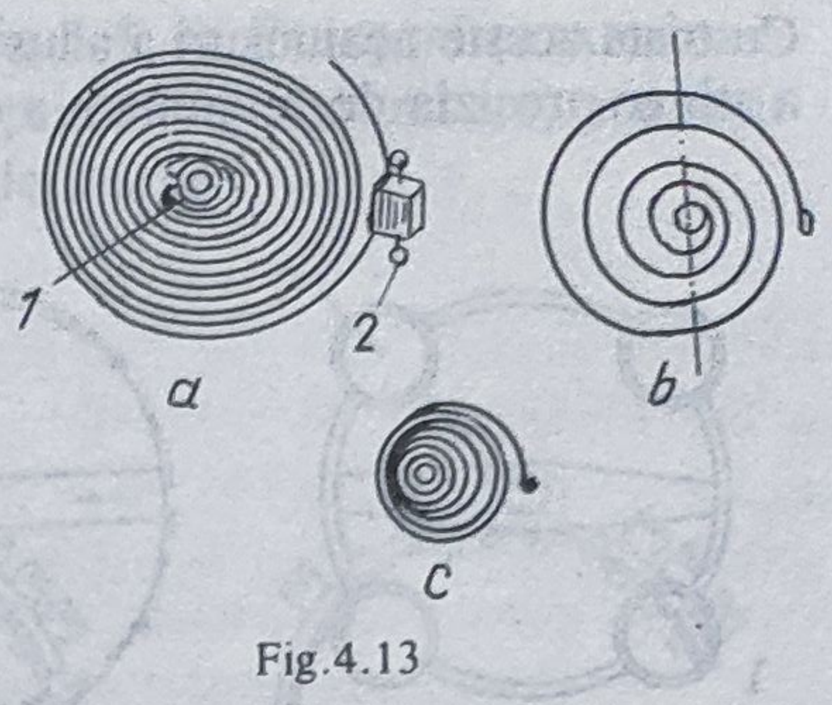


Fig.4.13

rotirea acesteia pe arborele balansierului. Acest arc are dezavantajul că în timpul destinderii (fig.4.13, *b*) şi al strângerii (fig.4.13, *c*) nu se desfăşoară, respectiv se înfăşoară concentric. Astfel, apar anumite solicitări laterale ale cepurilor pe lagăre, care, în ultimă analiză, provoacă abateri ale mersului ceasornicului.

Arcul spiral Breguet (fig.4.14) este de o importanţă deosebită în ceea ce priveşte asigurarea preciziei funcţionale a ceasornicelor portabile. Ceasornicarului A.L. Breguet îi aparţine ideea *de a ridica ultima spiră* (exterioară) *într-un alt plan decât restul spirelor*, atribuind acestei spire forma empirică *1*, *2*, *3* în scopul obţinerii unei destinderi şi a unei strângeri concentrice a arcului spiral. Această formă este întâlnită, actualmente, la toate ceasornicele mecanice de calitate superioară. În raport cu *sensul de înfăşurare* se deosebesc: arcuri spirale spre stânga (fig.4.15, *a*), respectiv arcuri spirale spre dreapta (fig.4.15, *b*).

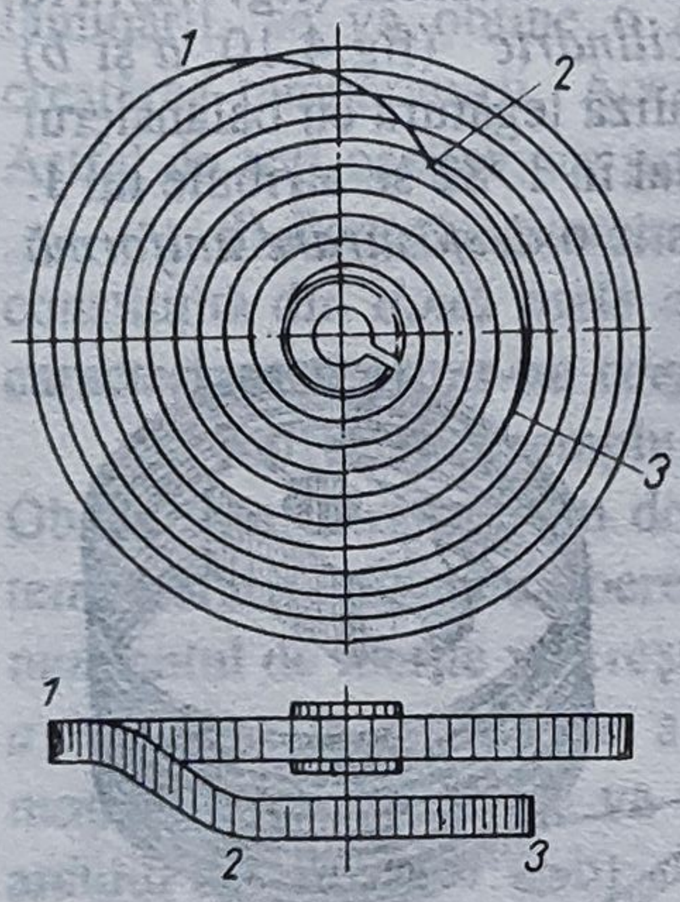


Fig.4.14

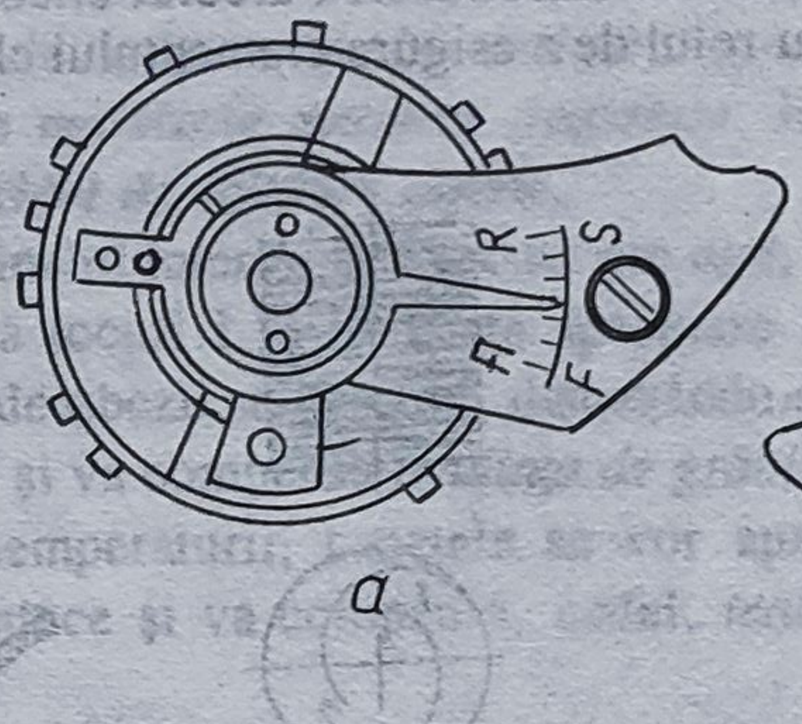


Fig.4.15,a

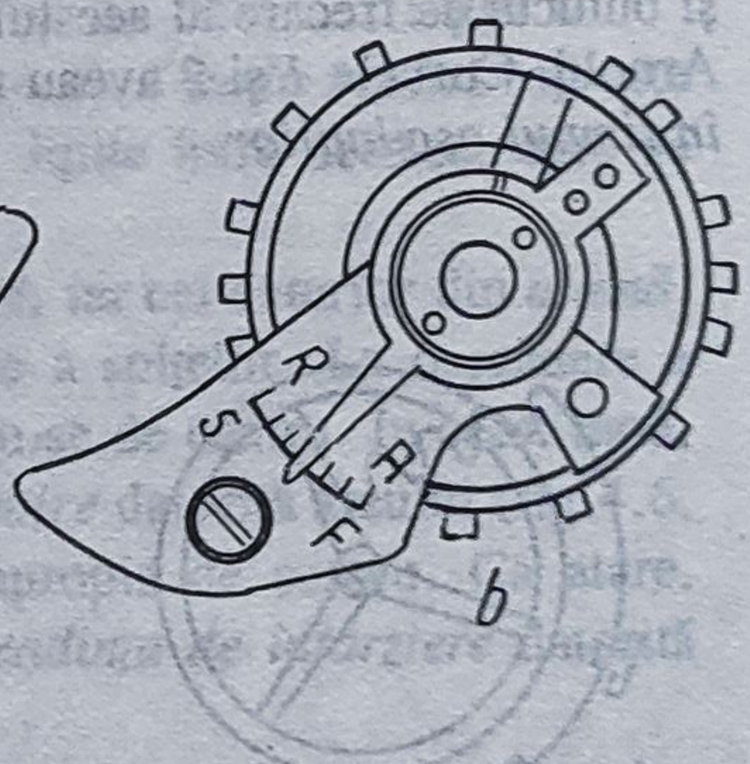


Fig.4.15,b

Arcul elicoidal cilindric, reprezentat în figura 4.10, *a* şi *b*, îşi găseşte aplicaţie la *cronometrele marine*. Inginerul francez E. Phillips a determinat în 1861 condiţiile care trebuie îndeplinite de curbele terminale ale acestuia. De atunci, acestea poartă denumirea de *curbele terminale Phillips*. Spira terminală *1* este legată direct de butucul *2*, care îndeplineşte şi rolul de reglare.

Materialele metalice întrebuinţate pentru confecţionarea arcurilor spirale sunt: *oţelul*, *cuprul*, *bronzul* şi *aliajele speciale*. Avându-se în vedere anumite caracteristici deosebite pe care trebuie să le posede aceste elemente elastice faţă de cele obişnuite,

materialele metalice menţionate trebuie să le confere proprietăţile următoare: *elasticitate, rezistenţă la rupere şi rezistenţă la coroziune mari; insensibilitate faţă de influenţele câmpurilor magnetice; coeficient de dilatare liniară redus.* Astfel, *oţelul de arc* trebuie să prezinte: modulul de elasticitate longitudinal $E = 20\,000 \ldots 22\,000$ daN/mm^2; rezistenţa la tracţiune $\sigma_t = 200 \ldots 240$ daN/mm^2; duritatea Vickers = 400... 500 HV; amortizare mică.

Cuprul trebuie să posede proprietăţi tehnologice excelente, ca: maleabilitate şi plasticitate mari; coeficient de contracţie mic (2,1%); rezistenţă la tracţiune $\sigma_t \approx 20$ daN/mm^2; duritate $HB = 35$. Calitatea cuprului depinde de prezenţa impurităţilor din compoziţia sa, cum sunt: oxigenul, bismutul, plumbul, sulful, fosforul, stibiul, care se observă la microscop sub formă de incluziuni sau pelicule. *Cea mai dăunătoare impuritate o constituie bismutul*. Într-o măsură mai redusă influenţează şi plumbul.

Bronzurile cu beriliu (2... 2,3% Be) sunt aliaje recomandabile întrucât, după un tratament termic adecvat, se caracterizează prin *proprietăţi mecanice superioare*, şi anume: $R_m \approx 150$ daN/mm^2; $A_5 = 2 \ldots 3\%$. Un adaos de nichel le îmbunătăţeşte şi mai mult. Sunt elastice, rezistente la coroziune şi la uzură, fiind valoroase la executarea arcurilor. Beriliul este, însă, un material metalic scump.

Printre *aliajele speciale* întrebuinţate exclusiv în industria de ceasornice şi în industriile înrudite cu aceasta (de aparate fine de măsurare şi de control), la început s-a folosit, pentru fabricarea arcurilor spirale, *invarul*. Acesta conţine 36% *Ni* şi 64% *Fe* şi posedă la temperatura obişnuită un *coeficient de dilatare liniară foarte mic*, şi anume 10^{-6}mm/m.grd. Aliajul se mai întrebuinţează şi la confecţionarea diferitelor piese care trebuie să nu fie influenţate de temperatura din aparatajul de măsurare şi de control. De asemenea, serveşte la fabricarea tijelor ceasornicelor cu pendul de mare precizie şi la realizarea balansierelor. Pentru arcurile spirale, invarul a fost înlocuit cu un alt aliaj similar denumit *elinvar* (noţiune provenită de la „elasticitate invariabilă") care conţine 36% *Ni* şi 12% *Cr*, iar, în cantităţi mici — *mangan, wolfram, carbon şi restul fier*. Acest aliaj, la temperaturi cuprinse între 10 şi 50°C, nu-şi schimbă aproape deloc elasticitatea.

Un alt aliaj întrebuinţat la confecţionarea arcurilor spirale este *nivaroxul* (30% *Ni*, 61% *Fe*, 7% *Mo*, 0,9% *Be*, restul *Cr*), care are acelaşi coeficient de dilatare liniară şi aceeaşi elasticitate ca şi elinvarul, dar posedă o mai ridicată rezistenţă mecanică şi o mai mare rezistenţă la coroziune, fiind şi antimagnetic.

4.2.2. Perioada de oscilaţie a sistemului oscilant balansier-arc spiral

Mărimile care influenţează *perioada de oscilaţie la sistemul balansier-arc spiral* sunt:

— *momentul de inerţie al tuturor maselor* care se află în mişcare de oscilaţie;

— *constanta elastică a arcului spiral*, care depinde de lungimea acestuia, de dimensiunile secţiunii sale transversale şi de caracteristicile mecanice ale materialului metalic întrebuinţat.

Întrucât momentul de inerţie al unei mase creşte cu pătratul distanţei până la axa de oscilaţie, pentru a se obţine la roata oscilatoare un anumit moment de inerţie se recomandă acesteia *soluţia constructivă: butuc mic, spiţe subţiri şi uşoare şi obadă mai*

grea.

Folosirea unui disc plin în locul unei roţi cu spiţe, la acelaşi moment de inerţie, ar presupune o masă mult mai mare. Aceasta ar avea drept urmare o încărcare suplimentară a cepului şi a lagărului.

Diametrul spirei exterioare a arcului spiral trebuie să nu fie nici mai mic de jumătate din diametrul roţii oscilatoare şi nici mai mare de 2/3 din acelaşi diametru. Perioada unei oscilaţii simple (corespunzătoare unei bătăi, respectiv corespunzător intervalului dintre două transmiteri de impulsuri) este dată de relaţia

$$T_0 = 2\pi\sqrt{J/c'} \,. \tag{4.1}$$

Momentul de inerţie al masei totale M a sistemului în mişcare de oscilaţie, *J*, este dat de relaţia

$$J = M \cdot r^2, \tag{4.2}$$

în care *r* reprezintă raza de inerţie, adică distanţa la care s-ar situa masa *M* presupusă punctiformă, pentru a avea acelaşi moment de inerţie cu sistemul oscilant balansier-arc spiral.

Constanta elastică a arcului spiral c' are expresia

$$c' = M_a/\varphi = (E \cdot b \cdot h^3 \cdot \alpha)/(12 \cdot 57{,}3 \cdot l)\,, \tag{4.3}$$

în care: *E* este modulul de elasticitate longitudinal al materialului metalic din care este executat arcul spiral; *b*, *h* — lăţimea, respectiv grosimea arcului spiral; *l* — lungimea arcului spiral; α — unghiul de oscilaţie al sistemului, exprimat în grade. Perioada de oscilaţie este independentă de valoarea unghiului de oscilaţie, deoarece *oscilaţiile sunt izocrone*. Din acest motiv se va lua constanta elastică pentru oscilaţia de 1 rad = 57,3°.

Înlocuindu-se în relaţia (4.1) expresiile lui *J* şi *c'*, se obţine

$$T_0 = 4\pi\sqrt{(3l \cdot J)/(b \cdot h^3 \cdot E)}\,. \tag{4.4}$$

Din examinarea acestei relaţii se deduce că singura mărime variabilă la o roată oscilatoare şi la un arc spiral, care sunt date, este *lungimea arcului spiral* (lungimea activă a acestuia care participă la oscilaţie). În practică, potrivirea mersului, respectiv corectarea abaterilor, se efectuează tocmai prin modificarea lungimii *l*. În anumite condiţii se poate modifica şi raza de inerţie a sistemului oscilant.

4.2.3. Lungimea arcului spiral considerat ca o spirală a lui Arhimede

Fie arcul spiral plan reprezentat în figura 4.16. Ecuaţia polară a spiralei lui Arhimede este

$$r = a \cdot \theta, \tag{4.5}$$

unde r semnifică raza vectoare, care face unghiul θ (exprimat în radiani) cu axa Ox şi a — o constantă.

Pasul spiralei p este distanţa dintre două puncte ale curbei, corespunzând la două unghiuri polare care diferă între ele cu 2π. Rezultă: $r_1 = a \cdot \theta_1$ şi $r_2 = a(\theta_1 + 2\pi)$, de unde

$$p = r_2 - r_1 = a \cdot 2\pi.$$

Între pasul p şi constanta a există relaţia $a = p/(2\pi)$.

Lungimea unui arc de curbă a cărui ecuaţie polară este $\theta = f(r)$ se determină cu relaţia generală

$$l = \int_{r_1}^{r_2} \left[1 + r^2(d\theta/dr)^2\right]^{1/2} dr. \tag{4.6}$$

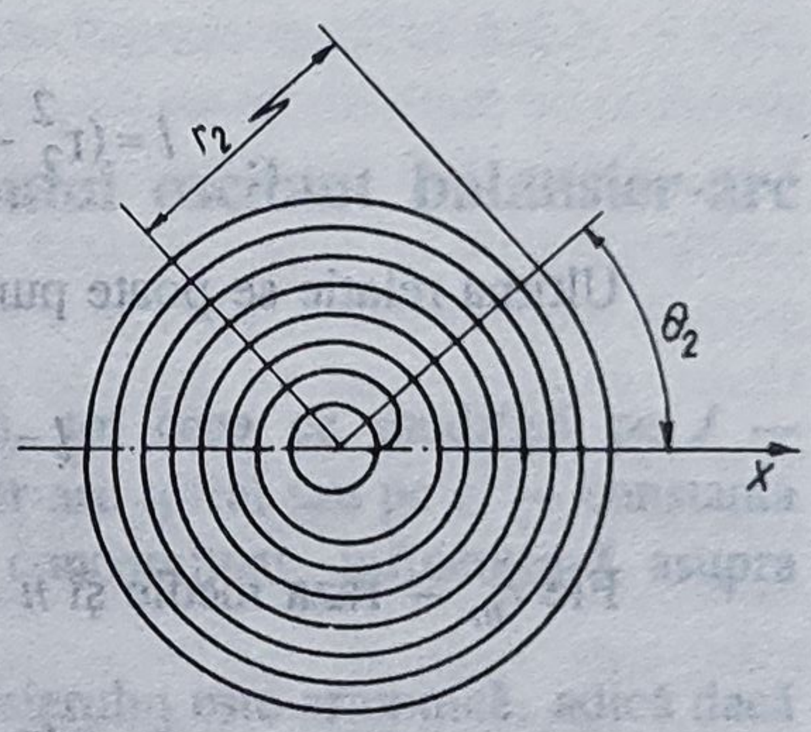


Fig.4.16

Aplicată la spirala lui Arhimede, expresia (4.6) devine

$$l = \int_{r_1}^{r_2} \sqrt{1 + (r/a)^2}\, dr \tag{4.7}$$

iar după integrare rezultă

$$l = \left| r/2\sqrt{1 + (r/a)^2} + (a/2)\ln\left[(r/a) + \sqrt{1 + (r/a)^2}\right]\right|_{r_1}^{r_2} \tag{4.8}$$

sau, substituindu-se (r/a) prin θ,

$$l = a/2\left|\theta\sqrt{1 + \theta^2} + \ln\left(\theta + \sqrt{1 + \theta^2}\right)\right|_{\theta_1}^{\theta_2}. \tag{4.9}$$

Numărul spirelor unui arc spiral de la un ceasornic este, în general, *superior lui 10*, iar unghiul θ poate să atingă şi chiar să depăşească valoarea de $20\pi = 62{,}8\ldots$

radiani. Se poate pune deci, fără a se comite o eroare gravă, $\sqrt{1+\theta^2} = \theta$.

Pe de altă parte, comparat cu θ^2, termenul $\ln\left(\theta+\sqrt{1+\theta^2}\right)$ este mic. Într-adevăr, pentru $\theta = 20\pi$, $\theta^2 = 400\pi^2 = 3947{,}8\ldots$ şi $\ln\left(20\pi+\sqrt{1+400\pi^2}\right)=4{,}83\ldots$

Raportul dintre $\ln\left(\theta+\sqrt{1+\theta^2}\right)$ şi θ^2 este încă şi mai mic, dacă $\theta > 20\pi$.

Cu aceste simplificări se obţine o relaţie aproximativă, însă suficient de exactă, pentru calculul lungimii arcurilor spirale la ceasornice, la care numărul spirelor este, în general, superior lui 10. Relaţia aproximativă ia formele următoare:

$$l = (a/2)(\theta_2^2 - \theta_1^2) = (p/4\pi)(\theta^2 - \theta_1^2),$$

respectiv

$$l = (r_2^2 - r_1^2)/(2a) = [\pi(r_2^2 - r_1^2)]/p. \qquad (4.10)$$

Ultima relaţie se poate pune şi sub forma

$$l = [\pi(r_2 + r_1)(r_2 - r_1)]/p.$$

Fie r_m — raza medie şi n — numărul de spire, având expresiile

$$r_m = (r_2 + r_1)/2, \qquad n = (r_2 - r_1)/p.$$

Pe baza acestora, relaţia precedentă a lui l devine

$$l = 2\pi \cdot r_m \cdot n.$$

Ţinându-se seama că θ_1 şi θ_2 sunt unghiurile polare ale razelor vectoare extreme, dacă spirala începe din centrul O rezultă că: $\theta_1 = 0$ şi $r_1 = 0$. În acest caz, relaţiile (4.10) devin

$$l = (p \cdot \theta_2^2)/(4\pi) = (\pi \cdot r_2^2)/p, \qquad (4.11)$$

în timp ce relaţia exactă este

$$l = (a/2)\left[\theta_2\sqrt{1+\theta_2^2} + \ln\left[\theta_2 + \sqrt{1+\theta_2^2}\right]\right] \qquad (4.12)$$

sau

$$l = [p/(4\pi)] \left[\theta_2 \sqrt{1+\theta_2^2} + \ln(\theta_2 + \sqrt{1+\theta_2^2}) \right].$$

Pentru a se ţine seama de valoarea relaţiilor aproximative, se poate calcula l, pentru $\theta_2 = 20\pi$, mai întâi cu ajutorul relaţiei (4.11), obţinându-se

$$l = 3947{,}84p/(4\pi),$$

şi apoi, conform relaţiei (4.12), rezultând

$$l = 3958{,}78p/(4\pi).$$

Eroarea este de *0,28% din lungimea exactă*. În realitate $\theta > 20\pi$ şi, ca atare, eroarea devine şi mai mică.

4.2.4. Perturbaţiile perioadei sistemului oscilant balansier-arc spiral

4.2.4.1. Generalităţi. Conform relaţiei (4.1), tot ceea ce modifică pe J — momentul de inerţie al masei totale a sistemului balansier-arc spiral sau pe c' — constanta elastică a arcului spiral, ori pe aceste două mărimi concomitent, influenţează asupra perioadei de oscilaţie T.

Valoarea lui T este exactă dacă mişcarea balansierului este armonică, adică dacă rezultanta forţelor care provoacă mişcarea este, în mod constant, proporţională cu elongaţia. Cauzele care introduc forţe suplimentare neproporţionale cu elongaţia perturbă mişcarea armonică, modifică perioada şi o transpun dependentă de amplitudine.

Printre factorii cei mai importanţi susceptibili de a modifica pe T se citează: **a**) frecările; **b**) eşapamentul; **c**) şocurile; **d**) defectele de echilibru ale balansierului; **e**) defectele de echilibru ale ancorei (piesa care acţionează roata eşapamentului); **f**) defectele de echilibru ale arcului spiral; **g**) jocul arcului spiral între ştifturile conice ale compasului de reglare al arcului spiral; **h**) modificările elasticităţii arcului spiral; **i**) variaţiile de temperatură; **j**) forţa centrifugă; **k**) inerţia arcului spiral; **l**) variaţiile presiunii atmosferice; **m**) câmpurile magnetice.

Momentul de inerţie al masei totale a sistemului balansier-arc spiral este modificat de factorii **i**, **j**, **k** şi **l**, iar factorii **g**, **h** şi **i** alterează constanta elastică a arcului spiral. Restul factorilor perturbă mişcarea armonică a balansierului, făcând să intervină forţe neproporţionale cu elongaţia φ.

4.2.4.2. Frecările. Astfel de fenomene fizice - care pot influenţa mişcarea balansierului - sunt mai ales cele ale pivoţilor arborelui balansierului în lagăre, întrucât frecările care se produc în eşapament (dispozitiv care transmite impulsurile ce întreţin oscilaţiile şi lasă să treacă roata regulatoare), deşi acţionează asupra perioadei balansierului,

efectul lor este cuprins în influenţa globală a eşapamentului. În fine, frecările dintre spirele arcului motor, cele dintre dinţi şi cele ale pivoţilor roţilor dinţate modifică amplitudinea oscilaţiilor balansierului şi permit, astfel, tuturor defectelor de izocronism să se manifeste.

Frecarea în lagăre are ca efect *micşorarea amplitudinii de oscilaţie*. Aceasta devine maximă când pivotul se culcă pe partea cilindrică şi se reduce foarte mult dacă întreg balansierul este susţinut de calota sferică sau de vârful conului.

Prezenţa unui moment de frecare M_f constant nu modifică *izocronismul*, dar amplitudinea scade în progresie aritmetică cu raţia $2r_a$, unde

$$r_a = M_f/c'. \tag{4.13}$$

Lubrifiantul are o mare influenţă asupra frecării. Prin uscarea sau îngroşarea uleiului, amplitudinea oscilaţiilor se reduce şi ceasornicul rămâne în urmă.

4.2.4.3. Eşapamentul. Rolul eşapamentului constă în a reda balansierului energia absorbită de rezistenţele pasive, de rezistenţa aerului, de suspensie, de frecări etc.

Impulsul dat de eşapament modifică mişcarea balansierului liber. Cel mai bun eşapament este cel care alterează cel mai puţin durata oscilaţiei. În anumite construcţii, o piesă a eşapamentului rămâne mereu în contact cu o piesă solidară de balansier, iar în altele, acest contact nu durează decât în intervalul a două perioade foarte scurte: cea corespunzătoare *degajării*, în timpul căreia elementul regulator eliberează eşapamentul şi îi permite să funcţioneze, şi cea a *impulsului*. Aceste ultime construcţii, care lasă o foarte mare libertate elementului oscilant, sunt cele mai bune din punct de vedere al preciziei în măsurarea timpului.

Energia restituită trebuie să fie egală cu energia disipată. Însă, aceasta creşte cu amplitudinea. Deci, necesită impulsuri energice cu atât mai mult, cu cât amplitudinea de păstrat este mare.

Impulsurile mici permit să se reducă *forţa motoare* sau să se menţină mai mult timp, ceea ce este favorabil pentru conservarea pieselor ceasornicului.

Cu toate avantajele impulsurilor mici, intervin oscilaţii de mare amplitudine de executat la balansierele ceasornicelor, care le supun la numeroase şocuri şi schimbări de poziţie ce alterează cu atât mai mult mişcarea balansierului cu cât viteza unghiulară a acestuia este mai redusă.

Se impune deci să se ia măsurile de realizare a impulsului cât mai aproape de poziţia de echilibru a balansierului.

4.2.4.4. Şocurile. Un ceasornic portabil suportă zilnic un *număr apreciabil de şocuri* care pot să schimbe instantaneu *viteza unghiulară a balansierului*.

S-a calculat *modificarea perioadei de oscilaţie datorită unui şoc* care determină trecerea instantanee a vitezei unghiulare a balansierului de la ω la $\omega + d\omega$, când elongaţia este φ şi pentru o amplitudine egală cu φ_0. S-a găsit relaţia

$$\Delta t = (J \cdot \varphi \cdot d\omega)/(c' \cdot \varphi_0^2). \tag{4.14}$$

Corespunzător semnului lui φ şi al lui $d\omega$ va rezulta o diminuare sau o creştere a perioadei de oscilaţie T, deci un avans sau o întârziere a ceasornicului în funcţionare. Şocurile alterează perioada sistemului balansier-arc spiral în raport cu intensitatea şi direcţia lor, adică după efectul lor asupra vitezei unghiulare a balansierului, ca şi după valoarea elongaţiei în momentul când fenomenele au loc. Relaţia (4.14) relevă în mod clar *avantajul marilor amplitudini ale balansierului*.

Nu este posibil de prevăzut nici numărul, nici intensitatea şi nici direcţia şocurilor, astfel că influenţa acestora scapă calculului.

4.2.4.5. Defectele de echilibru ale balansierului. *Masa excentrică* a unui *balansier incomplet echilibrat* nu influenţează perioadele de oscilaţii când acesta se află *într-un plan orizontal*. *În poziţia verticală*, *perioadele sunt puternic influenţate* datorită momentului suplimentar care apare.

La amplitudini mici, o masă excentrică aşezată deasupra axei de rotaţie, în poziţia de echilibru a balansierului, produce o *întârziere*.

Odată cu creşterea amplitudinilor, această influenţă scade şi devine egală cu zero la un unghi de oscilaţie de 220°. La amplitudini şi mai mari faptul produce o accelerare care creşte încet, concomitent cu amplitudinea. O masă excentrică sub axă are un *efect contrar*.

4.2.4.6. Defectele de echilibru ale ancorei. Dacă centrul de greutate al ancorei nu se găseşte pe axa de rotaţie, greutatea ancorei, într-o poziţie verticală a ceasornicului, exercită un cuplu care modifică presiunea ancorei cu ştifturi asupra rubinului-elipsă al platoului de la balansier. Perioada sistemului balansier-arc spiral este afectată.

Pentru a stabili ordinul de mărime al influenţei unei ancore neechilibrate asupra perioadei T şi asupra mersului ceasornicului se utilizează *relaţia lui Airy*, şi anume:

$$\Delta T_1/T_1 = \left[T_1^2/(\pi^3 \cdot \varphi_0^2)\right] \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} (\gamma \cdot \varphi \cdot d\varphi)/\sqrt{\varphi_0^2 - \varphi^2}\ , \qquad (4.15)$$

unde: T_1 reprezintă durata unei jumătăţi de oscilaţie; ΔT_1 — fracţiune infinit mică din T_1; φ_0 — amplitudinea; φ — elongaţia balansierului corespunzătoare momentului când viteza unghiulară creşte de $d\omega$; γ — acceleraţia unghiulară a balansierului provocată de masa ancorei; φ_1, φ_2 — limitele de integrare ale elongaţiei.

Fie, conform figurii 4.17, O_2 şi O_3 centrele ancorei şi balansierului. La un moment anumit, rubinul-elipsă al platoului de la balansier — care, pentru simplificarea calculelor se va presupune redus la un punct - este în C. Centrul de greutate G al ancorei este la distanţa $GO_2 = \lambda$ de centrul O_2 al ancorei şi pe o dreaptă care face cu verticala O_2V un unghi β. Momentul greutăţii P al ancorei în raport cu axa din O_2 este $P \cdot \lambda \cdot \sin\beta$, când axa ancorei cu ştifturi coincide cu O_2O_3. Pentru o poziţie oarecare a axei ancorei cu ştifturi, momentul lui P este $P \cdot \lambda \sin(\beta + \alpha)$, α fiind unghiul care caracterizează poziţia ancorei cu ştifturi, adică: $\alpha = \sphericalangle O_3O_2C$.

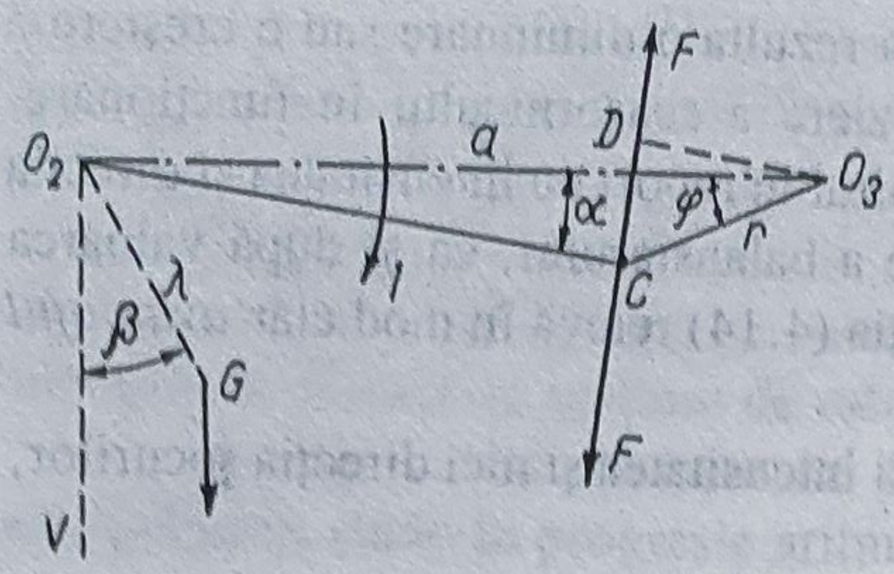


Fig.4.17.

α este presupus pozitiv când este contat în sensul săgeţii *1* şi negativ în cazul contrar.

Este necesar să se determine momentul lui P în raport cu O_3. Pentru aceasta trebuie găsită o relaţie între unghiul α şi elongaţia corespunzătoare φ a balansierului. Din triunghiul O_2O_3C, în care $O_3C = r$ şi $O_3O_2 = a$, se deduce $r/a = \sin\alpha/\sin(\alpha + \varphi)$.

Greutatea P tinde să facă să se învârtească ancora cu ştifturi în sensul săgeţii 1, exercitând o forţă F asupra rubinului-elipsă, care reacţionează cu o forţă egală şi de sens contrar. F este perpendicular pe O_2C. Momentul lui F în raport cu O_2 este egal cu cel al lui P, astfel:

$$P \cdot \lambda \cdot \sin(\beta + \alpha) = F \cdot x,$$

prin x desemnându-se distanţa O_2C. Momentul lui F în raport cu O_3 este M, şi anume:

$$M = F \cdot O_3D = F \cdot r\cos(\alpha + \varphi)$$

sau

$$M = [(P \cdot \lambda)/x]\sin(\beta + \alpha) \cdot r \cdot \cos(\alpha + \varphi), \qquad (4.16)$$

unde $x = \sqrt{a^2 + r^2 - 2a \cdot r \cdot \cos\varphi}$.

Ţinându-se seama că $\sin\alpha = [(r \cdot \sin\varphi)/x]$ şi $\cos\alpha = (a - r \cdot \cos\varphi)/x$, relaţia (4.16) se transformă în

$$M = \{P \cdot \lambda \cdot r[r \cdot \sin(\varphi - \beta) + a \cdot \sin\beta] \cdot (a \cdot \cos\varphi - r)\}/(a^2 + r^2 - 2a \cdot r \cdot \cos\varphi)^{3/2}$$

sau, punându-se $r/a = n$, rezultă în final

$$M = \{P \cdot \lambda \cdot n \cdot [n \cdot \sin(\varphi - \beta) + \sin\beta] \cdot \cos(\varphi - n)\}/(1 + n^2 - 2n \cdot \cos\varphi)^{3/2}.$$

Acceleraţia γ, care rezultă din acţiunea greutăţii P asupra ancorei cu ştifturi, are expresia

$$\gamma = -(M/J)$$

cu acelaşi semn ca cea datorită arcului spiral.

Relaţia lui Airy va conţine sub semnul integral expresia lui M, al cărei numitor are aceeaşi valoare pentru $+\varphi$ şi pentru $-\varphi$; este la fel cu factorul $\cos(\varphi - n)$.

Se va integra între limitele $+\varphi'$ şi $-\varphi'$, egale şi de semne contrare (φ' — semiunghiul de ridicare al balansierului). Termenul $\sin\beta \cdot \cos(\varphi - n)$ va da un rezultat nul, astfel că relaţia lui Airy devine

$$\Delta T_1/T_1 = -\frac{T_1^2 \cdot P \cdot \lambda \cdot n^2}{\pi^3 \cdot \varphi_0^2 \cdot J_s} \cdot \int_{-\varphi'}^{+\varphi'} \frac{\cos(\varphi - n) \cdot \sin(\varphi - \beta) \cdot \varphi \cdot d\varphi}{(1 + n^2 - 2n\cos\varphi)^{3/2} \sqrt{\varphi_0^2 - \varphi^2}},$$

unde $\sin(\varphi - \beta) = \sin\varphi \cdot \cos\beta - \cos\varphi \cdot \sin\beta$.

Pentru argumentul invocat anterior, rezultatul provenind din termenul $\cos\varphi \cdot \sin\beta$ va fi nul, astfel că *perturbarea relativă* are valoarea

$$\Delta T_1/T_1 = -\frac{T_1^2 \cdot P \cdot \lambda \cdot n^2 \cdot \cos\beta}{\pi^3 \cdot \varphi_0^2 \cdot J_s} \int_{-\varphi'}^{+\varphi'} \frac{\cos(\varphi - n) \cdot \sin\varphi \cdot \varphi \cdot d\varphi}{(1 + n^2 - 2n\cos\varphi)^{(3/2)} \sqrt{\varphi_0^2 - \varphi^2}}.$$

Însă φ nu depăşeşte decât arareori 20°. Ca atare, se poate scrie fără a se comite o eroare gravă, că $\sin\varphi = \varphi$ şi $\cos\varphi = 1 - \varphi^2/2$.

Pentru 20° rezultă $\varphi = \pi/9 = 0{,}349$ şi $\sin\varphi = 0{,}32557$.

Eroarea nu este neglijabilă, însă calculul are ca scop să stabilească ordinul de mărime al perturbării şi, în plus, să justifice *întrebuinţarea* sau *abandonul contragreutăţii*.

Mărimea de integrat devine

$$\left\{\left[1 - (\varphi^2/2) - n\right] \cdot \varphi^2 \cdot d\varphi\right\} / \left\{1 + n^2 - 2n\left[1 - (\varphi^2/2)\right]\right\}^{3/2} \cdot \sqrt{\varphi_0^2 - \varphi^2} =$$

$$= \left\{\left[1 - (\varphi^2/2) - n\right] \cdot \varphi^2 \cdot d\varphi\right\} / \left[(1-n)^2 + n \cdot \varphi^2\right]^{3/2} \cdot \sqrt{\varphi_0^2 - \varphi^2};$$

dar

$$1/\left[(1-n)^2 + n \cdot \varphi^2\right]^{3/2} = \left[1/(1-n)^3\right]\left\{1 + \left[(n \cdot \varphi^2)/(1-n)^2\right]\right\}^{-3/2} =$$

$$= \left[1/(1-n)^3\right]\left\{1 - \left[(3n \cdot \varphi^2)/2(1-n)^2\right]\right\}.$$

Nepăstrând decât primii doi termeni ai dezvoltării în serie de factori, şi anume:

$$\left\{1 - \left[(n \cdot \varphi^2)/(1-n)^2\right]\right\}^{-3/2}$$

şi, făcând o simplificare analogă pentru

$$1/\sqrt{\varphi_0^2 - \varphi^2} = (1/\varphi_0)\left[1 - (\varphi/\varphi_0)^2\right]^{-1/2} = (1/\varphi_0)\left[1 + (\varphi^2/2\varphi_0^2)\right],$$

mărimea de sub semnul de integrare devine

$$\left[1-n-(\varphi^2/2)\right]\cdot\left\{1-\left[(3n\cdot\varphi^2)/2(1-n)^2\right]\right\}\cdot\left[1+(\varphi^2/2\varphi_0^2)\right]\cdot\varphi^2\cdot d\varphi/\left[(1-n)^3\cdot\varphi_0\right].$$

Nemenţinând decât primii doi termeni în φ^2 şi φ^4, se obţine

$$\frac{1}{(1-n)^3\cdot\varphi_0}\cdot\left[(1-n)\cdot\varphi^2-\frac{1}{2}\left(\frac{2n+1}{1-n}-\frac{1-n}{\varphi_0^2}\right)\cdot\varphi^4\right]d\varphi.$$

Deci relaţia finală a integralei este

$$\frac{1}{(1-n)^3\cdot\varphi_0}\left[(1-n)\int_{-\varphi'}^{+\varphi'}\varphi^2\cdot d\varphi-\frac{1}{2}\left(\frac{2n+1}{1-n}-\frac{1-n}{\varphi_0^2}\right)\int_{-\varphi'}^{+\varphi'}\varphi^4\cdot d\varphi\right]=$$

$$=\frac{1}{(1-n)^3\cdot\varphi_0}\left[(1-n)\frac{2\varphi'^3}{3}-\left(\frac{2n+1}{1-n}-\frac{1-n}{\varphi_0^2}\right)\frac{2\varphi'^5}{10}\right].$$

Expresia finală a *perturbării relative* devine:

$$\frac{\Delta T_1}{T_1}=-\frac{2T_1^2\cdot P\cdot\lambda\cdot n^2\cdot\cos\beta}{\pi^3(1-n)^3\cdot J_s}\cdot\left(\frac{\varphi'}{\varphi_0}\right)^3\cdot\left[\frac{1-n}{3}-\left(\frac{2n+1}{1-n}-\frac{1-n}{\varphi_0^2}\right)\cdot\frac{\varphi'^2}{10}\right]. \tag{4.17}$$

Prezenţa lui $\cos\beta$ în relaţia (4.17) arată că perturbaţiile depind de poziţia ceasornicului.

Ca şi defectul de echilibru al balansierului, cel al ancorei face mai dificil reglajul în poziţiile verticale. Existenţa lui φ_0 în relaţia (4.17) relevă că defectul de echilibru al ancorei creează un *defect de izocronism*.

La prima vedere, nu se poate afirma că $\Delta T_1/T_1$ este mare sau mic. Pentru edificare, se consideră cazul concret tratat de către Grossmann [3]. În sistemul C.G.S. valorile sunt:

$P = 15{,}696$ dyne, $\varphi = 20° = \pi/9$ rad, $\varphi_0 = 180° = \pi$ rad,
$T_1 = 0{,}2$ s, $\lambda = 0{,}05$ cm, $\alpha = 5° = \pi/36$ rad, $\beta = 0$,
$J_s = 0{,}3924$ g-cm^2, $n = \sin5°/\sin25° = 0{,}2062$.
Perturbarea relativă pentru jumătate de oscilaţie valorează

$$\Delta T_1/T_1 = -\left[(2\cdot0{,}2^2\cdot15{,}696\cdot0{,}05\cdot0{,}2062^2\cdot1)/(\pi^3\cdot0{,}7938^3\cdot0{,}3924)\right]\cdot(1/9)^3\cdot$$

$$\cdot\left\{(0{,}7938/3)-\left[(1{,}4124/0{,}7938)-(0{,}7938/\pi^2)\right]\cdot(\pi/9)^2\cdot(1/10)\right\}=$$

$$=-0{,}147\cdot10^{-6}=-0{,}000000147.$$

Aceasta provoacă o variaţie a mersului zilnic al ceasornicului de $\mu = -86\,400\Delta T/T = +0{,}0127$ s, deoarece $\Delta T/T = \Delta T_1/T_1$.

Influenţa defectului de echilibru al ancorei este neglijabilă chiar în cazul cel mai defavorabil, când $\beta = 0$.

Acest rezultat justifică abandonul contragreutăţii la ancora cu ştifturi. Influenţa greutăţii ancorei, în afară de echilibru, este cu atât mai mare cu cât amplitudinea φ_0 este mai mică.

Calculele s-au efectuat admiţându-se $\varphi_0 = \pi$ în poziţia verticală a ceasornicului. În realitate, amplitudinea nu coboară sub această valoare decât în cazuri excepţionale, când arcul motor a pierdut o bună parte din forţa sa elastică sau când uleiurile au devenit foarte vâscoase.

4.2.4.7. Defectele de echilibru ale arcului spiral. Se poate intui fără dificultate că un arc spiral al cărui centru de greutate nu este pe axa de rotaţie va influenţa, prin greutatea sa, perioada T a sistemului oscilant balansier-arc spiral. Problema este mai complicată pentru arcul spiral decât pentru balansier, întrucât arcul spiral se deformează şi centrul său de greutate se apropie şi se depărtează continuu de axă, în timpul mişcării.

Arcul spiral este ataşat printr-una din extremităţile sale la *inelul solidar de balansier*, iar prin alta la o piesă fixă, *bucşa* (în care se fixează capătul exterior al arcului spiral). Rotindu-se, balansierul antrenează inelul şi una din extremităţile arcului spiral. Fiindcă cealaltă extremitate a arcului spiral este fixă, arcul spiral se înfăşoară şi se desfăşoară. Când acesta se înfăşoară, numărul spirelor creşte faţă de cel al turelor executate de inel şi spirele se apropie unele faţă de altele. Arcul spiral în întregime tinde să ocupe mai puţin loc. Întrucât extremitatea fixată de bucşă nu poate ceda, spirele opuse acesteia se restrâng şi centrul de greutate al arcului spiral se apropie de bucşă. Când arcul spiral se desfăşoară, centrul de greutate se îndepărtează de bucşă.

În concluzie, în timpul funcţionării arcul spiral îşi modifică diametrul, ceea ce produce deformarea sa cu unele efecte negative, şi anume:

— *Apare o apăsare suplimentară în lagăre*, mărind deci frecarea, care este, însă, neglijabilă.

— *Centrul de greutate al arcului spiral* se deplasează din axa de rotaţie şi are acelaşi efect ca o roată de balansier neechilibrată, cauzând perturbaţii în mersul ceasornicului, care sunt cu atât mai accentuate cu cât amplitudinea de oscilaţie este mai mare.

— *Momentul de inerţie al masei arcului spiral devine variabil*, depinzând de diametrul acestuia. Întrucât momentul de inerţie creşte mai mult la desfăşurare (când diametrul se măreşte) decât la înfăşurare, faţă de un arc spiral în echilibru se măreşte perioada de oscilaţie. Deformarea arcului spiral accentuează această tendinţă. La amplitudini mici, această influenţă scade. De aceea, un balansier care a fost etalonat la amplitudini mari are tendinţa să grăbească la amplitudini mici. Efectul este contrar celui cauzat de eşapament, din care cauză acestea se compensează parţial. În general, predomină întârzierea produsă de eşapament la amplitudini de oscilaţii reduse.

— *Se generează un moment de rotaţie suplimentar* datorită instabilităţii diametrului arcului, care depinde, ca valoare şi direcţie, de poziţia relativă momentală a celor două puncte de fixare ale capetelor arcului spiral.

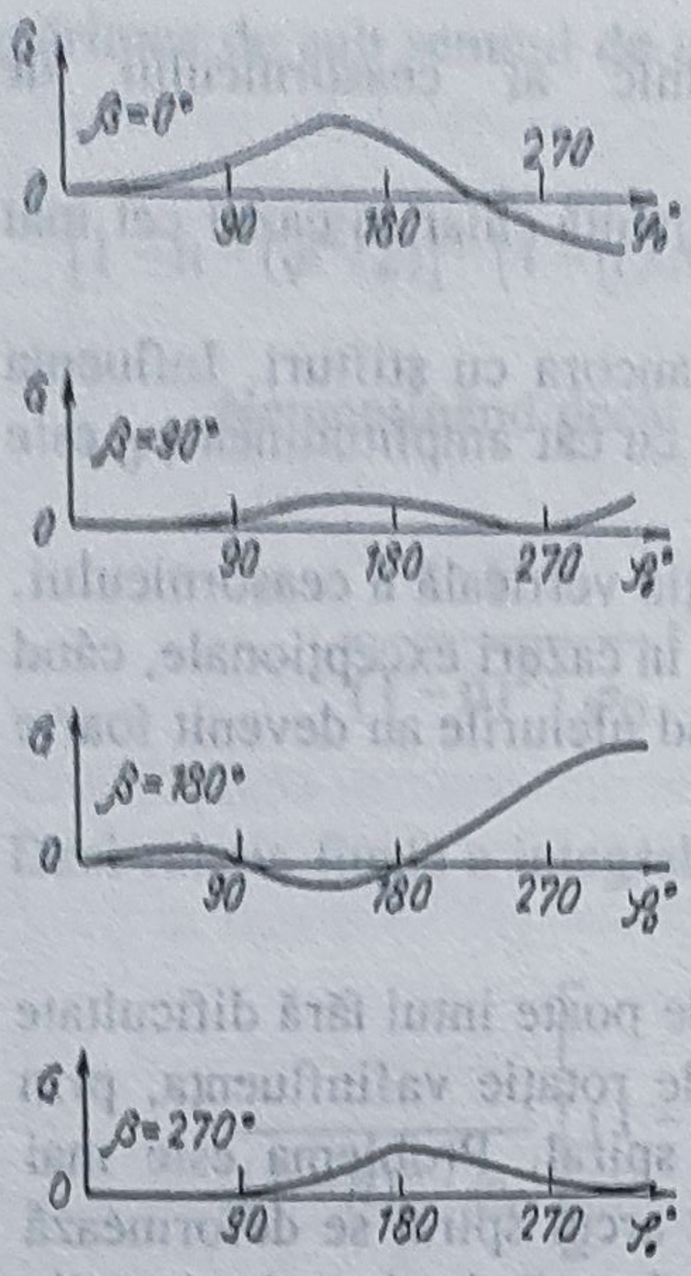


Fig.4.18

Acest moment provoacă, în intervalul unei oscilaţii, *grăbiri* şi *întârzieri*, a căror sumă algebrică cauzează, în raport de mărimea amplitudinii, accelerarea sau rămânerea în urmă a ceasornicului în funcţionarea lui temporală.

În figura 4.18 este reprezentată grafic, în diverse ipostaze, variaţia mersului unui ceasornic în funcţie de amplitudinea oscilaţiei φ_0, pentru diferite unghiuri β_1, între punctele de fixare ale celor două capete ale arcului spiral, când balansierul se află în echilibru.

Din observarea curbelor corespunzătoare variaţiei mersului rezultă că, pentru amplitudinile care apar la eşapamentele cu ancoră ($\varphi_0 = 180° \ldots 270°$), influenţa momentului de rotaţie suplimentar rămâne aproape constantă pentru $\beta_1 = 100°$ şi $\beta_1 = 260°$. Când cele două puncte de fixare sunt pe aceeaşi rază ($\beta_1 = 0$), la amplitudini mici ceasornicul grăbeşte. Astfel, se poate compensa influenţa eşapamentului. Dacă $\beta_1 = 180°$, ceasornicul întârzie la amplitudini mici.

Aceste efecte negative se pot elimina prin *construirea corespunzătoare a curbelor de capăt pentru începutul şi sfârşitul arcului spiral plan*, curbe care trebuie să îndeplinească *condiţiile lui Phillips*.

Pentru un arc elicoidal cilindric cu un număr întreg de spire, centrul său de greutate se găseşte pe axa cilindrului pe care a fost înfăşurată banda arcului, adică pe axa de rotaţie a sistemului oscilant, dacă arcul este plasat normal.

Centrul de greutate al unui arc spiral plan nu este atât de uşor de stabilit.

4.2.4.8. Determinarea centrului de greutate al arcului spiral plan arhimedic. Se admite că forma arcului spiral plan este o *spirală a lui Arhimede*, a cărei ecuaţie polară este

$$r = a \cdot \theta,$$

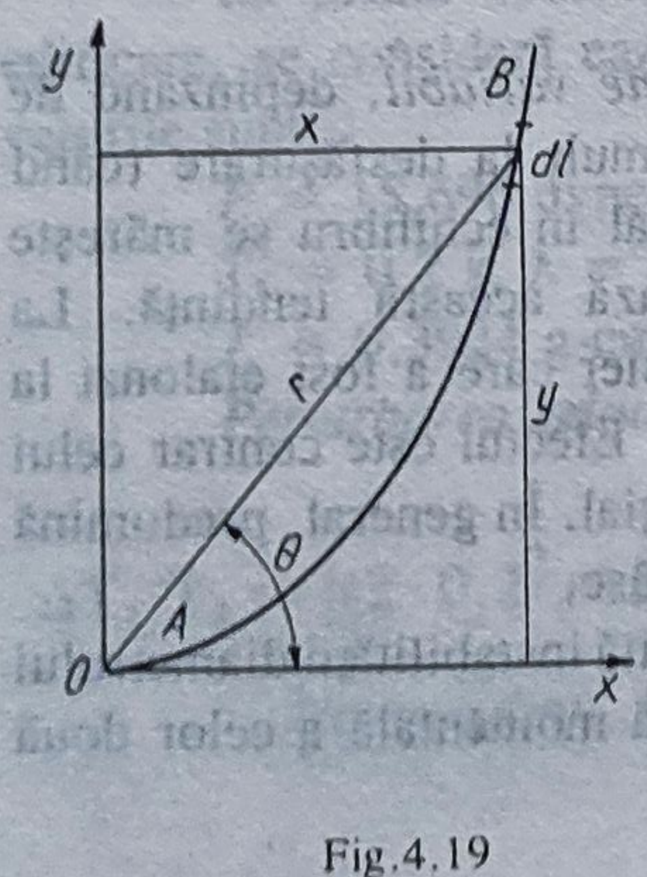


Fig.4.19

unde r este raza vectoare corespunzând unui unghi θ pe care-l face cu o direcţie dată Ox, iar a - o constantă, a cărei valoare este o funcţie de distanţa dintre spire, adică de pasul p,

$$a = p/(2\pi).$$

Se consideră elemente de mărimi infinit mici ale unei *curbe AB* (fig.4.19). Momentele M_x şi M_y ale curbei în raport cu axele Ox şi Oy sunt

$$M_x = \int y \cdot dl, \tag{4.18}$$

$$M_y = \int x \cdot dl. \tag{4.19}$$

Centrul de greutate al curbei are coordonatele x_C şi y_C şi, deci:

$$x_C \cdot L = \int x \cdot dl = M_y;\ y_C \cdot L = \int y \cdot dl = M_x,$$

de unde se deduce

$$x_C = M_y/L,\ y_C = M_x/L, \tag{4.20}$$

relaţii în care L reprezintă lungimea curbei AB.

Se calculează M_x şi M_y pentru spirala lui Arhimede. Lungimea L a spiralei este dată de relaţia aproximativă, însă satisfăcătoare pentru cazul care interesează, şi anume: $L = (a/2) \cdot \theta^2$, dacă spirala începe cu originea O a coordonatelor şi dacă extremitatea sa are *argumentul* θ. Un element de arc va avea, deci, expresia $dl = a \cdot \theta \cdot d\theta$.

Însă $r = a \cdot \theta$, $x = r \cdot \cos\theta = a \cdot \theta \cdot \cos\theta$, $y = r \cdot \sin\theta = a \cdot \theta \cdot \sin\theta$ şi, în consecinţă,

$$M_x = \int y \cdot dl = \int a \cdot \theta \cdot \sin\theta \cdot a \cdot \theta \cdot d\theta = a^2 \int \theta^2 \cdot \sin\theta \cdot d\theta.$$

Integrând prin părţi, se va obţine

$$M_x = a^2(-\theta^2 \cdot \cos\theta + 2\int \theta \cdot \cos\theta \cdot d\theta) = a^2\left[-\theta^2 \cdot \cos\theta + 2(\theta \cdot \sin\theta - \int \sin\theta \cdot d\theta)\right] =$$

$$= a^2(-\theta^2 \cdot \cos\theta + 2\theta \cdot \sin\theta + 2\cos\theta).$$

În acelaşi mod se va găsi

$$M_y = a^2(\theta^2 \cdot \sin\theta + 2\theta \cdot \cos\theta - 2\sin\theta).$$

Pentru spirala întreagă, de la $\theta = 0$ la $\theta = \theta_0$, rezultă

$$M_x = a^2(-\theta_0^2 \cdot \cos\theta_0 + 2\theta_0 \cdot \sin\theta_0 + 2\cos\theta_0),$$

$$M_y = a^2(\theta_0^2 \cdot \sin\theta_0 + 2\theta_0 \cdot \cos\theta_0 - 2\sin\theta_0).$$

Coordonatele centrului de greutate sunt

$$x_C = 2a\left[\sin\theta_0 + (2\cos\theta_0/\theta_0) - (2\sin\theta_0/\theta_0^2)\right] \tag{4.21}$$

şi

$$y_C = 2a\left[-\cos\theta_0 + (2\sin\theta_0/\theta_0) + (2\cos\theta_0/\theta_0^2)\right]. \tag{4.22}$$

Se caută coordonatele centrului de greutate al spiralei în raport cu un sistem de axe rectangulare Ox' şi Oy', la care axa Ox' trece prin extremitatea spiralei. Aceasta revine la a face să se rotească vechile axe cu un unghi egal cu θ_0. Relaţiile de transformare sunt

$$x' = x \cdot \cos\theta_0 + y \cdot \sin\theta_0,\ y' = -x \cdot \sin\theta_0 + y \cdot \cos\theta_0.$$

Introducându-se în aceste relaţii valorile lui x_C şi y_C, date de expresiile (4.21) şi (4.22), se obţine

$$x_C' = (4a)/\theta, \tag{4.23}$$

$$y_C' = 2a\left[(1-\theta_0^2)/\theta_0^2\right]. \tag{4.24}$$

Momentele spiralei în raport cu noile axe, corespunzătoare expresiilor (4.20), sunt

$$M_{x'} = a^2 - r_0^2 \tag{4.25}$$

şi

$$M_{y'} = 2a \cdot r_0. \tag{4.26}$$

Noile relaţii ale coordonatelor centrului de greutate al spiralei lui Arhimede devin

$$x_C' = (2a \cdot r_0)/L \tag{4.27}$$

şi

$$y_C' = (a_2 - r_0^2)/L. \tag{4.28}$$

Centrul de greutate al spiralei lui Arhimede nu se găseşte în originea O a curbei, întrucât x_c' şi y_c' nu sunt nule.

4.2.4.9. Metoda readucerii centrului de greutate în originea curbei. În acest scop se adaugă spiralei lui Arhimede *o curbă* ale cărei momente în raport cu Ox' şi Oy' sunt egale şi de semne contrare cu momentele spiralei, date de relaţiile (4.25) şi (4.26).

Fie l lungimea curbei adiţionale, iar $m_{x/}$ şi $m_{y/}$, momentele acestei curbe în raport cu Ox' şi Oy'. Expresiile acestora devin

$$m_{x/} = -M_{x/} = r_0^2 - a^2 \tag{4.29}$$

şi

$$m_{y/} = -M_{y/} = -2a \cdot r_0 . \tag{4.30}$$

Dacă x_{1C} şi y_{1C} desemnează coordonatele în raport cu axele Ox' şi Oy' ale centrului de greutate al curbei suplimentare, se obţin relaţiile

$$x_{1C} = -(2a \cdot r_0)/l , \quad l \cdot x_{1C} = -2a \cdot r_0 , \tag{4.31}$$

$$y_{1C} = (r_0^2 - a^2)/l , \quad l \cdot y_{1C} = r_0^2 - a^2 . \tag{4.32}$$

În cazul *arcurilor spirale plane*, a este foarte mic în comparaţie cu r_0. Într-adevăr, considerându-se un arc spiral cu *14 spire* şi cu raza $r_0 = 0{,}4$ cm, pentru care rezultă $\theta_0 = 28\pi$, se obţine $a = (r_0/\theta_0) = (0{,}4/28\pi) = 0{,}0045$ cm, deci, $a \approx 1{,}1\%$ din r_0. În această situaţie,

$$l \cdot x_{1C} = -2a \cdot r_0 = -0{,}0036 \text{ cm}^2 , l \cdot y_{1C} = r_0^2 - a^2 = 0{,}16 - 2{,}068 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^2 .$$

Pentru cazurile care interesează orologiile, este posibil, fără a se comite o eroare intolerabilă, să se considere

$$l \cdot x_{1C} = 0 , \tag{4.33}$$

$$l \cdot y_{1C} = r_0^2 . \tag{4.34}$$

Coordonatele centrului de greutate al curbei adiţionale - care readuce în originea curbei centrul de greutate al unei spirale Arhimede complete - sunt deci:

$$x_{1C} = 0 \tag{4.35}$$

şi

$$y_{1C} = r_0^2/l. \qquad (4.36)$$

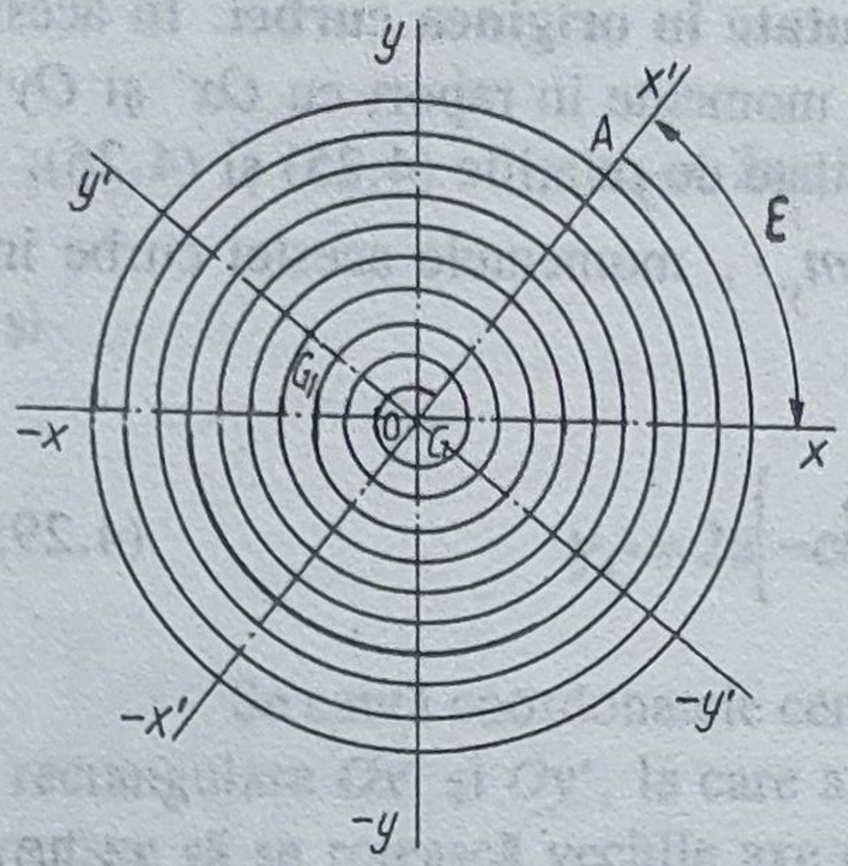


Fig.4.20

Fie o spirală Arhimede - reprezentată în figura 4.20 - a cărei origine este în O şi extremitatea în A. Axa Ox este tangentă la spirală în O, care posedă n spire complete, plus un arc de unghi ϵ, adică:

$$\theta_0 = 2\pi \cdot n + \epsilon.$$

Se alege un sistem de axe coordonate rectangulare Ox' şi Oy', astfel ca Ox' să coincidă cu OA.

Conform expresiilor (4.23) şi (4.24), coordonatele centrului de greutate G al acestei spirale sunt

$$x'_C = (4a)/\theta_0, \quad y'_C = 2a\left[(1-\theta_0^2)/\theta_0^2\right] = 2a\left[(1/\theta_0^2) - 1\right].$$

Pentru aplicaţie se admit valorile:

$p = 0{,}22$ cm, $n = 10$, $\epsilon = 52° = (52°\pi)/180°$ rad.

Rezultă: $a = p/2\pi = 0{,}035014$ cm, $\theta_0 = 20\pi + 52° \cdot \pi/180° = 63{,}74$ rad.,

$$x'_C = 0{,}002197 \text{ cm}, \; y'_C = -0{,}070 \text{ cm}.$$

Centrul de greutate G se găseşte în *cadranul al 4-lea*. Lungimea L a spiralei este

$$L = (a \cdot \theta_0^2)/2 = 71{,}123 \text{ cm}.$$

Momentele spiralei în raport cu axele Ox' şi Oy' sunt

$$M_{x'} = y'_C \cdot L = -4{,}9796 \text{ cm}^2, \; M_{y'} = x'_C \cdot L = 0{,}1563 \text{ cm}^2.$$

Pentru a readuce centrul de greutate în origine prin intermediul unei curbe adiţionale de lungime $l = 10{,}5$ cm, de exemplu, trebuie ca, coordonatele centrului de greutate G_1 al curbei, să fie

$$x_{1C} = -(0{,}1563/10{,}5) = -0{,}015 \text{ cm}, \; y_{1C} = (4{,}9796/10{,}5) = 0{,}474 \text{ cm}.$$

G_1 se găseşte în *cadranul al doilea*.

4.2.4.10. Deplasarea centrului de greutate al arcului spiral plan în timpul mişcării balansierului. Arcul spiral — în intervalul de timp cât balansierul este în mişcare — se întinde şi se destinde. Această modificare a formei antrenează o schimbare a poziţiei centrului său de greutate, întrucât una din extremităţile sale este fixă, pe când cealaltă se deplasează, rămânând mereu la aceeaşi distanţă de axa balansierului. Este important să se ţină seama de influenţa deplasării centrului de greutate al arcului asupra perioadei de oscilaţie a sistemului balansier-arc spiral.

Pentru simplificare se consideră mai întâi un arc elicoidal cilindric legat de bucşă (de care se fixează capătul său exterior) care suportă o mare parte a sarcinii arcului. Deformaţia spirelor vecine virolei trebuie să aibă o repercusiune notabilă asupra perioadei sistemului balansier-arc în poziţiile verticale ale ceasornicului.

Fie n numărul spirelor arcului, L lungimea şi ρ_0 raza când acesta este în repaus. rezultând $L = 2\pi \cdot n \cdot \rho_0$, $\rho_0 = L/(2\pi \cdot n)$.

Se micşorează numărul spirelor cu o unitate, făcând să se rotească balansierul cu o tură. Raza devine $\rho_1 = L/[2\pi(n - 1)]$;astfel, aceasta s-a mărit cu

$$\rho_1 - \rho_0 = (L/2\pi)[1/(n-1) - (1/n)] = (L/2\pi) \cdot [1/n \cdot (n-1)]. \quad (4.37)$$

Printr-un raţionament analog, s-ar constata că dacă n creşte cu o unitate, raza descreşte cu

$$\rho_0 - \rho_2 = L/[2\pi \cdot n(n+1)]. \quad (4.38)$$

Comparându-se ultimele două relaţii, se observă că

$$\rho_0 - \rho_2 < \rho_1 - \rho_0. \quad (4.39)$$

4.2.4.11. Influenţa poziţiei punctului de legare al arcului spiral plan de virolă. Se presupune că punctul de legare al arcului spiral de virolă este situat în partea superioară, când ceasornicul este în poziţia verticală (fig.4.21, poziţia *I*) şi sistemul balansier-arc spiral este în repaus. În acest moment, centrul de greutate al arcului spiral, constituit dintr-un număr întreg de spire, este în *O*.

Se roteşte sistemul balansier-arc spiral astfel încât virola să ajungă în *poziţia a II-a*, în care arcul spiral se restrânge, raza sa se micşorează, iar centrul de greutate trece din *O* în *a*, parcurgând *curba Oa*. Când virola este în *poziţia a III-a*, centrul de greutate al arcului spiral este în *b*, apoi ajunge în *c* pentru *poziţia a IV-a* a virolei şi, în fine, în *d* când virola a executat *o rotaţie completă*.

Dacă virola se roteşte în sens opus, arcul spiral se destinde. Când virola va fi trecut succesiv prin poziţiile: *a IV-a, a III-a, a II-a* şi *I*, centrul de greutate al arcului spiral va descrie, în sens invers, *curba dcbaO*.

Sistemul oscilant balansier-arc spiral este acum în poziţia sa de echilibru. Dacă se continuă derularea arcului spiral, centrul său de greutate va descrie curba *Oab'c'd'*, care nu este în întregime *o curbă simetrică* a lui *Oabcd*, datorită relaţiei

$$\rho_0 - \rho_2 < \rho_1 - \rho_0.$$

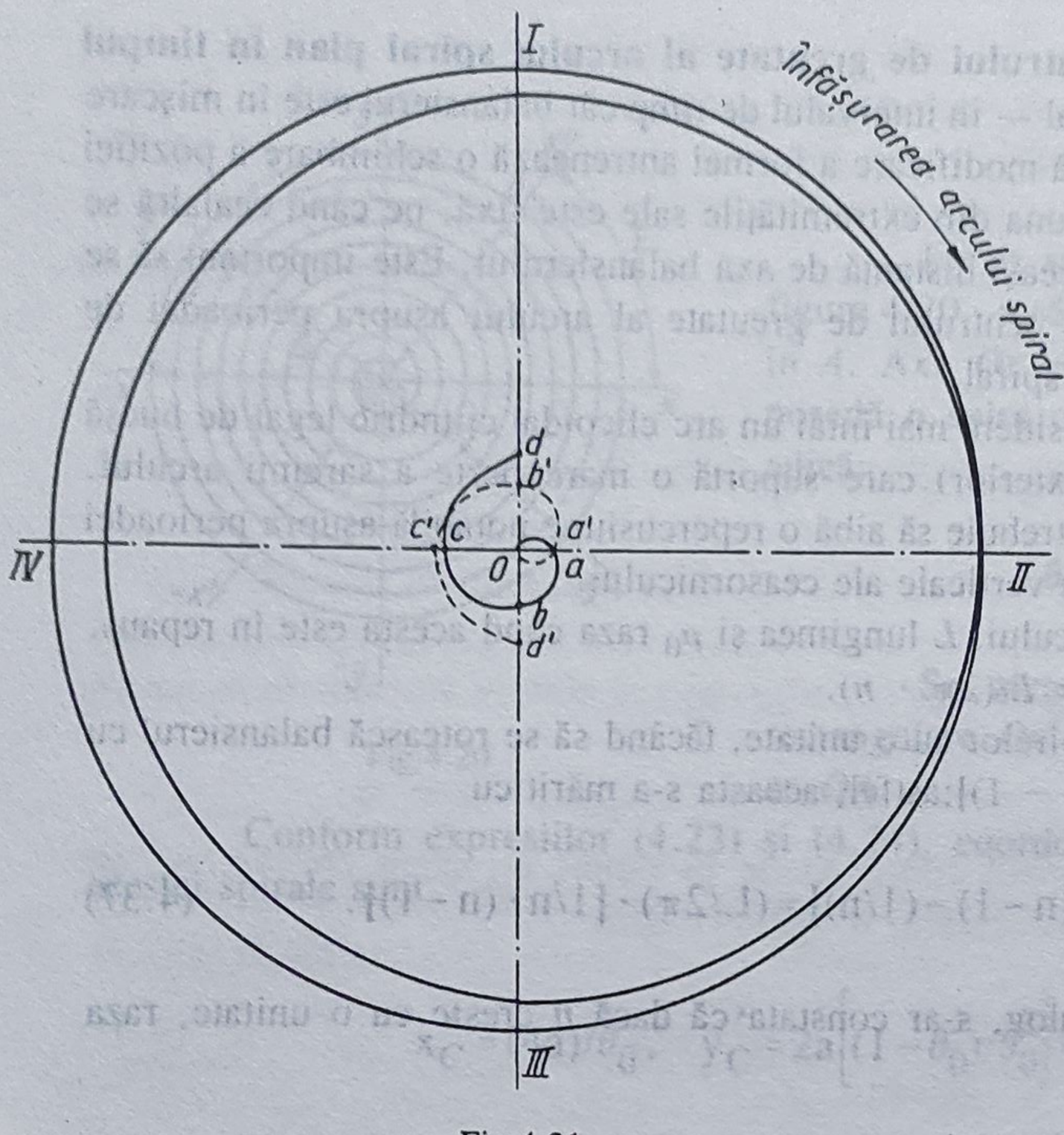


Fig.4.21

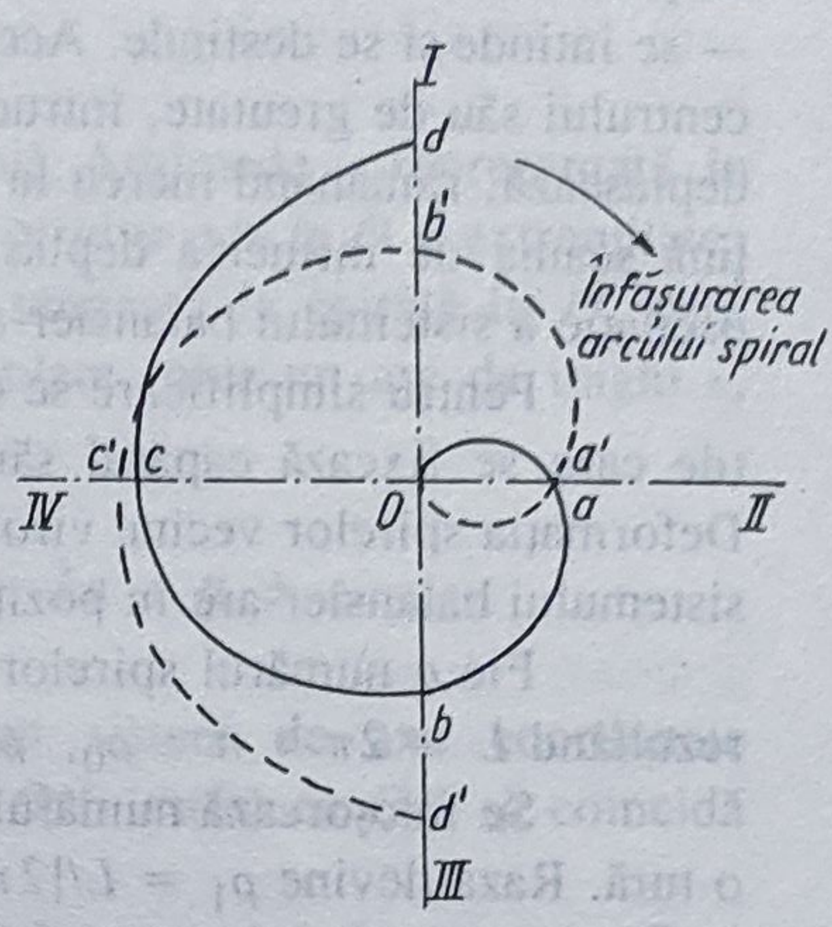


Fig.4.22

În figura 4.22 s-au reprodus cele două curbe la o scară mult mai mare. Se neglijează efectul deplasării centrului de greutate din *O* în *a* sau în *a'*, întrucât această deplasare este mică.

Ceasornicul este în poziţia verticală *VH*. Când centrul de greutate descrie curba *Oabcd*, acesta este în *semialternanţă „ascendentă"*. Sarcina arcului spiral măreşte cuplul, când centrul de greutate trece din *a* în *b*, şi produce o *întârziere* cu atât mai mare cu cât centrul de greutate se îndepărtează mai mult de axa *Ox*. Când acest centru descrie arcul *bcd*, sarcina acţionează în sens invers cuplului arcului spiral şi produce un *avans*, cu atât mai mare cu cât centrul de greutate se îndepărtează mai mult de axa *Ox*. Întârzierea de la *a* la *b* este compensată în plus prin avansul de la *b* la *d*. *Efectul global* asupra semialternanţei „ascendente" este un *avans*.

În cursul *semialternanţei „descendente" următoare*, centrul de greutate descrie curba *dcbaO*. Se pot nota *perioadele* următoare:

- în *dc* se produce un avans,
- în *cb* un avans,
- în *ba* o întârziere şi
- în *aO* un efect neglijabil.

Efectul global este un avans.

Începând din acest moment, arcul spiral se desfăşoară şi centrul de greutate descrie, în cursul semialternanţei ascendente, curba *Oa'b'c'd'*. Această deplasare a centrului de greutate comportă *perioadele* următoare:

- *Oa'*, în cursul căreia efectul este neglijabil,
- *a'b'*, în care se produce un avans,
- *b'c'*, în care are loc o întârziere şi

• *c'd'*, în care se produce, de asemenea, o întârziere.

Efectul global este o *întârziere*.

La revenirea balansierului în poziţia de echilibru (semialternanţă descendentă), centrul de greutate al arcului spiral descrie *aceeaşi curbă în sens invers*: *d'c'b'a'O*. Se constată *perioadele* următoare:

• *d'c'*, în care se produce o întârziere,

• *c'b'*, în care are loc o întârziere,

• *b'a'*, când se manifestă un avans şi

• *a'O*, în care efectul este neglijabil.

Efectul global este o *întârziere*.

Ansamblul acestor efecte - corespunzător unei oscilaţii complete - este concentrat în tabel.

Starea arcului spiral	Semialternanţa	Curba descrisă	Efectul
contracţie	ascendentă	*Oabcd*	avans
întindere	descendentă	*dcbaO*	avans
întindere	ascendentă	*Oa'b'c'd'*	întârziere
contracţie	descendentă	*d'c'b'a'O*	întârziere

Efectul produs, în timp ce centrul de greutate descrie curba *Oa'b'c'd'*, este mai mic decât cel al deplasării aceluiaşi punct care urmăreşte curba *Oabcd*; deci:

efectul total asupra perioadei este o mică întârziere când ceasornicul este în poziţia VH şi când punctul de legare al arcului spiral de virolă este situat în partea superioară, acest arc spiral fiind înfăşurat la dreapta.

Se consideră acum că, pentru acelaşi arc spiral, punctul de legare să fie la dreapta. Curbele descrise de centrul de greutate sunt reprezentate în figura 4.23.

Examinarea acestor curbe conduce, pentru poziţia *VH*, la concluziile menţionate în tabel.

Starea arcului spiral	Semialternanţa	Curba descrisă	Efectul
contracţie	ascendentă	*Oabcd*	întârziere
întindere	descendentă	*dcbaO*	întârziere
întindere	ascendentă	*Oa'b'c'd'*	întârziere
contracţie	descendentă	*d'c'b'a'O*	întârziere

Efectul total este o întârziere însemnată.

Trebuie reţinut că deducţiile rezultate până în prezent presupun că arcul spiral, din punct de vedere al bucşei (la care se fixează capătul exterior al acestuia), se înfăşoară în sens pozitiv (sensul rotirii acelor ceasornicului). Din contră, poziţia verticală a ceasornicului este judecată conform acelei văzute dinspre cadran. Se va putea definitiva tabelul în care se indică *efectul poziţiei punctului de legare al unui arc spiral la dreapta asupra funcţionării ceasornicului în poziţiile verticale*.

Poziţia punctului de legare văzută dinspre partea mişcării	**Influenţa asupra funcţionării ceasornicului, când partea văzută dinspre cadran, este:**			
	VH	***VJ***	***VD***	***VS***
sus	neglijabilă	neglijabilă	avans	întârziere
jos	neglijabilă	neglijabilă	întârziere	avans
la dreapta	întârziere	avans	neglijabilă	neglijabilă
la stânga	avans	întârziere	neglijabilă	neglijabilă

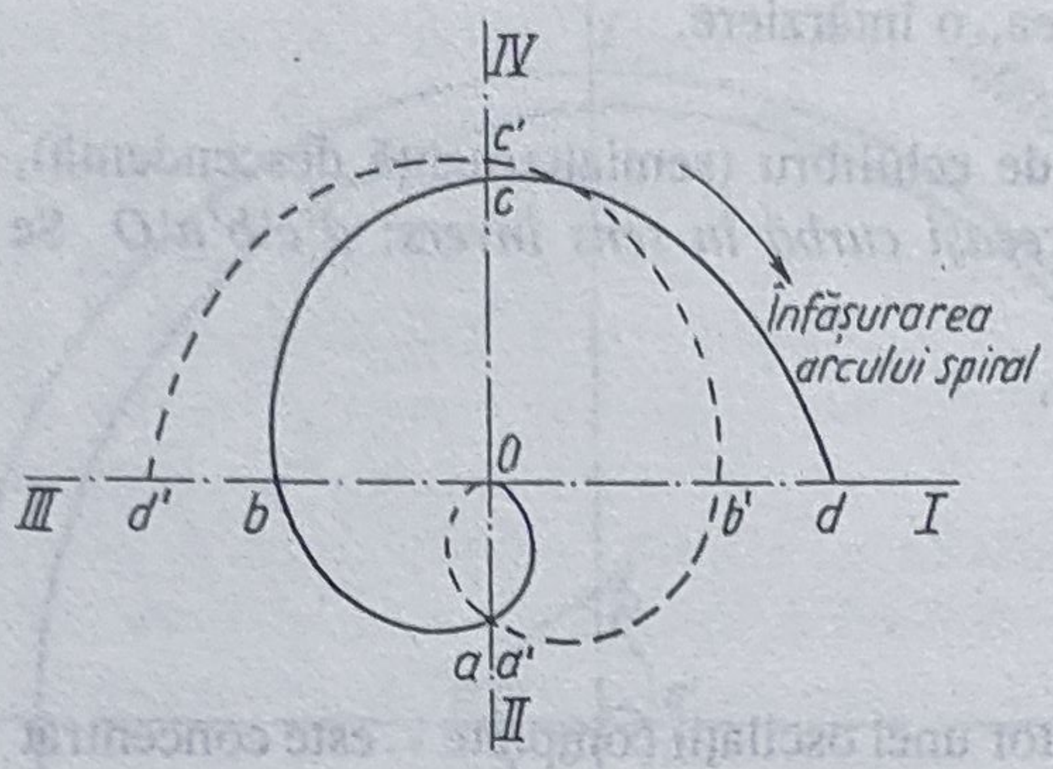


Fig.4.23

Examinarea acestui tabel conduce la concluzia de a prefera, pentru ceasornicele de buzunar, poziţia punctului de legare la stânga, justificată de următoarele:

1° efectul asupra mersului în poziţiile *VD* şi *VS* este neglijabil;

2° avansul produs în poziţia *VH* atenuează întârzierea datorită eşapamentului;

3° întârzierea în poziţia *VJ* este suportabilă, întrucât ceasornicul se găseşte rareori în această poziţie.

Când arcul spiral se înfăşoară la stânga (arcul spiral de stânga), *punctul de legare trebuie plasat la dreapta*.

În concluzie, oricare ar fi sensul înfăşurării arcului spiral, trebuie ca prima semispiră să se găsească sub virolă, când ceasornicul este atârnat.

Această regulă nu se aplică ceasornicelor-brăţară. Poziţia *VH*, frecventă pentru ceasornicele de buzunar, nu este aproape niciodată realizată în cazul ceasornicelor-brăţară purtate la manşeta stângă. La aceste ceasornice, poziţia *VJ* este normală. Se va căuta să se plaseze punctul de legare, astfel, ca efectul în poziţiile *VS* şi *VD* să fie neglijabil şi ca să rezulte un avans. *Punctul de legare va fi la dreapta, pentru un arc spiral de dreapta, şi la stânga, pentru un arc spiral de stânga*.

Este, de asemenea, justificat de a se raţiona în modul următor:

a) *Ceasul-brăţară purtat la braţul stâng* nu se găseşte niciodată în poziţia *VD*. Atunci se plasează punctul de legare, astfel, ca întârzierea cea mai mare să se producă în această poziţie. Punctul de legare trebuie să fie în partea de jos pentru un arc spiral de dreapta.

b) *Un ceas-brăţară purtat la braţul drept* nu ia niciodată poziţia *VD*. Punctul de legare va putea fi plasat în partea de jos pentru un arc spiral de dreapta. Normal se va zice că poziţia *VH* este firească şi va fi acelaşi caz ca la ceasornicul de buzunar.

4.2.4.12. Curbele terminale

A. Introducere. Vechii ceasornicari erau edificaţi asupra faptului că desfăşurarea neconcentrică a arcului spiral are o *influenţă negativă asupra izocronismului* şi că, în special, *presiunea laterală* pe care un arc spiral o exercită *asupra pivoţilor balansierului ocazionează perturbaţiile mersului ceasornicului şi o uzare a pieselor mobile*. Ei au căutat mijloacele de corectare ale funcţionării arcului spiral în sensul unei desfăşurări concentrice cu axa balansierului. Cronometrierul englez Frodsham (1810-1871) a imaginat ataşarea extremităţii exterioare a arcului spiral la un *arc foarte flexibil*, care să aibă efectul unei bucşe mobile. Astfel, capătul arcului spiral putea să urmărească mai mult sau mai puţin mişcarea celorlalte spire.

O altă modalitate a constat în *completarea arcului elicoidal cilindric* prin *două curbe* şi a *arcului spiral plan* printr-o *curbă situată într-un plan paralel cu planul spirelor acestuia*. Aceste curbe au fost deja utilizate la mijlocul secolului al XVIII-lea de către

ceasornicarul francez Gourdain, apoi îndeosebi de John Arnold (1736-1799) pentru arcurile elicoidale cilindrice. În fine, Abraham-Louis Breguet (1736-1799) a avut ideea să aplice procedeul respectiv arcului spiral plan. Acest arc înzestrat cu una sau două curbe terminale poartă denumirea de *arcul spiral Breguet*.

Toate aceste tentative vizau acelaşi scop: *obligarea arcului spiral să rămână centrat pe axa balansierului* în timpul mişcării acestuia din urmă. Desfăşurarea concentrică trebuie să suprime presiunile excentrice asupra pivoţilor balansierului.

Curbele completatoare au fost făcute la început după intuiţie personală, apoi corectate pe baza rezultatelor funcţionării cronometrelor. În final câteva forme au fost fixate şi reţinute.

Presiunile asupra pivoţilor au preocupat, de asemenea, pe ceasornicari. Berthoud cunoştea regula izocronismului enunţată de Huygens, şi anume:

Un corp execută oscilaţii izocrone când este solicitat constant spre o poziţie zisă în repaus de o forţă variabilă proporţională cu elongaţia.

Ca urmare a experienţelor efectuate cu ajutorul *balanţei* sale *elastice*, el a reţinut că *momentul cuplului arcului spiral este proporţional cu unghiul de armare*. Arcul spiral, acţionând singur asupra balansierului, îl va constrânge pe acesta să execute oscilaţii izocrone. Berthoud a dedus consecinţa logică că, dacă arcul spiral exercită presiuni laterale asupra pivoţilor balansierului, acestea vor distruge izocronismul oscilaţiilor.

Pentru o anumită lungime a arcului spiral şi o anumită poziţie a punctului de fixare se pot obţine, teoretic, oscilaţii izocrone. Astfel, pentru un unghi total al arcului spiral de $360° \cdot n + 101°$ sau de $350° \cdot n + 259°$ se pot realiza aceste oscilaţii.

Soluţia cea mai bună o oferă utilizarea curbelor de capăt, dacă îndeplinesc condiţiile lui Phillips, care asigură coincidenţa centrului de greutate al arcului spiral cu cel al balansierului, în timpul oscilaţiei.

B. Condiţiile lui Phillips. Pentru asigurarea izocronismului oscilaţiilor sistemului balansier-arc spiral, Ed. Phillips [22] a studiat problema şi a stabilit următoarele trei condiţii:

1° Centrul de greutate al arcului spiral în repaus trebuie să se găsească în centrul geometric al acestuia, adică pe axa balansierului.

2° Centrul de greutate al arcului spiral în mişcare trebuie să rămână pe axa balansierului.

3° Arcul spiral nu trebuie să exercite nici o presiune asupra pivoţilor balansierului.

Aceste condiţii nu sunt inconciliabile. Cum una dintre acestea este realizată, celelalte două, de asemenea, sunt sau aproape sunt îndeplinite. Este de ajuns, deci, de a căuta să se prevadă arcul spiral cu curbe care readuc centrul său de greutate în repaus pe axa balansierului.

Relaţiile (4.35) şi (4.36) dau coordonatele centrului de greutate al unei astfel de curbe. Se reaminteşte că acestea sunt aproximative, întrucât s-au neglijat termenii în a care, în practică, sunt, de altfel, foarte mici.

Rămâne să se demonstreze că un arc spiral — terminat cu o curbă al cărei centru de greutate posedă coordonatele date de relaţiile (4.35) şi (4.36) şi o lungime astfel că momentele acestei curbe satisfac relaţiile (4.33) şi (4.34) — se desfăşoară concentric fără a exercita o presiune laterală asupra pivoţilor balansierului.

C. Metoda executării desenului unei curbe Phillips. Condiţiile lui Phillips se referă la poziţia centrului de greutate al curbei în funcţie de raza arcului spiral la generarea curbei şi de lungimea acesteia din urmă. Deci acestea nu implică nimic cu privire *la tema formei curbei*. O infinitate de curbe pot, în consecinţă, să îndeplinească condiţiile lui Phillips. Toate aceste curbe vor face *arcul spiral izocron*, cel puţin în limitele semnalate, însă nu vor fi practice.

Într-un ceasornic înzestrat cu un compas de reglare al arcului spiral cu ştifturi conice, ce suportă lamela arcului, trebuie ca extremitatea curbei să fie un arc de cerc al cărui centru să se găsească pe axa balansierului şi a cărui rază să fie egală cu distanţa care separă axa spaţiului situat între ştifturi.

Curbele terminale sunt, adesea, *indicate printr-un număr N*. Acesta este *câtul, multiplicat cu 100, al distanţei ştifturilor conice la axă, d, raportate la raza* ρ_0 *a arcului spiral la generarea curbei*.

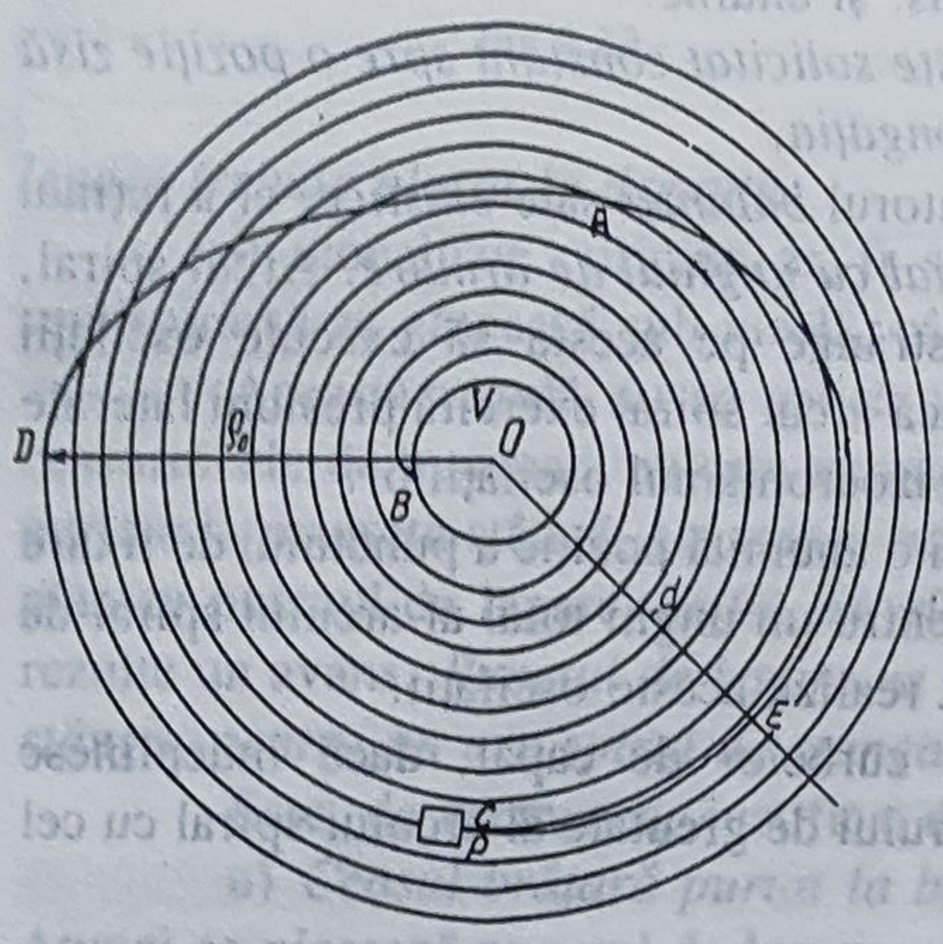


Fig.4.24

Fie (fig.4.24) un arc spiral încastrat în *B*, în virola *V*, şi în *C*, în bucşa *P* (destinată fixării capătului exterior al arcului spiral). *Curba terminală DAE* este într-un plan superior şi paralel cu planul spirelor, trecând prin punctul *E* dintre cele două ştifturi conice ale compasului de reglare. Partea activă a arcului spiral este cuprinsă între *B* şi *E*, străbătând prin *D* şi *A*.

Numărul arcului spiral este dat de relaţia

$$N = 100(d/\rho_0).$$

În figura 4.24, $d = 3{,}6$ cm şi $\rho_0 = 4{,}5$ cm, deci:

$$N = 100(3{,}6/4{,}5) = 80.$$

Poziţia centrului de greutate al curbei depinde de lungimea *l* a acesteia. Lungimea *DAE* = *l* ocupă pe spira exterioară un unghi β, zis *unghi de desfăşurare*.

Fie $\beta = 1{,}5\pi$ rad = *(3/4) din rotire*, deci:

$$l = \rho_0 \cdot \beta = 1{,}5\pi \cdot \rho_0.$$

În cazul figurii 4.24, va fi

$$l = 1{,}5\pi \cdot 4{,}5 \approx 21{,}2 \text{ cm}.$$

Cel care trebuie să deseneze o curbă terminală corectă dispune, în general, de datele următoare: raza exterioară ρ_0 a arcului spiral (în funcţie de diametrul balansierului), unghiul corespunzător curbei şi distanţa *d* a ştifturilor conice la centrul compasului de reglare.

Fie (fig.4.25) $\rho_0 = 4$ cm şi $d = 2{,}6$ cm. Numărul curbei este

$$N = 100(2{,}6/4) = 65.$$

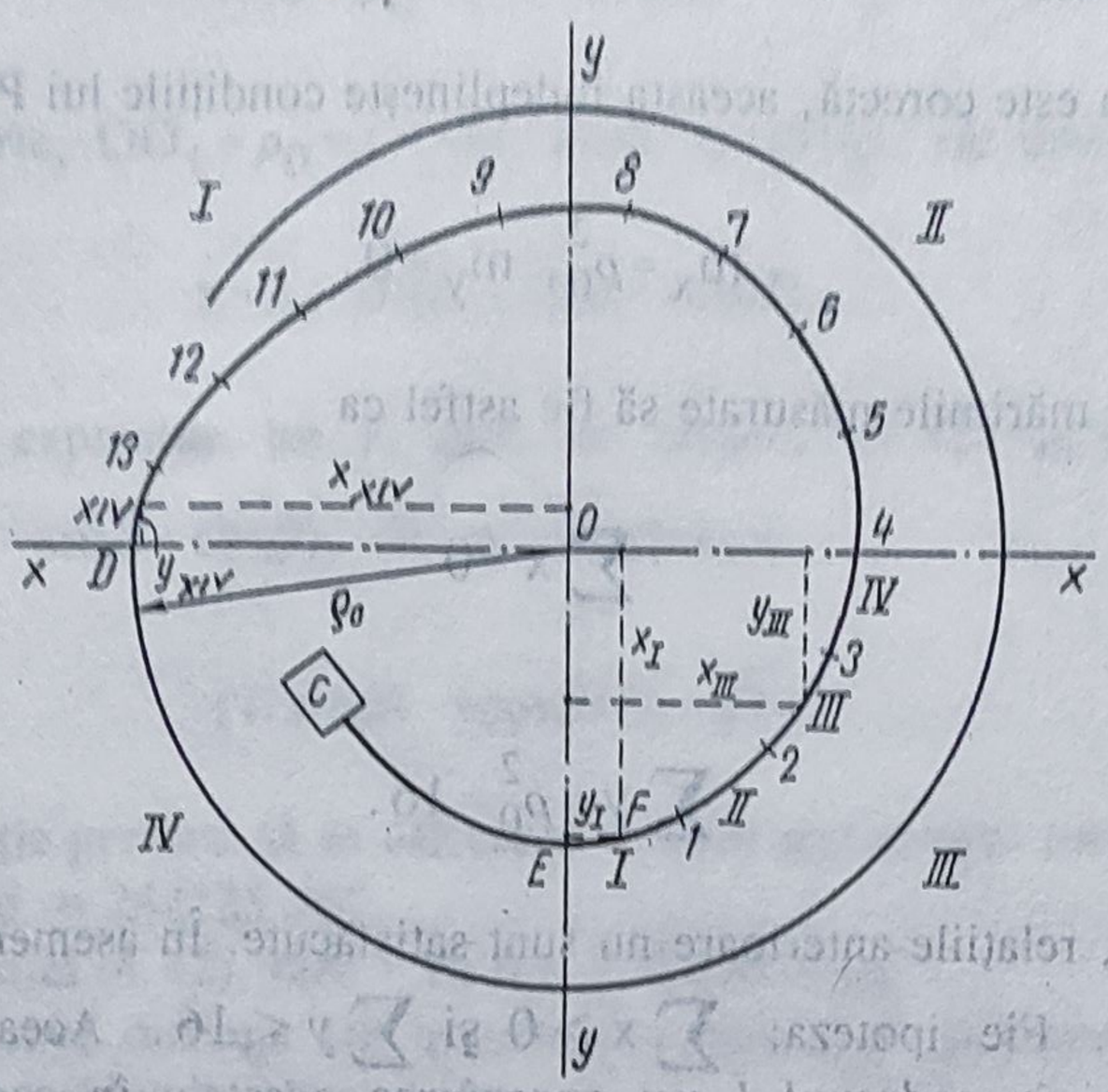


Fig.4.25

De asemenea, fie $\measuredangle DOE = 270°$ unghiul deţinut de curbă. Se trasează cercul cu centrul în O şi de rază ρ_0 şi se măsoară $OE = d = 2{,}6$ cm. Începutul curbei, D, este pe axa Ox. Arcul de cerc cu centrul în O şi de rază d trece prin E. Trebuie terminată curba căutată, astfel, ca deplasarea ştifturilor conice să se poată efectua fără ca să fie deformată curba.

Se desenează *o curbă aproximativă* care se racordează, în D, la arcul cu centrul în O şi de rază ρ_0, precum şi în F, de exemplu, la arcul cu centrul în O şi de rază d.

Plecând din E, se poartă pe curbă *o lungime de 1 cm* care determină punctele *1*, *2*, *3*, *4*,... *13*. Segmentul E-1, ce se consideră ca *rectiliniu*, are centrul său de greutate în *I*. Centrul de greutate al segmentului *1-2* este în *II* etc. Ultimul segment *13-D* n-are decât 0,7 cm. Centrul său de greutate *XIV* are coordonatele x_{XIV} şi y_{XIV}, însă nu are decât 70% din lungimea unui *segment normal*. *Momentul segmentului* menţionat, în raport cu Ox, are mărimea $0{,}7 \cdot y_{XIV}$.

Momentul m_y al curbei are relaţia:

$$m_y = 1 \cdot x_I + 1 \cdot x_{II} + 1 \cdot x_{III} + \ldots + 1 \cdot x_{XIII} + 0{,}7 \cdot x_{XIV};$$ de asemenea

$$m_x = 1 \cdot y_I + 1 \cdot y_{II} + 1 \cdot y_{III} + \ldots + 1 \cdot y_{XIII} + 0{,}7 \cdot y_{XIV}.$$

Mărimile x_I, x_{II},... etc. şi y_I, y_{II},... etc. trebuie să fie *măsurate pe desen*. Se notează cu

$$\sum x = 1 \cdot x_I + 1 \cdot x_{II} + \ldots + 1 \cdot x_{XIII} + 0{,}7 \cdot x_{XIV}$$

şi

$$\sum y = 1 \cdot y_I + 1 \cdot y_{II} + \ldots + 1 \cdot y_{XIII} + 0,7 \cdot y_{XIV} \cdot$$

Dacă curba este corectă, aceasta îndeplineşte condiţiile lui Phillips, şi anume:

$$m_x = \rho_0^2, \; m_y = 0 .$$

Trebuie ca mărimile măsurate să fie astfel ca

$$\sum x = 0 \qquad (4.40)$$

şi

$$\sum y = \rho_0^2 = 16 . \qquad (4.41)$$

În general, relaţiile anterioare nu sunt satisfăcute. În asemenea cazuri trebuie *să se retuşeze curba*. Fie ipoteza: $\sum x > 0$ şi $\sum y < 16$. Această situaţie impune *îndepărtarea curbei în cadranul I* sau *apropierea acesteia în cadranul al II-lea*, ori *executarea celor două retuşuri concomitent*. După câteva tatonări, se găsesc valorile lui x şi y care satisfac relaţiile (4.40) şi (4.41). Atunci curba este corectă şi se poate măsura lungimea l, care se va adăuga lungimii arcului EC. Unghiul de desfăşurare se calculează prin intermediul relaţiei $l = \beta \cdot \rho_0$, obţinându-se $\beta = \frac{l}{\rho_0}$.

D. Curbă Phillips formată dintr-un arc de cerc. Se examinează cazul dacă un arc de cerc poate să îndeplinească condiţiile lui Phillips, adică să treacă prin punctul E (fig.4.26) al ştifturilor conice şi să se racordeze la spira exterioară a arcului spiral de rază ρ_0.

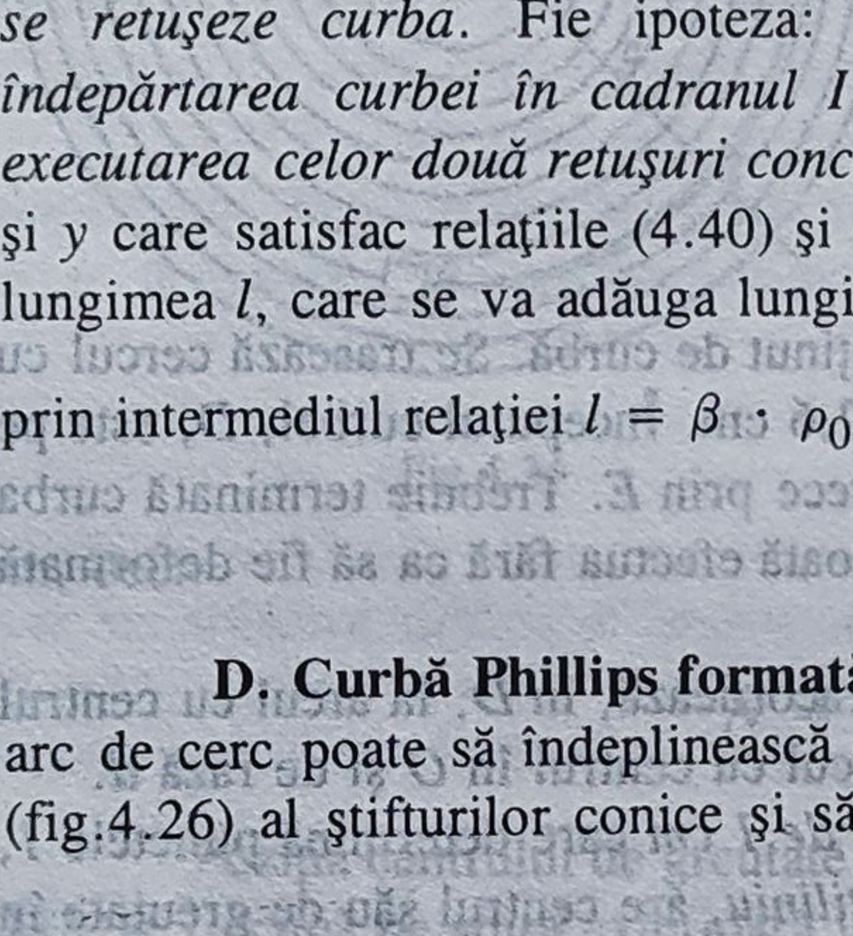


Fig.4.26

Fie r raza arcului de cerc DE, constituind o curbă teoretică, caracterizată prin unghiul $DO_1E = 2\beta$. Pe considerente de simetrie, centrul de greutate al arcului DE este pe raza O_1B, perpendiculară pe ED, şi anume în G, astfel că:

$$O_1G = (2r \cdot \sin\beta)/(2\beta) = (r \cdot \sin\beta)/\beta .$$

Pentru a satisface condiţiile lui Phillips, G trebuie să fie pe axa Oy, de unde $OG = \rho_0^2/l = \rho_0^2/(2\pi \cdot \beta)$. Dar

$$OG = O_1G \cdot \sin\measuredangle(OO_1G) = O_1G \cdot \sin\beta ,$$

deci $(\rho_0^2)/(2r\beta) = [(r\sin\beta)/\beta]\sin\beta$ sau

$$r = \rho_0/(\sqrt{2}\cdot\sin\beta)\,. \tag{4.42}$$

Pe de altă parte, $OO_1 = \rho_0 - r = -(r\cdot\sin\beta\cdot\cos\beta)/\beta$, de unde

$$r = \rho_0\cdot\beta/(\beta - \sin\beta\cdot\cos\beta)\,. \tag{4.43}$$

Egalându-se expresiile lui r, date de relaţiile (4.42) şi (4.43), se obţine $1/(\sqrt{2}\cdot\sin\beta) = \beta/(\beta - \sin\beta\cdot\cos\beta)$, de unde se deduce

$$(1/\sin\beta) - (\cos\beta/\beta) = \sqrt{2}\,. \tag{4.44}$$

Această ecuaţie permite să se calculeze β, prin aproximaţii succesive, găsindu-se $\beta = 121°12'48''$ şi $2\beta = 242°25'36''$.

Conform relaţiei (4.42), raza r va fi $r = 0{,}82679\ \rho_0$.

Trebuie calculată distanţa OE a ştifturilor conice ale compasului de reglare al arcului spiral. Din triunghiul OO_1E se deduce

$$OE = \sqrt{(\rho_0 - r)^2 + r^2 - 2r(\rho_0 - r)\cdot\cos(2\beta - 180°)}$$

sau

$$OE = \sqrt{(\rho_0 - r)^2 + r^2 + 2r(\rho_0 - r)\cdot\cos 2\beta}\,.$$

Corespunzător valorilor determinate pentru r şi β, se obţine $OE = 0{,}76225\ r$.

Curba examinată poartă numărul $N \approx 76$ şi nu este practică, întrucât nu este terminată printr-un arc de cerc cu centrul în O. De asemenea, aceasta nu ar putea să fie utilizată decât la ceasornice sau cronometre fără compas de reglare al arcului spiral, ca la cronometrele pentru marină.

E. Curba Phillips formată din două arce de cerc, din care unul cu centrul pe axa balansierului. Această curbă este aplicabilă ceasornicelor având un compas de reglare al arcului spiral şi se compune dintr-un *semicerc* cu centrul în O_1, de rază r_1, şi dintr-un *arc de cerc* cu centrul în O, de rază r_2 şi un unghi β (fig.4.27).

Trebuie determinaţi r_1, r_2 şi β, astfel, ca să fie satisfăcute condiţiile lui Phillips, puse sub forma: $m_x = \rho_0^2$ şi $m_y = 0$.

Momentul m_x cuprinde momentul m_{1x} al semicercului DA şi momentul m_{2x} al arcului AE. Relaţiile acestora sunt

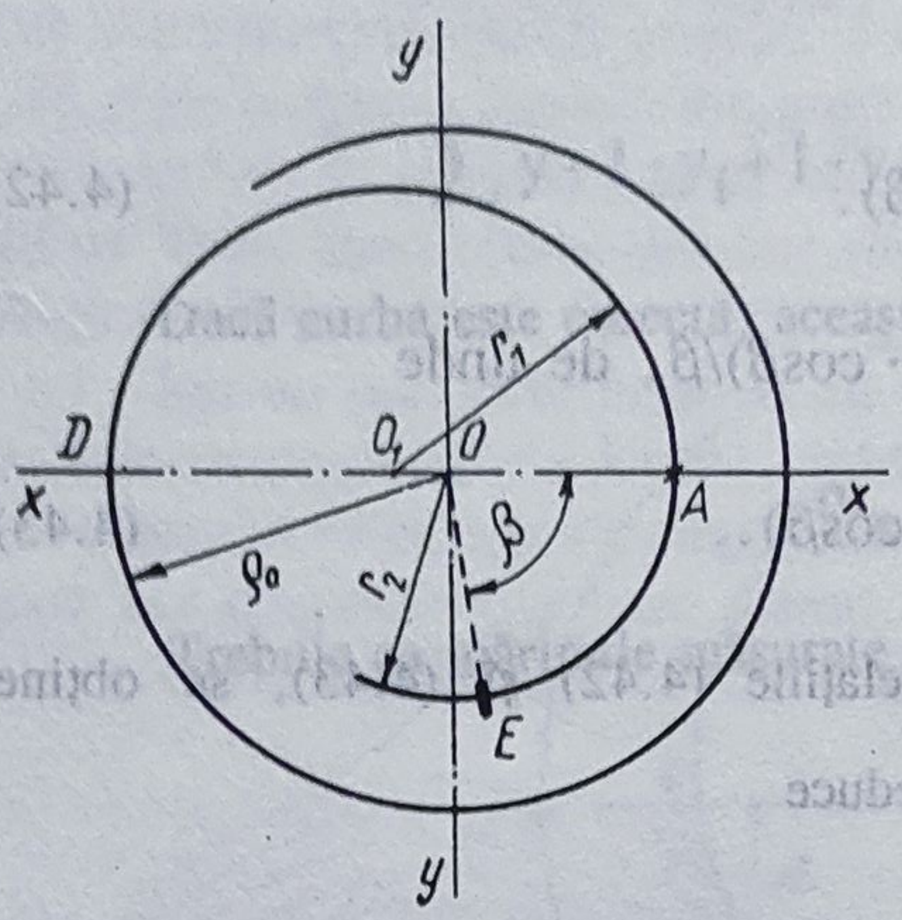


Fig.4.27

$$m_{1x} = \int_0^{\pi} y \cdot ds = \int_0^{\pi} r_1 \cdot \sin\alpha \cdot r_1 \cdot d\alpha = r_1^2 - \cos\alpha \Big|_0^{\pi} =$$

$$= 2r_1^2,$$

$$m_{2x} = \int_0^{\beta} r_2^2 \cdot \sin\alpha \cdot d\alpha = r_2^2 - \cos\alpha \Big|_0^{\beta} = r_2^2(1 - \cos\beta).$$

Momentul m_{2x} este negativ, întrucât întregul arc AE este sub axa Ox; ca atare trebuie scris: $m_{2x} = -r_2^2(1 - \cos\beta)$.

Momentul m_x al întregii curbe considerate devine

$$m_x = m_{1x} + m_{2x} = 2r_1^2 - r_2^2(1 - \cos\beta).$$

În scopul satisfacerii de către curbă a condiţiilor lui Phillips, trebuie ca

$$2r_1^2 - r_2^2(1 - \cos\beta) = \rho_0^2. \qquad (4.45)$$

Se impune acum calculul lui m_y, care este suma dintre m_{1y} - momentul semicercului DA - şi m_{2y} - momentul arcului AE - în raport cu axa Oy. Relaţiile acestora sunt

$$m_{1y} = \int_0^{\pi} x \cdot ds = \int_0^{\pi} (r_1 \cdot \cos\alpha + \rho_0 - r_1) \cdot r_1 \cdot d\alpha = \pi \cdot r_1(\rho_0 - r_1);$$

$$m_{2y} = \int_{\pi}^{\pi+\beta} r_2^2 \cdot \cos\alpha \cdot d\alpha = -r_2^2 \sin\beta.$$

A doua condiţie a lui Phillips cere imperios ca

$$m_y = m_{1y} + m_{2y} = \pi \cdot r_1(\rho_0 - r_1) - r_2^2 \cdot \sin\beta = 0. \qquad (4.46)$$

Prin eliminarea lui β între ecuaţiile (4.45) şi (4.46) rezultă

$$r_2^2 = \pi^2 \cdot r_1^2(\rho_0 - r_1)^2 + (\rho_0^2 - 2r_1^2 + r_2^2)^2.$$

Această ecuaţie conţine cele două necunoscute r_1 şi r_2, dar $r_2 = 2r_1 - \rho_0$, astfel că ia forma

$$r_1^4(\pi^2-12)-(16\rho_0-2\pi^2\cdot\rho_0)\cdot r_1^3+\pi^2\cdot\rho_0^2\cdot r_1^2-8\rho_0^3\cdot r_1+3\rho_0^4=0.$$

Punând $\rho_0 = 1$, se obţine

$$r_1^4(\pi^2-12)-(16-2\pi^2)r_1^3+\pi^2\cdot r_1^2-8r_1+3=0. \qquad (4.47)$$

Această ecuaţie este satisfăcută pentru $r_1 = 0{,}8324$.

Din ecuaţiile (4.45) şi (4.46), se deduce $\mathrm{tg}\beta=(\pi\cdot r_1)/[2(\rho_0-r_1)]$, de unde

$$\beta = 82°41'44''.$$

În fine, raza r_2 poate fi calculată, deoarece $r_2 = 2r_1 - \rho_0$ şi, deci: $r_2 = 0{,}6648$.

Numărul curbei examinate este $N = 100(r_2/\rho_0) \approx 66$.

F. Curba Phillips compusă din două sferturi de cerc legate printr-o dreaptă. Această curbă este constituită din două sferturi de cerc de rază $r = \rho_0/2$ (fig.4.28) şi dintr-un segment rectiliniu $AB = \rho_0$, fiind simetrică în raport cu axa Oy; deci, una din condiţiile lui Phillips este îndeplinită: $m_y = 0$.

Momentul m_x este egal cu suma momentelor m_{1x}, m_{2x} şi m_{3x} a porţiunilor Da, AB şi BE. Dar $m_{1x} = m_{3x}$ şi deci $m_x = 2m_{1x} + m_{2x}$.

Momentul unui semicerc de rază r s-a calculat anterior, găsindu-se $2r^2$. Ca atare, în cazul prezent rezultă: $2m_{1x}=2r^2=2\rho_0^2/4=\rho_0^2/2$, iar $m_{2x}=AB\cdot CO=\rho_0\cdot r=\rho_0^2/2$, deci:

$$m_x=(\rho_0^2/2)+(\rho_0^2/2)=\rho_0^2.$$

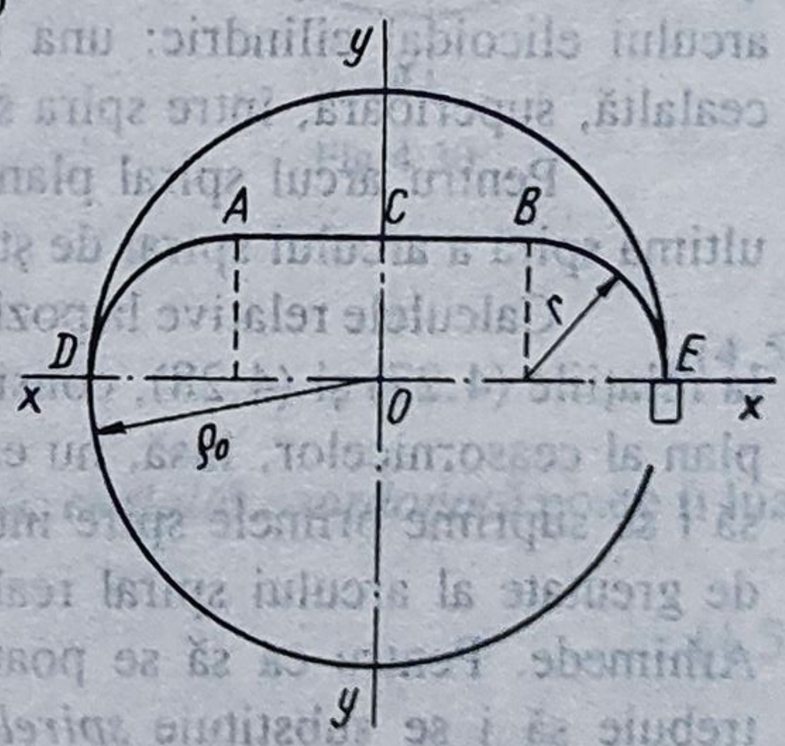


Fig.4.28

A doua condiţie a lui Phillips este, de asemenea, îndeplinită. Această curbă poartă numărul $N = 100$ şi poate fi utilizată pentru arcurile elicoidale cilindrice ale cronometrelor folosite în marină, care nu posedă compas de reglare.

G. Segment rectiliniu îndeplinind condiţiile lui Phillips. *Un segment rectiliniu DA* (fig.4.29) poate fi utilizat ca *o curbă Phillips*, fiind determinat prin lungimea sa l şi prin înclinarea sa α pe axa Ox.

Întrucât $m_y = 0$, trebuie ca centrul de greutate al segmentului să fie B pe axa Oy, deci: $DB = BA = l/2$.

A doua condiţie a lui Phillips este îndeplinită, dacă $OB=\rho_0^2/l$, unde $OB = DB\cdot \sin\alpha$ şi, prin urmare

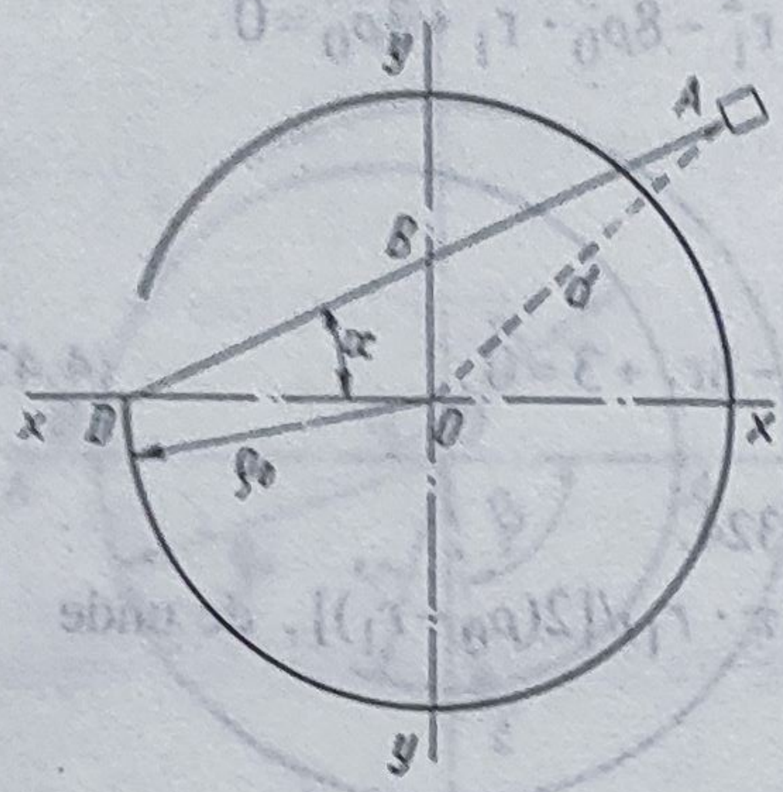


Fig.4.29

$\rho_0^2/l = (l/2)\sin\alpha$ respectiv $\sin\alpha = (2\rho_0^2)/l^2$.

Pe de altă parte, $OD = DB \cdot \cos\alpha$, de unde $\rho_0 = (l/2)\cos\alpha$ și $\rho_0/l = \cos\alpha/2$.

Ca atare, se obține $\sin\alpha = (1 - \sin^2\alpha)/2$.

Din această ecuație se deduce valoarea lui $\sin\alpha$, astfel: $\sin\alpha = -1 \pm \sqrt{2}$.

Singura soluție acceptabilă este

$\sin\alpha = -1 + \sqrt{2}$, de unde $\alpha = 24°28'11''$.

Se calculează ușor $l = (2\rho_0)/\cos\alpha = 2{,}1973\rho_0$.

Distanța d a bucșei, în care se fixează capătul exterior al arcului spiral, față de centrul acestui arc are expresia

$$d = \sqrt{l^2 + \rho_0^2 - 2l \cdot \rho_0 \cdot \cos\alpha}.$$

Înlocuindu-se în aceasta l și α prin valorile lor, se obține $d = 1{,}351\,\rho_0$.

Segmentul rectiliniu astfel definit poate fi utilizat drept *curba cu numărul* $N = 135$, extremitatea sa A putând fi plasată fără restricții.

H. Curba interioară a arcului spiral plan. Phillips și-a elaborat teoria plecând de la *arcul elicoidal cilindric*, demonstrând că aceasta poate fi utilizată și în cazul *arcului spiral plan*, atât timp cât *deformațiile rămân mici*. El a recomandat să se aplice *două curbe* arcului elicoidal cilindric: una inferioară, între spira inferioară a arcului și virolă, iar cealaltă, superioară, între spira superioară a arcului și bucșă.

Pentru arcul spiral plan nu s-a menținut decât curba zisă *exterioară*, care leagă ultima spiră a arcului spiral de știfturile conice ale compasului de reglare al arcului spiral.

Calculele relative la poziția centrului de greutate al spiralei lui Arhimede au condus la relațiile (4.27) și (4.28), considerându-se că aceasta pleacă din originea sa. Arcul spiral plan al ceasornicelor, însă, nu este o spirală a lui Arhimede completă, deoarece a trebuit să i se suprime primele spire interioare pentru a se putea monta virola. Ca atare, centrul de greutate al arcului spiral real nu se găsește în același loc cu cel al unei spirale a lui Arhimede. Pentru ca să se poată aplica arcului spiral plan relațiile deduse anterior, va trebuie să i se substituie *spirele interioare* ce lipsesc printr-o *curbă interioară*. Rolul acesteia este să lege prima spiră interioară cu virola, având momentul egal și de același semn cu cel al unei spirale a lui Arhimede, care să plece din origine și să ajungă la începutul primei spire interioare a arcului spiral real.

Diferențele dintre *curba exterioară* și *cea interioară* constau în următoarele:

- *Curba exterioară readuce centrul de greutate al spiralei lui Arhimede complete pe axa balansierului. Momentele acesteia în raport cu cele două axe rectangulare sunt egale și de semn contrar celor ale arcului spiral.*

• *Curba interioară compensează spirele interioare eliminate spre a se face loc virolei. Momentele acesteia în raport cu cele două axe rectangulare sunt egale ca valoare şi ca semn celor corespunzătoare părţii luate din spirala lui Arhimede.*

Conform relaţiilor (4.25) şi (4.26), momentele părţii luate din arcul spiral sunt:

$$m_x = a^2 - r_0^2,\ m_y = 2a \cdot r_0^2,$$

unde r_0 reprezintă cea mai mare rază a porţiunii care lipseşte din arcul spiral.

Curba interioară de lungime l are aceleaşi momente, şi anume:

$$m_x = a^2 - r_0^2,\ m_y = 2a \cdot r_0,$$

coordonatele centrului său de greutate fiind

$$x_{2C} = (2a \cdot r_0)/l, \tag{4.48}$$

$$y_{2C} = (a^2 - r_0^2)/l. \tag{4.49}$$

În scopul dispunerii de un spaţiu corespunzător plasării curbei interioare, reglorul, după ce a secţionat porţiunea interioară a arcului spiral până în zona în care trebuie să penetreze virola, îndepărtează încă 3 până la 4 spire (fig.4.30), astfel că r_0 devine destul de mare. Este posibil ca valoarea lui r_0 să se determine conform ecuaţiei spiralei lui Arhimede, $r_0 = a \cdot \theta$.

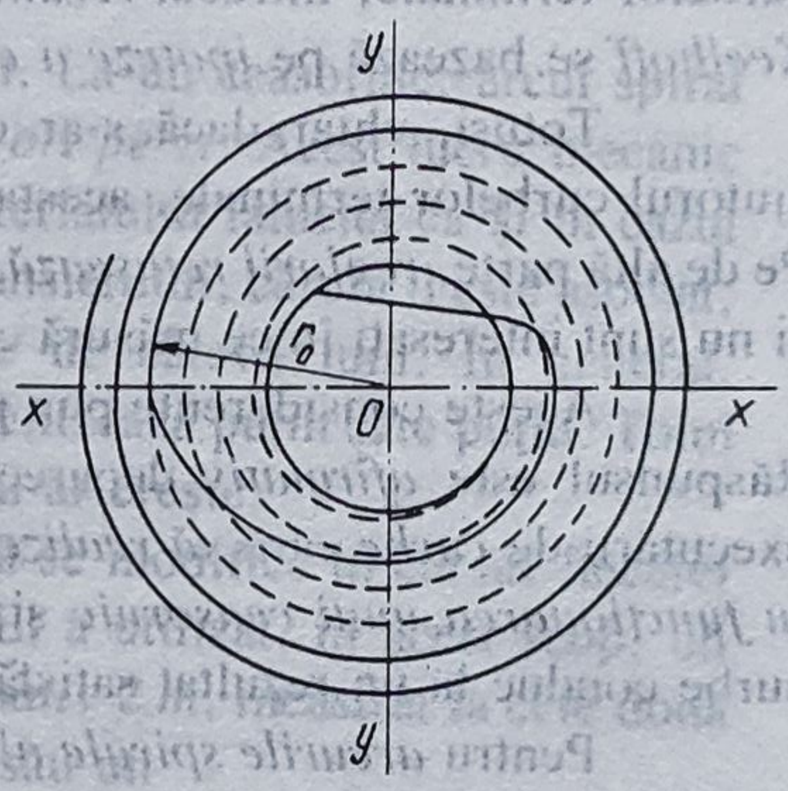


Fig.4.30

Considerându-se pentru θ valoarea 12π (6 rotaţii), rezultă $r_0 = a \cdot 12\pi \approx 37{,}7a$.

Termenul în a^2 este *neglijabil* în relaţia (4.49), aşa încât

$$y_{2C} = -(r_0^2/l). \tag{4.50}$$

Pe de altă parte, fără a se comite o eroare gravă, *cealaltă coordonată* poate fi luată

$$x_{2C} = 0. \tag{4.51}$$

În felul acesta, cu excepţia semnului lui y_{2C}, se găsesc aceleaşi relaţii (4.35) şi (4.36) ca şi pentru *curba exterioară*.

Curba interioară nu este aplicată decât la *cronometrele foarte fine* şi se datorează lui Jules Grossmann.

I. Realizarea curbelor Phillips. *Tehnicianul* sau *reglorul* poate să deseneze o curbă teoretică conform celei ce a fost indicată, apoi să reducă acest desen la o scară convenabilă, de exemplu, printr-un *procedeu fotografic*. Lucrările lui C. Billeter, „Reglajul de precizie" și ale lui M. Bossart, „Curbe terminale pentru arcurile spirale Breguet", conțin numeroase *curbe interioare* și *exterioare în mărime naturală* printre care se va putea găsi, probabil, o curbă convenabilă. Reglorul care execută multe piese de un același calibru transferă curba aleasă pe o *placă metalică*, respectiv pe o *placă acoperită cu email alb* sau pe o *placă de sticlă*. După aceea nu-i rămâne decât să-și *fasoneze curba* după modelul adoptat. Fiecare punct este determinat prin coordonatele sale luate de pe un desen la scară mare. Mașina de sudură electrică prin puncte multiple permite să se marcheze pe placă un punct de coordonate cunoscute.

O *altă metodă* constă în a se executa, pe bază rațională, curba arcului spiral și în a se verifica, adică în a se compara cu aceea a desenului la scară mare cu ajutorul unui *pantograf special*, denumit *campiloscop* și inventat de Paul Perret. Acest aparat este precis, însă procedeul tehnic este prea lent pentru munca în flux continuu. În schimb, acesta poate conferi avantaje în *cronometria de precizie*.

O curbă terminală se poate controla, de asemenea, prin intermediul *proiectorului de profiluri* și al unui *desen la scară mare*.

Persistă întrebarea dacă este justificată o minuțiozitate extremă în executarea curbelor terminale, întrucât *rezultatele lui Phillips* și, chiar, acele ale lui *Moulin* și a lui *Keelhoff* se bazează pe *ipoteze a căror exactitate nu este absolută*.

Totuși, chiar dacă s-ar obține *izocronismul sistemului balansier-arc spiral* cu ajutorul curbelor terminale, acesta *nu va fi realizat practic* în funcționarea ceasornicului. Pe de altă parte, *reglorii retușează curbele terminale* în vederea atingerii anumitor rezultate și nu sunt interesați în ce măsură curba ce se realizează corespunde condițiilor lui Phillips.

Aceste considerente pun problema *dacă teoria curbelor terminale ar mai fi utilă*. Răspunsul este *afirmativ* deoarece, datorită condițiilor lui Phillips, există posibilitatea executării de *curbe* care *să realizeze aproape izocronismul sistemului balansier-arc spiral în funcționarea unui ceasornic* și, totodată, *să se reducă considerabil tatonările*. Aceste curbe conduc la un rezultat satisfăcător pentru ceasornicele curente.

Pentru *arcurile spirale ale cronometrelor de mare precizie*, trebuie să se retușeze frecvent curbele. Aceasta constituie arta reglorului de precizie.

Retușurile, însă, sunt adesea destinate *să corecteze consecințe care nu se datorează numai prezenței arcului spiral*.

4.2.4.13. Jocul arcului spiral între știfturile conice ale compasului de reglare. Între știfturile conice ale compasului de reglare, care țin ultima spiră a arcului spiral, este prevăzută o distanță mai mare decât grosimea *h* a benzii, pentru ca, la rotirea compasului, arcul spiral să nu se deformeze. Conform figurii 4.31, *a*, dacă, în poziția de echilibru a roții balansierului, ultima spiră *3* se află la mijlocul distanței dintre știfturile *2*, atunci, la amplitudini mari, intervine lungimea arcului spiral până la știfturi, iar la amplitudini mici — întreaga lungime până la brațul de fixare *1* al arcului spiral. La amplitudini mici, ultima spiră se deformează puțin și nu atinge cele două știfturi ale compasului. În aceste situații, ceasornicul va întârzia. Oscilațiile ultimei spire se reduc pe măsură ce se apropie de brațul de fixare.

Dacă ceasornicul grăbeşte şi ştifturile compasului se rotesc spre braţul de fixare al arcului spiral (înapoi), se poate întâmpla ca ultima spiră în oscilaţia sa să nu mai atingă ştifturile şi perioada de oscilaţie T să crească cu mai mult decât reglarea făcută conform scării compasului. Dacă, însă, în poziţia de echilibru a roţii balansierului, ultima spiră se sprijină pe unul dintre ştifturile *2* (fig.4.31, *b*), într-o semioscilaţie intervine lungimea arcului spiral până la ştift, iar în cealaltă semioscilaţie, în funcţie de mărimea amplitudinii, acţionează la un moment dat întreaga lungime până la braţul de fixare. În această semioscilaţie creşte perioada T.

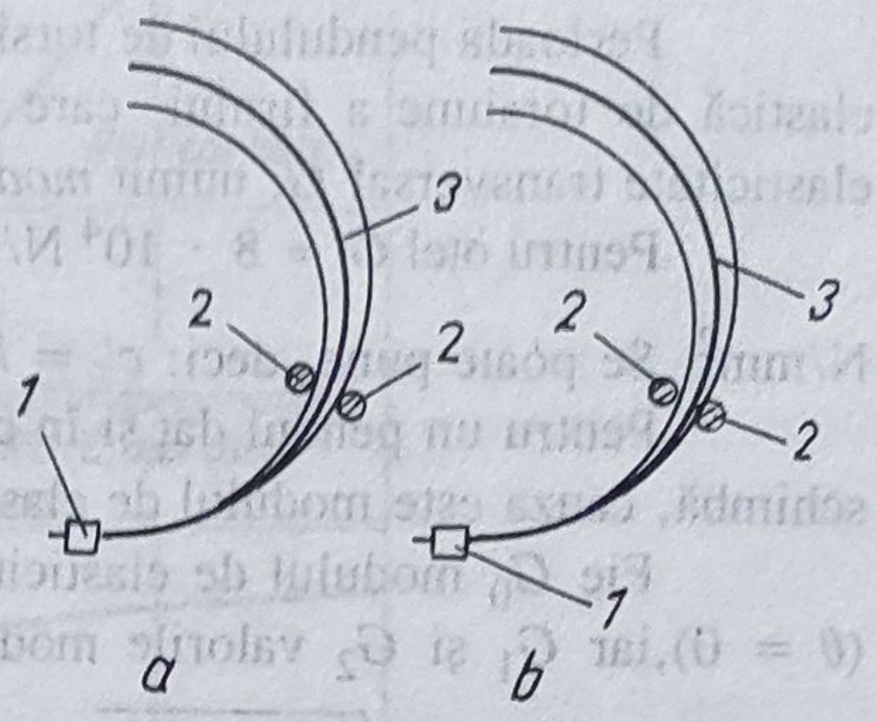


Fig.4.31

Odată cu micşorarea amplitudinii creşte timpul cât ultima spiră atinge ştiftul, oscilaţia efectuându-se, în cea mai mare parte, cu lungimea arcului spiral până la ştift. Atingerea permanentă a ultimei spire de unul dintre ştifturi (la amplitudini mari) deformează arcul spiral, accentuând toate inflenţele menţionate la § 4.2.4.7.

4.2.4.14. Modificările elasticităţii arcului spiral. La un ceasornic, arcul spiral se întinde şi se destinde *mai mult de două sute de mii de ori pe zi*. Acest lucru mecanic poate să modifice structura şi proprietăţile elastice ale materialului lamelei ca şi în cazul ecruisării. Se cunoaşte faptul că un arc spiral nou nu dă balansierului, căruia îi este asociat, aceeaşi perioadă T pe care ar da-o după o funcţionare de câteva luni. În general, ceasornicele noi iau avans cu timpul; mersul acestora se stabilizează puţin câte puţin. Totul se petrece ca şi cum modulul de elasticitate al arcului spiral ar creşte.

Jaquerod a arătat că modulul de elasticitate pare să se modifice în cursul fiecărei oscilaţii corespunzător stării de tensiune a arcului spiral. El a utilizat, în acest scop, un *pendul de torsiune*, constituit dintr-un *fir subţire de aproximativ 2 m*, încastrat la cele două extremităţi ale sale. Firul *LL* (fig.4.32) posedă la mijlocul său un *disc A* cu momentul de inerţie al masei *J*. *Clema B* este mobilă în piesa fixă C. Aceasta poartă un cap moletat D care permite să facă să se rotească şi să se răsucească firul *LL*. Un *şurub de fixare* oferă posibilitatea să se imobilizeze clema într-o poziţie oarecare.

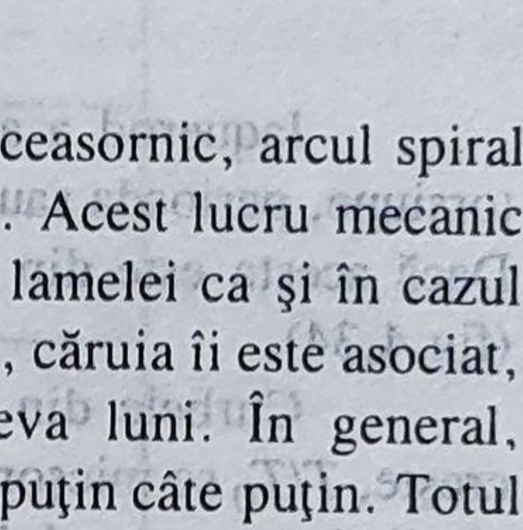


Fig.4.32

Se pune discul *A* să execute oscilaţii de amplitudine mică ($\varphi_0 \approx 1°$) şi se determină perioada T a oscilaţiilor când firul nu este torsionat. Se răsuceşte firul *LL*, rotindu-se clema cu un unghi θ_1, apoi se face să oscileze discul *A* astfel ca amplitudinea să fie de ordinul a 1°. Se torsionează firul de 1/2 tură, de 1 tură, de $1\frac{1}{2}$ ture etc. şi, de fiecare dată, se măsoară perioadele T_1, T_2, T_3 etc.

Dacă *modulul de elasticitate transversal G* este independent de starea de tensiune a firului, rezultă: $T_0 = T_1 = T_2 = T_3 = \ldots$. Măsurările efectuate de Jaquerod au demonstrat contrariul.

Perioada pendulului de torsiune este $T = 2\pi\sqrt{J/c'}$, unde c' semnifică constanta elastică de torsiune a firului, care depinde de dimensiunile acestuia şi de modulul de elasticitate transversal G, numit *modulul lui Coulomb* sau *coeficientul de rigiditate*.

Pentru oţel $G \approx 8 \cdot 10^4$ N/mm^2, în timp ce modulul lui Young este $E \approx 2 \cdot 10^5$ N/mm^2. Se poate pune, deci: $c' = k \cdot G$, de unde $T = 2\pi\sqrt{J/(k \cdot G)}$.

Pentru un pendul dat şi în condiţii bine definite, J şi k sunt constante. Dacă T se schimbă, cauza este modulul de elasticitate transversal G.

Fie G_0 modulul de elasticitate transversal corespunzător *stării de tensiune nule* ($\theta = 0$),iar G_1 şi G_2 valorile modulului pentru torsiunile θ_1 şi θ_2 ale firului. Rezultă expresiile: $T_0 = 2\pi\sqrt{J/(k \cdot G_0)}$, $T_1 = 2\pi\sqrt{J/(k \cdot G_1)}$, .de unde

$$T_1/T_0 = \sqrt{G_0/G_1} \qquad (4.52)$$

sau

$$G_1 = G_0(T_0/T_1)^2 .$$

Jaquerod a arătat că, pentru oscilaţiile de amplitudine mică ale unui pendul de torsiune, perioada sau raportul T/T_0 creşte cu unghiul θ, dacă firul este din *oţel* (fig.4.33). Dacă acesta este din *elinvar*, perioada se micşorează mai întâi, ca apoi să se mărească (fig.4.34).

Curbele din figura 4.34 reprezintă variaţia raportului G/G_0. Când acest raport creşte, T/T_0 se micşorează conform relaţiei (4.52). De asemenea, din figura 4.34 se deduce că *diminuarea modulului poate să atingă 1% pentru o torsiune de 6 rotaţii*. Acest efect este, deci, considerabil ca modificare corespunzătoare perioadei, care valorează:

$$T_0/T_1 = \sqrt{G_1/G_0} = \sqrt{0,99} = 0,99498748 .$$

Dacă se presupune că $T_0 = 2$ s, se obţine

$$\Delta T/T = (T_1 - T_0)/T_0 = (1/0,99498748) - 1 = 0,005038,$$

ceea ce echivalează la un mers diurn cu $\mu = 435$ s.

Pentru a se examina *variaţia modulului lui Young*, Jaquerod a înlocuit *firul inferior* printr-un *arc elicoidal cilindric* care lucrează la încovoiere. Firul superior fiind studiat în mod meticulos, se poate conchide dacă partea din perioadă datorită arcului spiral variază sau nu corespunzător stării de tensiune a acestuia. Curbele din figurile 4.35 şi 4.36 reprezintă perioada în raport de unghiul de încovoiere al arcului, pentru poziţia în jurul căreia se efectuează oscilaţiile de amplitudine mică.

Dacă legea lui Hooke era exactă, curbele din figurile 4.33 şi 4.36 trebuiau să fie drepte paralele cu axa abciselor.

Se impune examinarea comportamentului arcurilor spirale în cazul oscilaţiilor de mare amplitudine, de exemplu de la 200° la 300°.

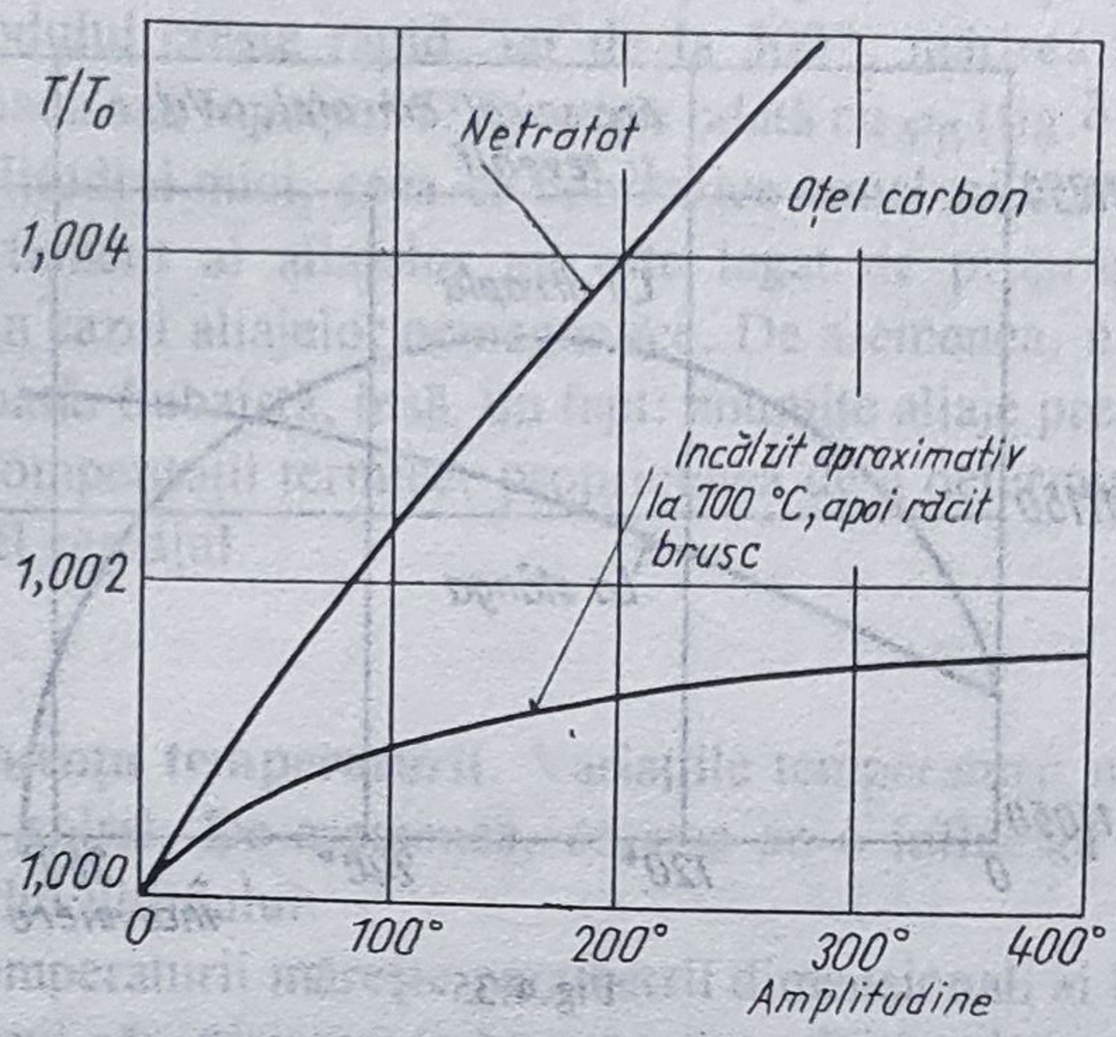


Fig.4.33

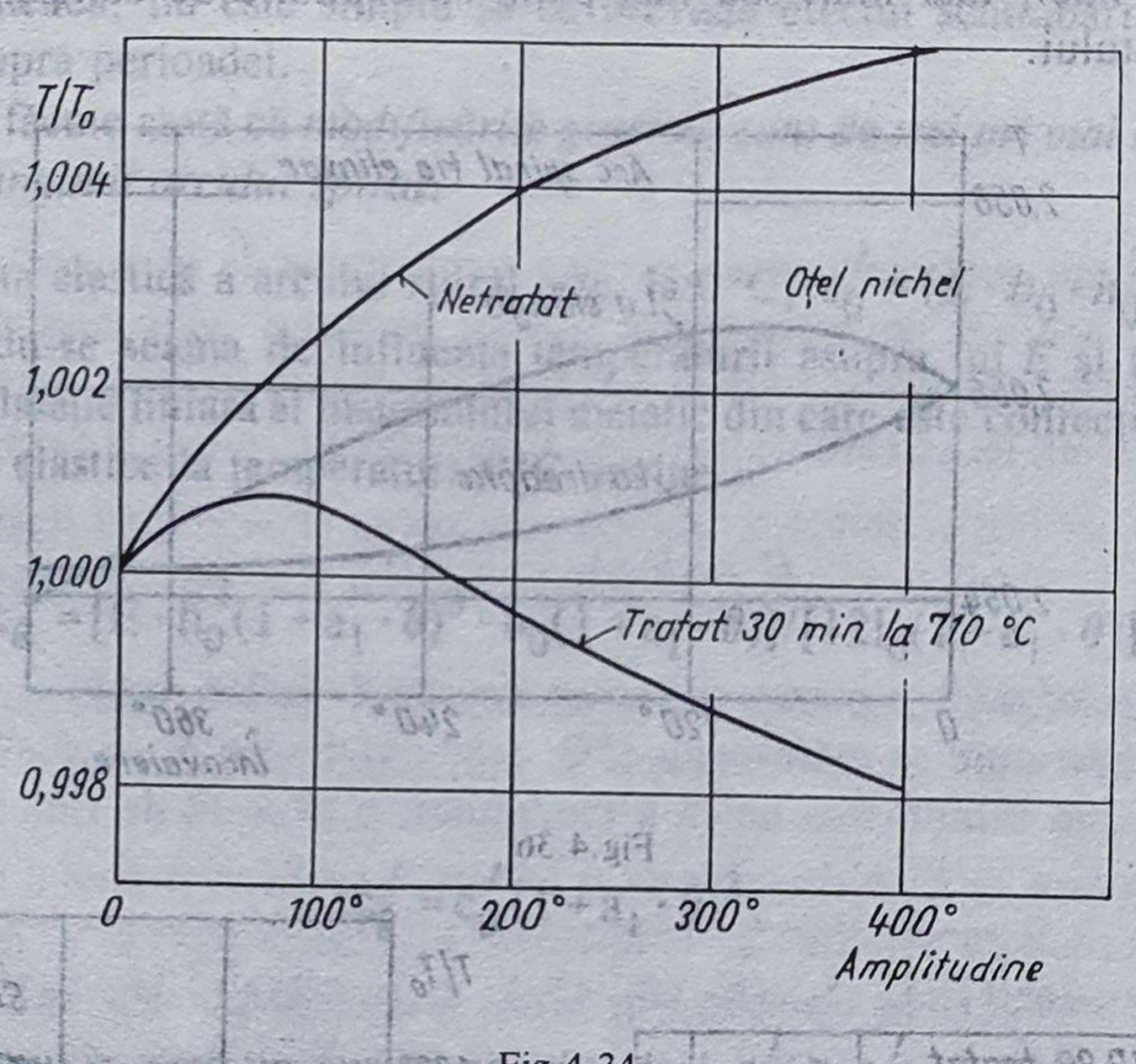


Fig.4.34

Jaquerod a pus la punct *o metodă de coincidenţe* care să permită măsurarea, *aproape de o sută de miime*, a perioadei unui pendul de torsiune executând oscilaţii ale căror amplitudini atingeau 360°. El a constatat că perioada variază cu amplitudinea, însă nu în felul în care lasă să se prevadă *metoda cvasistatică* de măsurare a perioadei unui pendul care execută oscilaţii de amplitudine mică. De reţinut că, în cazul amplitudinilor reduse, perioada variază cel mai mult.

Pentru *ceasornicele imobile*, sunt interesante constatările următoare:

1. Perioada creşte cu amplitudinea în cazul arcurilor din *oţel-carbon*, *oţel-nichel* netratat, *elinvar* şi *cupru-beriliu durificat*.

2. La arcurile spirale din *oţel-nichel tratat 30 min la 710°C*, perioada se măreşte, mai întâi, cu amplitudinea până la $\varphi_0 \approx 80°$, apoi se diminuează pentru amplitudinile cele mai mari.

3. In cazul arcurilor spirale din *oţel-carbon încălzit la 700°C şi răcit brusc*, din *oţel-nichel netratat* şi din *elinvar*, *curba perioadei* în raport cu amplitudinea *se aplatizează* pentru oscilaţii mari (φ_0 cuprins între 200° şi 400°).

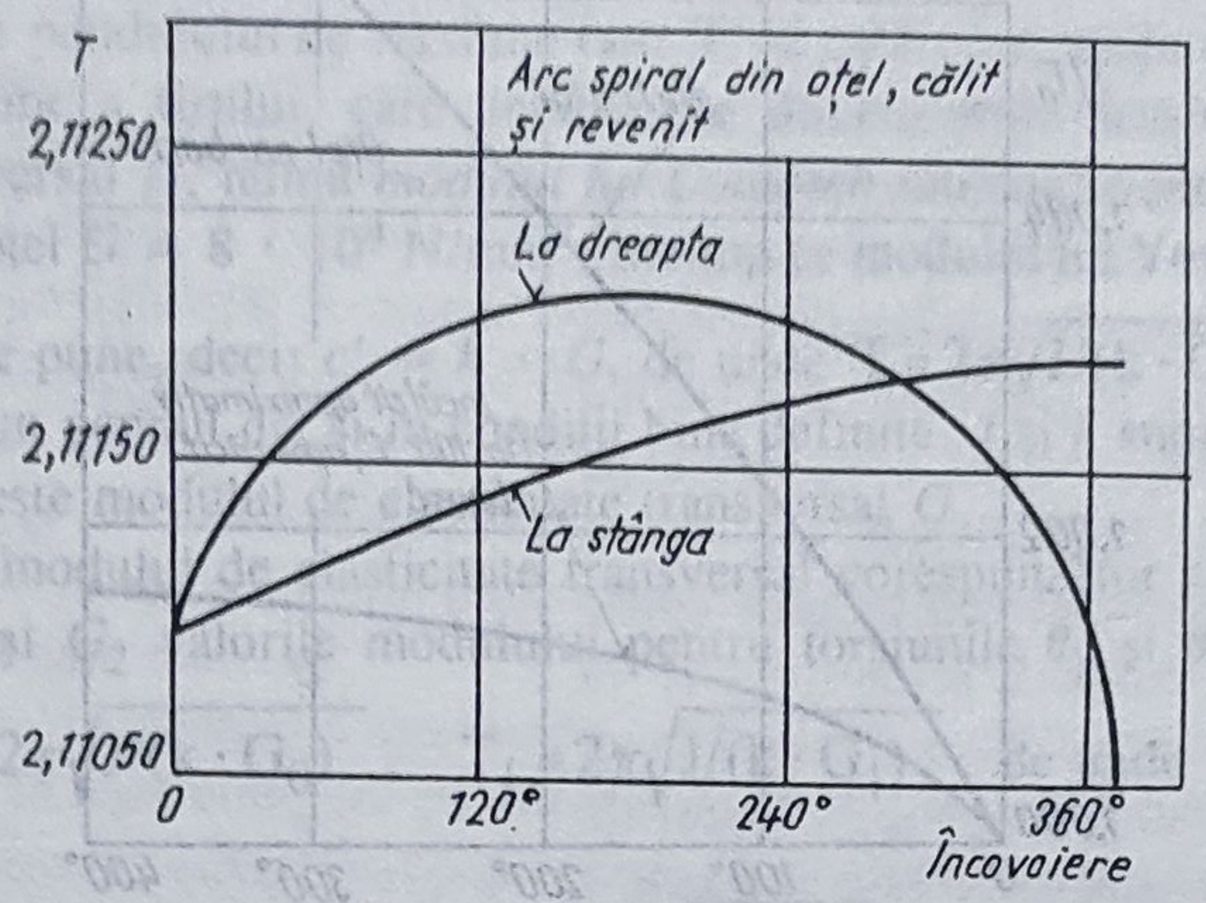


Fig.4.35

Se poate prevedea deci, pentru aceste ultime arcuri, fie o mişcare a perioadei, fie un avans la cele mici, mai mult sau mai puţin susceptibile de compensarea întârzierii datorită eşapamentului.

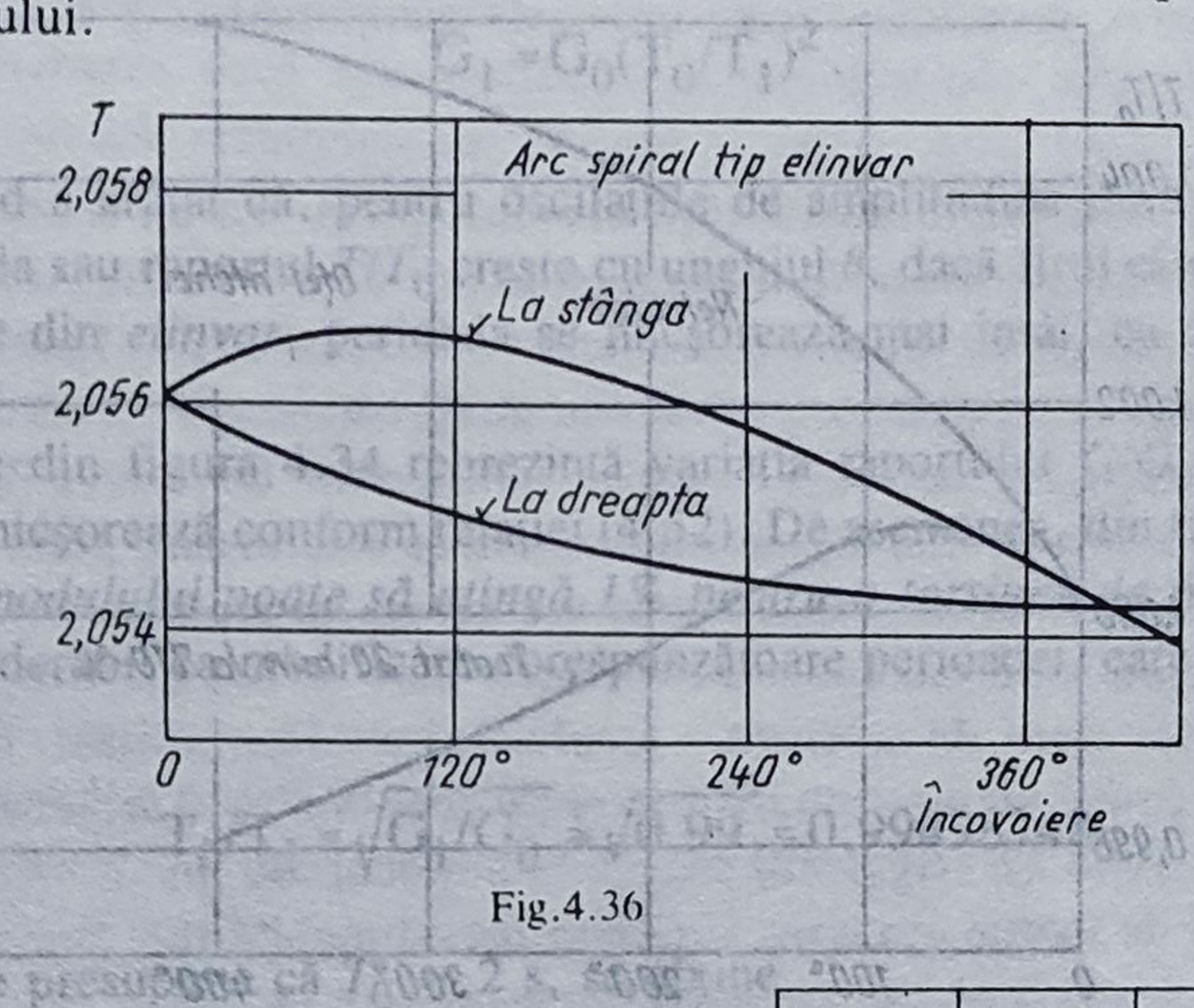


Fig.4.36

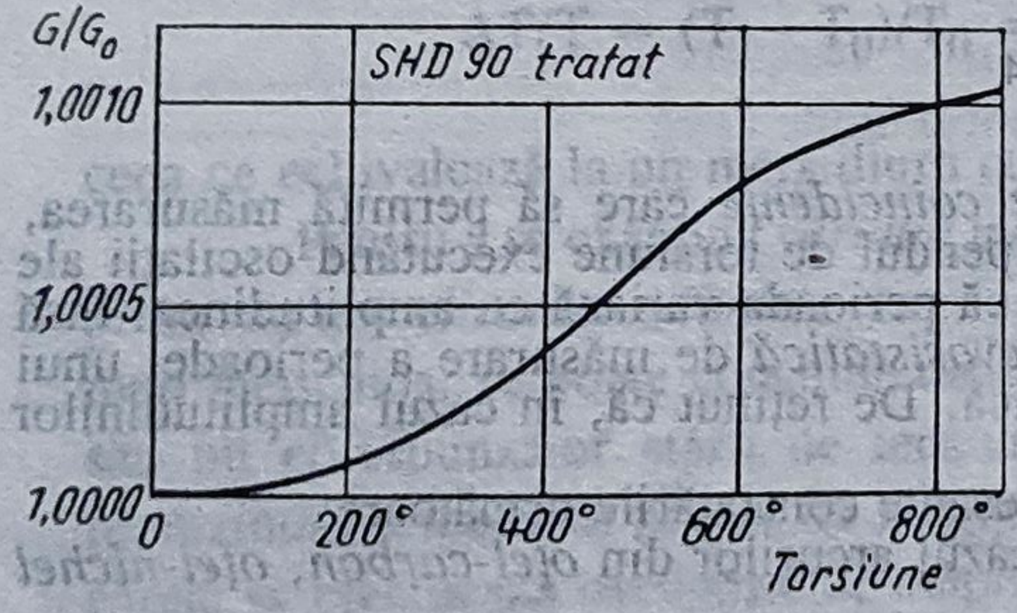


Fig. 4.37

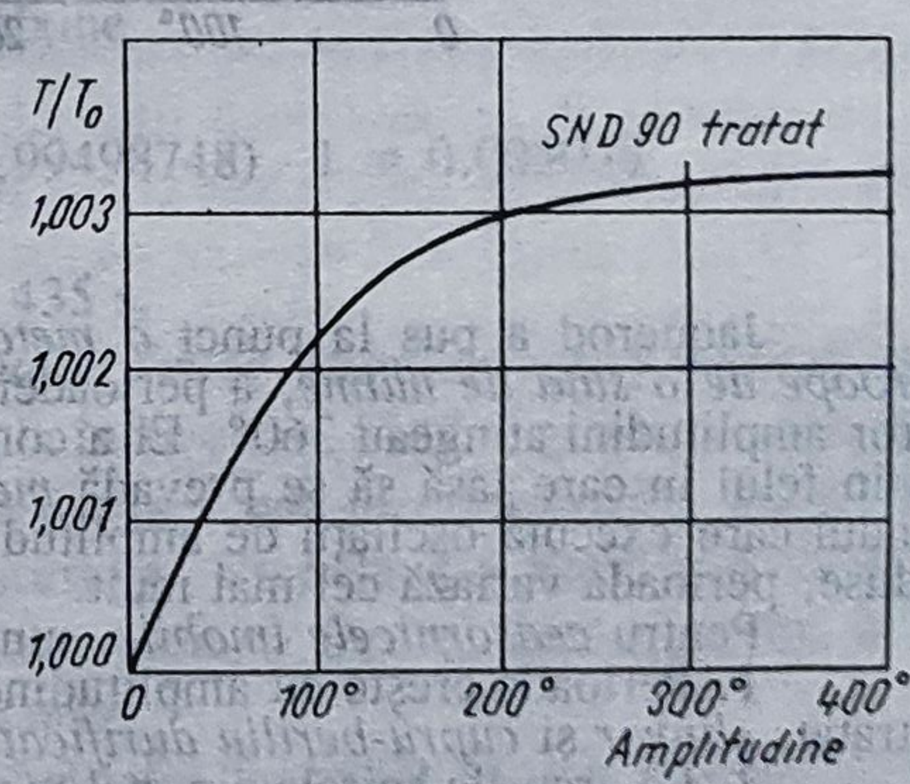


Fig.4.38

Cauza acestor fenomene nu este încă cunoscută. Există până în prezent contradicţii neexplicate între rezultatele obţinute cu metodele *cvasistatică şi dinamică*. Conform metodei

cvasistatice, elinvarul tratat se supune *legii lui Hooke* pentru amplitudini mici (fig.4.37). Începând cu 200°, modulul creşte rapid, iar de la 500°, mărirea este mai lentă. După metoda dinamică, perioada sau raportul T/T_0 creşte odată cu φ_0 (fig.4.38). Variaţia lui T/T_0 este mai rapidă la amplitudini mici, ceea ce contrazice concluziile metodei cvasistatice.

Acest comportament al aliajelor nu este legat de proprietăţile lor magnetice, întrucât este acelaşi şi în cazul aliajelor nemagnetice. De asemenea, nu pare să depindă mai mult de frecarea interioară. Subzistă, însă, un fapt: anumite aliaje prezintă, pe lângă marile avantaje ale unei autocompensaţii termice, proprietatea de a determina avansul la arcurile mici şi de a uşura astfel reglajul.

4.2.4.15. Influenţa temperaturii. Variaţiile temperaturii modifică dimensiunile balansierului şi arcului spiral. De asemenea, acestea au o influenţă asupra modulului de elasticitate al materialului ultimului.

O ridicare a temperaturii măreşte parametrii dimensionali ai balansierului, raza sa de giraţie, deci momentul său de inerţie. Aceasta se traduce printr-o creştere a perioadei sistemului oscilant balansier-arc spiral, adică printr-o întârziere a ceasornicului.

De asemenea, nu este simplu să se prevadă efectul schimbărilor dimensiunilor arcului spiral asupra perioadei.

Studiile făcute arată că *modificările grosimii sunt de trei ori mai eficace decât cele ale lăţimii sau lungimii arcului spiral.*

Constanta elastică a arcului spiral este, la 0°C, $c_0' = (E \cdot b_0 \cdot h_0^2)/(12 l_0)$.

Neţinându-se seama de influenţa temperaturii asupra lui E şi notându-se cu a_1 coeficientul de dilataţie liniară al materialului metalic din care este confecţionat arcul spiral, relaţia constantei elastice la temperatura θ°C devine

$$c_\theta' = [E \cdot h_0^3 (1 + a_1 \cdot \theta)^3 \cdot b_0 (1 + a_1 \cdot \theta)] / [12 l_0 (1 + a_1 \cdot \theta)]$$

sau

$$c_\theta' = c_0' (1 + a_1 \cdot \theta)^3 . \qquad (4.53)$$

Coeficientul a_1 este un număr pozitiv, deci $c_\theta' > c_0'$. *Mărindu-se dimensiunile arcului spiral, ridicarea temperaturii face să crească constanta sa elastică, adică micşorează perioada sistemului oscilant balansier-arc spiral şi determină ceasornicul să avanseze.*

Rezultatul ar fi acelaşi, dacă dimensiunile, la temperatura θ, ar fi calculate cu ajutorul relaţiei mai exacte

$$h_\theta = h_0 (1 + a_1 \cdot \theta + \beta \cdot \theta^2) .$$

Momentul de inerţie al masei totale a sistemului în mişcare de oscilaţie, la 0°C, este

$$J_0 = M \cdot \rho_0^2.$$

Fie a_1' coeficientul de dilataţie liniară al materialului metalic al sistemului, care se presupune monometalic. Rezultă

$$J_\theta = M \cdot \rho_0^2(1 + a_1' \cdot \theta) = J_0(1 + a_1' \cdot \theta)^2 \text{ şi } T_0 = 2\pi\sqrt{J/c_0'},$$

de unde

$$T_\theta = 2\pi\sqrt{[J_0(1 + a_1' \cdot \theta)^2]/[c_0'(1 + a_1 \cdot \theta)^3]} = [T_0(1 + a_1' \cdot \theta)]/(1 + a_1 \cdot \theta)^{3/2}. \quad (4.54)$$

Există deci o anumită compensaţie a celor două efecte. Compensaţia ar fi perfectă, dacă $1 + a_1' \cdot \theta = (1 + a_1 \cdot \theta)^{3/2}$ sau, pentru că a_1 reprezintă un număr mic,

$$1 + a_1' \cdot \theta = 1 + (3/2)a_1 \cdot \theta, \text{ ori } a_1' = (3/2)a_1.$$

Ceasornicarul n-are nici un interes la o compensaţie de acest gen, pentru că *efectul principal* al unui schimb de temperatură asupra mersului unui ceasornic provine din *modificarea modulului de elasticitate al materialului arcului spiral*. Acest modul variază cu temperatura într-un fel în care, într-o primă aproximaţie, poate fi exprimat prin relaţia

$$E = E_0(1 + \beta \cdot t).$$

Coeficientul β este negativ şi pentru oţel are valoarea $\beta \approx 2{,}4 \cdot 10^{-4}$.

Dacă temperatura se măreşte cu 1°C, modulul devine $E_1 = E_0(1 - 2{,}4 \cdot 10^{-4})$.

Considerând schimbarea unică a modulului, provocată de ridicarea temperaturii cu 1°C, rezultă

$$T_0 = 2\pi\sqrt{J_0/c_0'} = 2\pi\sqrt{(12J_0 \cdot l_0)/(E_0 \cdot h_0^3 \cdot b_0)} \text{ şi } T_1 = 2\pi\sqrt{(12J_0 \cdot l_0)/(E_1 \cdot h_0^3 \cdot b_o)}.$$

Întrucât se presupune că numai E_0 variază, se deduce

$$T_1 = T_0\sqrt{1/(1 - 2{,}4 \cdot 10^{-1})},$$

$$\Delta T_0 = T_1 - T_0 = T_0[\sqrt{1/(1 - 2{,}4 \cdot 10^{-4})} - 1]$$

şi

$$\Delta T_0/T_0 = \sqrt{1/(1 - 2{,}4 \cdot 10^{-4})} - 1 \approx +1{,}2 \cdot 10^{-4}.$$

Mersul diurn al ceasornicului va fi afectat cu

$$\mu = -86\,400 \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-4} = -10{,}368 \text{ s.}$$

Experienţa demosntrează că, *o ridicare a temperaturii cu 1°C, determină un ceasornic*, înzestrat cu un balansier monometalic şi cu un arc spiral din oţel, *să întârzie între 10 şi 11 secunde zilnic*. Această întârziere se datorează diminuării modulului de elasticitate.

În acelaşi sens, să se calculeze *avansul rezultant al schimbărilor în dimensiunile unui balansier din alamă şi în acelea ale unui arc spiral din oţel*. Se utilizează relaţia

$$T = T_0(1 + a_1' \cdot \theta)/(1 + a_1 \cdot \theta)^{3/2}.$$

Coeficienţii de dilataţie sunt: pentru alamă, $a_1' = 18 \cdot 10^{-6}$ şi pentru oţel, $a_1 = 11 \cdot 10^{-6}$, deci:

$$T_1 = T_0(1 + 18 \cdot 10^{-6})/(1 + 11 \cdot 10^{-6})^{3/2},$$

$$\Delta T_0 = T_1 - T_0 = T_0(1 + 18 \cdot 10^{-6})/(1 + 11 \cdot 10^{-6})^{3/2} - T_0$$

şi

$$\Delta T_0/T_0 = (1 + 18 \cdot 10^{-6})/(1 + 11 \cdot 10^{-6})^{3/2} - 1 = 1{,}499 \cdot 10^{-6}.$$

Mersul diurn va fi afectat cu: $\mu = -86\,400 \cdot 1{,}499 \cdot 10^{-6} = +0{,}129$ s.
Este o *întârziere*, întrucât μ este negativ.

Influenţa temperaturii este deci considerabilă, deoarece, în cazul tratat, o creştere a acesteia cu 1°C provoacă o întârziere a mersului diurn de: $-10{,}368 - 0{,}129 \approx -10{,}50$ s.

O variaţie a temperaturii *nu perturbă izocronismul*, dacă se admite — ceea ce nu este sigur, începând de la experienţele lui Jaquerod — că variaţiile modulului de elasticitate corespunzător stării de tensiune a arcului spiral sunt aceleaşi pentru toate temperaturile.

Pentru a se compensa influenţa temperaturii într-un mod raţional, trebuie să se utilizeze un fenomen provocat de asemenea de modificarea temperaturii, dar al cărui efect este independent de amplitudine.

Astfel, soluţia compensaţiei imaginată de Breguet (fig.4.39), constând dintr-o *lamelă bimetalică*, la care unul din segmente poartă cheia compasului de reglare al arcului spiral, nu este recomandabilă, căci aceasta corectează un efect independent de amplitudine prin jocul arcului spiral între ştifturile conice ale compasului de reglare; ori, acesta din urmă, are asupra perioadei, o influenţă care este dependentă de amplitudine.

Din contră, în cazul compensaţiei imaginate de către Harrison (fig.4.40), temperatura acţionează asupra unei lamele bimetalice a cărei deplasare modifică lungimea arcului spiral. Această schimbare, însă, influenţează asupra perioadei fără a atinge izocronismul.

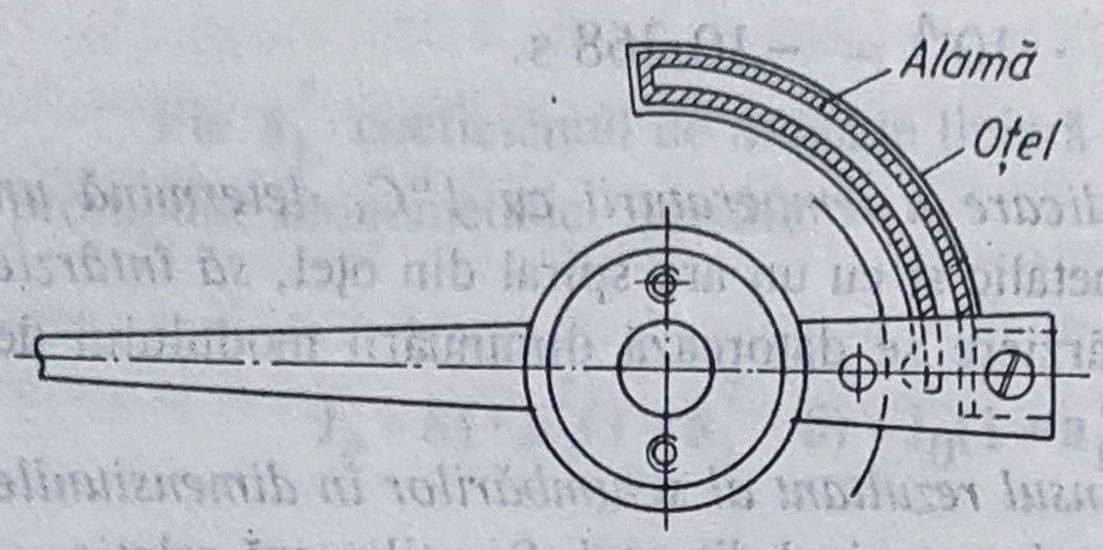


Fig. 4.39

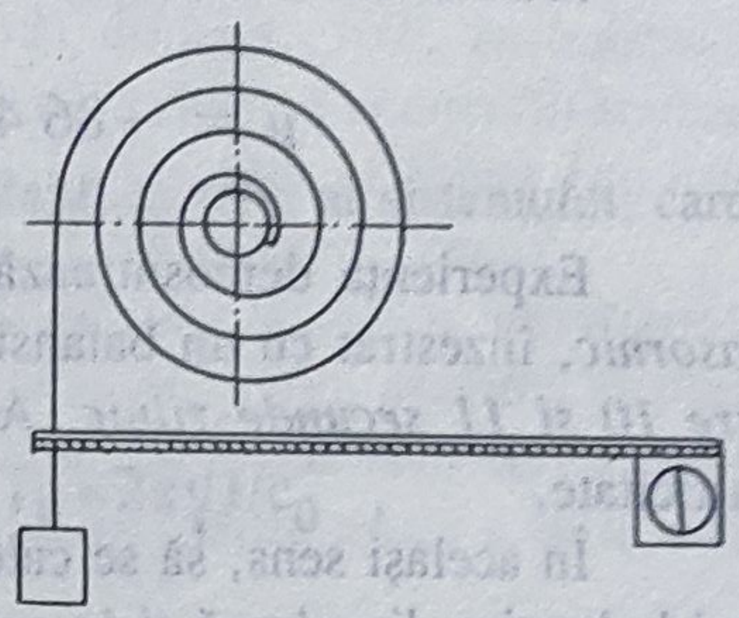


Fig.4.40

4.2.4.16. Forţa centrifugă. Balansierul bimetalic secţionat este deformat de forţa centrifugă.

O masă m, rotindu-se cu viteza v în jurul unei axe, la distanţa r de aceasta, este solicitată de o forţă centrifugă F_c, astfel că $F_c = \frac{m \cdot v^2}{r} = m \cdot \omega^2 \cdot r$, unde ω semnifică viteza unghiulară.

Întrucât, conform legii lui Hooke, deformaţiile sunt proporţionale cu forţele, se admite că raza de giraţie R a balansierului este mărită cu o cantitate proporţională cu ω^2 şi, deci, rezultă: $R' = R(1 + a \cdot \omega^2)$, a fiind, pentru un balansier dat, o *constantă* a cărei valoare depinde de dimensiunile şi de proprietăţile elastice ale materialului. Se deduce $R'^2 = R^2(1 + 2a \cdot \omega^2 + a^2 \cdot \omega^4)$ şi, neglijându-se termenul $a^2 \cdot \omega^4$, care este mic în comparaţie cu l, se obţine $R'^2 = R^2(1 + 2a \cdot \omega^2)$.

Momentul de inerţie al masei balansierului, J', are expresia

$$J' = M \cdot R'^2 = M \cdot R^2(1 + 2a \cdot \omega^2) = J(1 + 2a \cdot \omega^2)$$

sau

$J' = J(1 + b \cdot \omega^2)$, dacă se pune $b = 2a$.

Ecuaţia mişcării balansierului deformat devine

$$J'(d^2\varphi/dt^2) + c' \cdot \varphi = 0 \text{ sau } J(d^2\varphi/dt^2) + J \cdot b \cdot \omega^2(d^2\varphi/dt^2) + c' \cdot \varphi = 0,$$

respectiv

$$(d^2\varphi/dt^2) + b \cdot \omega^2 \cdot (d^2\varphi/dt^2) + (c' \varphi)/J = 0.$$

Expresia $-(c' \varphi)/J$ reprezintă acceleraţia unghiulară $(d^2\varphi/dt^2)$ când balansierul nu este deformat. Din cauza forţei centrifuge, acceleraţia este mărită de

$\gamma = -b \cdot \omega^2(d^2\varphi/dt^2)$.

Nu se cunoaşte nici valoarea lui ω, nici aceea a lui $(d^2\varphi/dt^2)$, însă se ştie că perturbaţia perioadei, ocazionată de forţa centrifugă, este puţin importantă, astfel că se poate admite pentru $(d^2\varphi/dt^2)$ valoarea acceleraţiei unghiulare în mişcarea normală, adică

$(d^2\varphi/dt^2) = -(c' \cdot \varphi)/J$ şi, pentru ω, $\omega = \sqrt{c'/J}\sqrt{\varphi_0^2 - \varphi}$.

Ca atare, $\gamma = b(c'/J)(\varphi_0^2 - \varphi_0)(c'/J) \cdot \varphi = b(c'/J)^2 \cdot \varphi \cdot (\varphi_0^2 - \varphi^2)$.

Se aplică relaţia lui Airy $\Delta T_1/T_1 = T_1^2/(\pi^3 \cdot \varphi_0^2)\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} (\gamma \cdot \varphi \cdot d\varphi)/(\varphi_0^2 - \varphi^2)^{1/2}$ care devine în cazul prezent

$$\Delta T_1/T_1 = T_1^2/(\pi^3 \cdot \varphi_0^2)\int_{-\varphi_0}^{+\varphi_0}\left[(b \cdot c'^2/J^2)\right] \cdot \varphi \cdot (\varphi_0^2 - \varphi^2) \cdot (\varphi \cdot d\varphi)/\sqrt{\varphi_0^2 - \varphi^2} =$$

$$\left[(T_1^2 \cdot b \cdot c'^2)/(\pi^3 \cdot \varphi_0^2 \cdot J^2)\right]\int_{-\varphi_0}^{+\varphi_0} \varphi^2\sqrt{\varphi_0^2 - \varphi^2 \cdot d\varphi}\ d\varphi.$$

Integrala are valoarea

$$\left|(\varphi/8)(2\varphi^2 - \varphi_0^2)\sqrt{\varphi_0^2 - \varphi^2} + (\varphi_0^4/8)\ \arcsin\ (\varphi/\varphi_0)\right|_{-\varphi_0}^{+\varphi_0} = (\pi \cdot \varphi_0^4)/8,$$

astfel că

$$\Delta T_1/T_1 = \left[(T_1^2 \cdot b \cdot c'^2)/(\pi^3 \cdot \varphi_0^2 \cdot J^2)\right](\pi \cdot \varphi_0^4)/8.$$

Însă $T_1^2 = \pi^2(J/c')$ deci $(T_1^2 \cdot c'^2)/J^2 = \pi^2 \cdot c'/J$ şi $\Delta T_1/T_1 = (b \cdot c' \cdot \varphi_0^2)/(8J)$ sau

$$\Delta T_1/T_1 = \left[(\pi^2 \cdot b/8)\right] \cdot (\varphi_0/T_1)^2. \qquad (4.55)$$

Perturbaţia relativă a perioadei, datorată forţei centrifuge este proporţională cu pătratul amplitudinii şi invers proporţională cu pătratul perioadei. Aceasta mai depinde de factorul b, a cărui semnificaţie se cunoaşte.

4.2.4.17. Inerţia arcului spiral. În relaţia *perioadei normale* este inclus J, ce reprezintă momentul de inerţie al masei întregului ansamblu al sistemului oscilant care participă la mişcare, şi anume: balansier, arbore, platou, virolă (inel) şi arc spiral.

Forţa centrifugă ce acţionează asupra balansierului îl deformează şi îi măreşte momentul de inerţie. Un fenomen analog se produce şi când arcul spiral activează.

Astfel, părţile arcului spiral sunt deformate în mod diferit, întrucât extremitatea sa ataşată virolei descrie acelaşi unghi ca şi balansierul, în timp ce cealaltă extremitate,

legată de bucşă (destinată special fixării capătului exterior al arcului spiral), este imobilă. *În aceste condiţii, pentru punctele intermediare este de semnalat că, în afara deformaţiei datorită rotaţiei, intervine şi o modificare a razei, ceea ce nu se produce nici la bucşă şi nici la virolă. Ca atare, pentru fiecare element al arcului spiral trebuie să se studieze efectul acestor două cauze asupra perioadei sistemului oscilant balansier-arc spiral.*

În acest scop se consideră cazul arcului spiral plan, asimilat ca formă spiralei lui Arhimede, de ecuaţie $r = q \cdot a$.

Metoda utilizată pentru examinarea fenomenului complex menţionat a fost elaborată de Keelhoff şi s-a caracterizat prin calcule lungi şi relaţii complicate. Rezultatul final a fost *expresia perturbaţiei relative a perioadei*, care dă valoarea acesteia în raport de: constanta q; masa şi lungimea arcului spiral, m şi l; momentul de inerţie al masei sistemului oscilant balansier-arc spiral, J; unghiurile corespunzătoare extremităţilor arcului spiral, a_1 şi a_0; parametrii a_n, a_n', b_n, b_n', c_n şi c_n'. Această expresie este

$$\frac{\Delta T_1}{T_1} = \frac{m \cdot q^4 \cdot a_1^6}{4J \cdot l^2} \cdot \left\{ \left[\frac{a_0}{4} - \frac{a_0'}{6} \right] + \left[\frac{9}{4} \left(\frac{a_2}{6} - \frac{a_2'}{8} \right) - \frac{3}{2} \left(\frac{c_1}{6} - \frac{c_1'}{8} \right) \right] \cdot \left[\frac{2\varphi_0}{a'} \right]^2 + \left[\frac{25}{8} \left(\frac{a_4}{8} - \frac{a_4'}{10} \right) - \frac{5}{2} \left(\frac{c_3}{8} - \frac{c_3'}{10} \right) \right] \cdot \left[\frac{2\varphi_0}{a'} \right]^4 + \dots \right\}, \tag{4.56}$$

unde

$$a' = a_1 - a_0.$$

Relaţiile parametrilor amintiţi anterior sunt:

$$a_n = \frac{1 - \left[\frac{a_0}{a_1} \right]^{n+4}}{\left[1 + \frac{a_0}{a_1} \right]^n}, \quad a_n' = \frac{1 - \left[\frac{a_0}{a_1} \right]^{n+6}}{\left[1 + \frac{a_0}{a_1} \right]^n},$$

$$b_n = \frac{1 - \left[\frac{a_0}{a_1} \right]^{n+5}}{\left[1 + \frac{a_0}{a_1} \right]^n}, \quad b_n' = \frac{1 - \left[\frac{a_0}{a_1} \right]^{n+7}}{\left[1 + \frac{a_0}{a_1} \right]^n},$$

$$c_n = \frac{1 - \left[\frac{a_0}{a_1}\right]^{n+5}}{\left[1 + \frac{a_0}{a_1}\right]^{n+1}}, \quad c_n' = \frac{1 - \left[\frac{a_0}{a_1}\right]^{n+7}}{\left[1 + \frac{a_0}{a_1}\right]^{n+1}},$$

Relaţia stabilită de Keelhoff este foarte complicată, şi demonstrează că *inerţia arcului spiral plan generează un defect de izocronism, însemnat cu atât mai mult cu cât raza arcului spiral este mai mare şi cu cât arcul spiral este mai greu.*

4.2.4.18. Variaţiile presiunii barometrice. Deşi mult mai redusă ca cea a temperaturii, *influenţa presiunii atmosferice nu poate fi ignorată* când se pune *problema măsurărilor precise ale timpului*, efectuate cu ajutorul cronometrelor a căror precizie este de ordinul a *0,1 s pe zi* sau *de 1 · 10^{-6}*. În oscilaţia sa, frecarea balansierului cu aerul îi cauzează acestuia o frânare ce depinde de mărimea şi de forma piesei, de viteza de oscilaţie şi de presiunea aerului. Pentru un balansier dat, influenţa variaţiei presiunii este mică în comparaţie cu a celorlalte cauze şi, de obicei, se neglijează.

Totuşi, de foarte multă vreme reglorii ţin seama de această influenţă, când examinează un cronometru destinat a fi controlat sau utilizat la o altitudine mult diferită de cea la care funcţionează în mod obişnuit. La o diferenţă de *altitudine de 1000 m mersul diurn poate să fie modificat cu 1 s*.

Pentru a se combate acest efect negativ s-au iniţiat piese din materiale noi ca, de exemplu, *balansierul bimetalic*. Până în prezent, aceste compensaţii complicate n-au fost aplicate decât *orologiilor de precizie*. Se poate imagina sustragerea ceasornicelor de sub influenţa variaţiilor de presiune, punându-le într-un recipient absolut etanş. Această soluţie nu este simplă decât în aparenţă, deoarece este foarte dificil de obţinut şi de menţinut o etanşeitate perfectă.

Dacă în timpul perioadei de examinare a unui cronometru, de exemplu într-un observator, presiunea atmosferică variază mult, funcţionarea normală a acestuia va fi afectată. Dacă, însă, nu se ţine seama de acest efect, raţionamentul emis asupra calităţii cronometrului va fi eronat.

Pentru a se pune cronometrele de concurs pe acelaşi plan, unica posibilitate, în ipoteza că nu se pot ignora variaţiile presiunii, este de a se ţine seama de influenţa acesteia asupra funcţionării lor normale.

Se vorbeşte adesea de rezistenţa aerului, în sensul că efectul presiunii ar proveni numai datorită aerului deplasat de balansier în funcţionare. Dacă ar fi aşa, presiunea nu ar trebui să aibă nici o influenţă asupra mersului unui ceasornic înzestrat cu un balansier constituit dintr-un disc fără asperităţi. *Experienţele lui Attinger* au demonstrat însă că, în condiţii bine determinate (balansierii se mişcă într-un mediu nelimitat, într-o atmosferă cu o presiune apropiată de 710 mm Hg), efectul presiunii asupra mersului este dat, în cazul unui *balansier format dintr-un disc din aluminiu*, prin $\Delta T/T = 13 \cdot 10^{-5}$ şi pentru un *balansier monometalic cu şurub*, prin $\Delta T/T = 22 \cdot 10^{-5}$, unde T semnifică *perioada sistemului balansier-arc spiral oscilant în vid*.

Presiunea are deci *două efecte directe*: unul provine de la *rezistenţa aerului deplasat*, celălalt este datorat *aerului antrenat prin frecare, graţie viscozităţii aerului*. Astfel, se poate presupune că aerul ce înconjoară balansierul este distribuit în *straturi subţiri, paralele cu planul discului*. Acesta antrenează, mai întâi, primul strat de aer care, în raport de viscozitate, atrage după sine pe cel de-al doilea şi aşa mai departe. *De la un strat la altul se produce o întârziere, o diferenţă de fază*.

Două mărimi intervin în calcule: densitatea δ şi coeficientul de viscozitate η ale aerului (sau ale gazului ambiant). Fluidul antrenat este o masă care măreşte momentul de inerţie J al balansierului oscilant în vid. Într-un gaz şi la o presiune dată, momentul de inerţie devine $J + \Delta J$ şi perioada $-T''$. Rezultă, deci:

$$T' = 2\pi\sqrt{(J + \Delta J)/c'} = 2\pi\sqrt{(J/c')[1 + (\Delta J/J)]}\ .$$

Însă $\Delta J/J$ este mic în comparaţie cu unitatea, de unde

$$T' = 2\pi\sqrt{J/c'}\ [1 + \Delta J/(2J)] = T\,[1 + \Delta J/(2J)],$$

ceea ce conduce, în final, la relaţia cunoscută $\Delta T/T = \Delta J/(2J)$.

Trebuie determinat ΔJ. Cu ajutorul unei *metode experimental-analitice* s-a stabilit

$$\Delta J = (R^4/4)\sqrt{\pi \cdot \delta \cdot \eta \cdot T}\ .$$

Variaţia relativă a perioadei datorită presiunii atmosferice, când nu se ţine seama decât *de cele două feţe ale discului*, constituind balansierul, devine

$$\Delta T/T = R^4/(4J)\sqrt{\pi \cdot \delta \cdot \eta \cdot T}, \qquad (4.57)$$

unde R reprezintă raza discului experimental.

Pentru evaluarea *influenţei marginii discului balansierului* de rază R şi de grosime s, s-a utilizat, de asemenea, o *metodă experimental-analitică*, obţinându-se, corespunzător modificării aparente a momentului de inerţie, relaţia $\Delta J = \sqrt{\pi \cdot \delta \cdot \eta \cdot T}\,[(R^4/2) + R^3 \cdot s]$.

Ca atare, perturbaţia relativă a perioadei va avea, în acest caz, expresia

$$\Delta T/T = 1/(2J)\sqrt{\pi \cdot \delta \cdot \eta \cdot T}\,[(R^4/2) + R^3 \cdot s]. \qquad (4.58)$$

4.2.4.19. Câmpurile magnetice. Dacă un *ceasornic* ajunge într-un *câmp magnetic puternic*, piesele din oţel se magnetizează şi produc perturbaţii funcţionale accentuate sau chiar oprirea ceasornicului. Acestea apar *datorită forţelor magnetice de atragere sau de respingere* care intervin între anumite piese (arcul spiral şi piesele eşapamentului). *Demagnetizarea* se efectuează într-un *câmp magnetic alternativ* a cărui intensitate scade treptat până la zero.

Fie (fig.4.41) *NS* un ac magnetic (sau o bară) de lungime l, plasat într-un *câmp magnetic uniform*, reprezentat prin linii de forţă rectilinii, paralele şi repartizate în mod uniform. Două forţe F acţionează asupra polilor N şi S, tinzând a face să se rotească acul, astfel ca linia polilor să fie paralelă cu liniile de forţă. Acestea formează un cuplu al cărui moment este $M_c = F \cdot l \sin\alpha$.

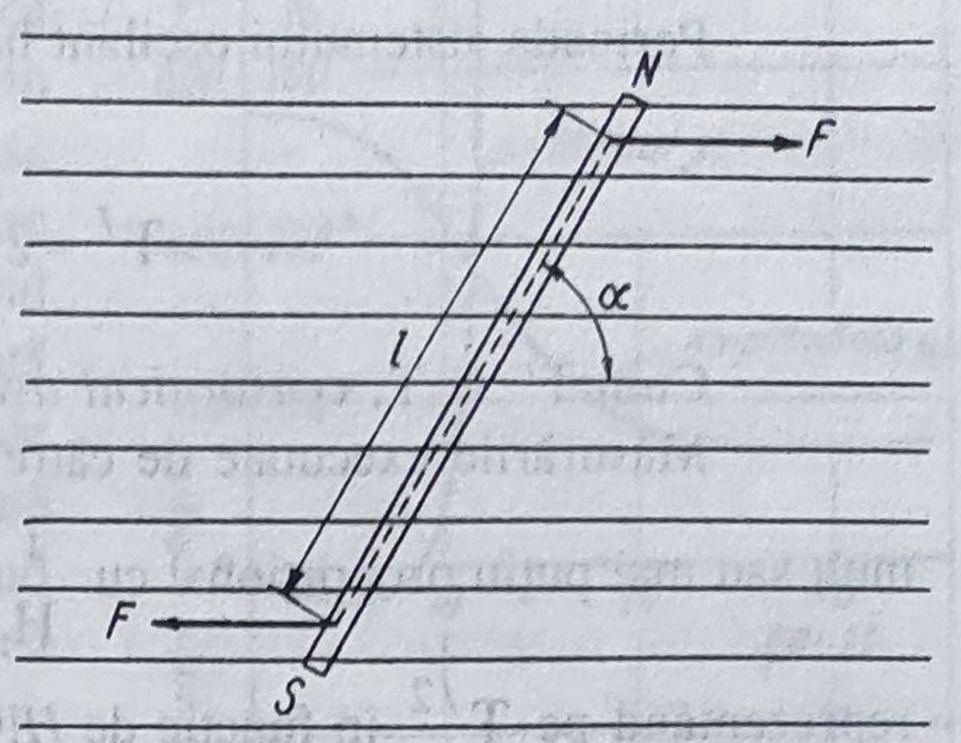


Fig.4.41

Forţa F este proporţională cu intensitatea câmpului magnetic H şi cu masa magnetică a acului. În expresia lui M_c se poate introduce momentul magnetic m al acului — moment care depinde de masa magnetică şi de dimensiunile acului — rezultând $M_c = m \cdot H \cdot \sin\alpha$.

Se admite, în general, că m este independent de H. Această ipoteză nu ete totdeauna adevărată decât pentru câmpurile puţin intense. Cum H are o valoare anumită, m al acului este o funcţie de H.

Acul (sau bara) liber să se orienteze (se presupune suspendat de un fir) şi solicitat de momentul cuplului M_c va executa o serie de oscilaţii în jurul poziţiei de echilibru, definită de paralelismul lui *NS* şi al liniilor de forţă ale câmpului.

Pentru oscilaţiile de amplitudine redusă, cuplul de rapel poate să fie considerat ca proporţional cu elongaţia α. Se poate deci pune $\sin\alpha \approx \alpha$, de unde $M_c = m \cdot H \cdot \alpha$.

Astfel, situaţia se caracterizează prin oscilaţii armonice şi izocrone a căror perioadă este

$$T = 2\pi\sqrt{J/(m \cdot H)}, \qquad (4.59)$$

unde J desemnează momentul de inerţie al acului (sau al barei) în raport cu axa de oscilaţie.

Cunoscându-se momentul magnetic m şi momentul de inerţie J al barei, se poate deduce H, şi anume

$$H = (4\pi^2 \cdot J)/(m \cdot T^2). \qquad (4.60)$$

Această relaţie poate fi aplicată, din moment ce perioada oscilaţiilor a fost determinată.

Se poate calcula, de asemenea, intensitatea câmpului magnetic în partea centrală a unui solenoid cu n spire parcurs de un curent I A, astfel

$$H = 0{,}4\pi \cdot n \cdot I.$$

Câmpurile magnetice cărora ceasornicele pot să le fie supuse sunt de intensităţi foarte diferite. De menţionat că toate ceasornicele se găsesc permanent într-un *câmp magnetic terestru* a cărui *inducţie* este de *0,5 gauss* şi a cărei componentă orizontală are *0,2 gauss*.

Perioada sistemului oscilant balansier-arc spiral, într-un câmp magnetic, devine

$$T' = 2\pi\sqrt{1/(c' + m \cdot H)} \,. \qquad (4.61)$$

Cum $T' < T$, *ceasornicul avansează*.

Măsurările executate de către Jaquerod şi Mügeli demonstrează că T'^2 este mai mult sau mai puţin proporţional cu $\frac{1}{H}$ (fig.4.42). Nu surprinde faptul că punctele curbei, reprezentând pe T'^2 în funcţie de H, nu se situează pe o dreaptă, întrucât relaţiile lui H şi ale lui T' nu sunt riguros valabile decât pentru oscilaţii de amplitudine redusă şi pentru un câmp magnetic uniform şi puţin intens. Ori, oscilaţiile unui balansier sunt departe de a fi mici şi mişcările balansierului şi ale arcului spiral, care sunt magneţi, modifică, în mod constant, structura câmpului.

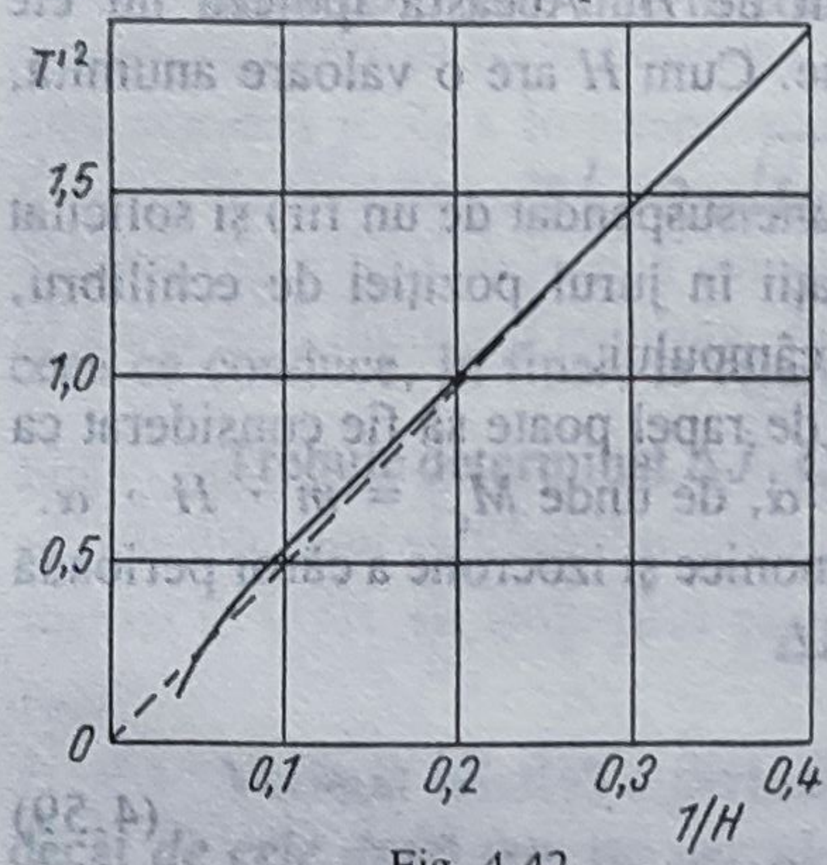


Fig. 4.42

În cazul oscilaţiilor de mare amplitudine, *nu se mai poate considera* $\sin\alpha \approx \alpha$.

Când un balansier oscilează într-un câmp magnetic, este cazul de a se distinge elongaţia φ şi unghiul α de înclinare al liniei polilor sistemului balansier-arc spiral în inactivitate faţă de liniile de forţă ale câmpului. *Ecuaţia mişcării sistemului balansier-arc spiral* este, în situaţia considerată,

$$\left[(J \cdot d^2\varphi)/dt^2\right] + c' \cdot \varphi + m \cdot B\sin(\varphi + \alpha) = 0 \,. \qquad (4.62)$$

Aceasta prezintă aspectul caracteristic al micşării unui *balansier dezechilibrat*.

Câmpul magnetic creează un *defect de izocronism*. Influenţa acestuia asupra perioadei este nulă când amplitudinea este de aproximativ 220°; în schimb, este foarte sensibilă în cazul perioadei oscilaţiilor de amplitudine redusă; ori, aceste mici oscilaţii sunt frecvente, întrucât câmpul magnetic poate să amortizeze, considerabil, mişcarea sistemului balansier-arc spiral.

4.2.4.20. Influenţa câmpului magnetic asupra amplitudinii. Această influenţă prezintă o importanţă deosebită, întrucât câmpul magnetic accelerează, în mod considerabil, oscilaţiile de amplitudine redusă ($< 220°$).

Factorii care modifică amplitudinea oscilaţiilor unui sistem balansier-arc spiral, plasat într-un câmp magnetic, sunt:

1. *histerezisul*, care se produce când o piesă (din fier sau din oţel), susceptibilă de magnetizare, este supusă acţiunii unui câmp magnetic variabil. Acest fenomen corespunde unei *absorbţii de energie*, deci unei *frânări*;

2. *curenţii Foucault* induşi în piese, ca balansierul şi arcul spiral, care se deplasează într-un câmp magnetic. Aceşti curenţi sunt dirijaţi astfel încât se opun cauzei care îi produce (*legea lui Lenz*), deci aici mişcării elementului reglant.

Jaquerod şi Mügeli au demonstrat că amplitudinea balansierului rămâne staţionară în câmpurile de inducţie redusă (< 5 gauss), apoi se micşorează rapid (fig.4.43), până la cea la care câmpul ar atinge o anumită valoare (în cadrul experienţei executate de cei doi cercetători, această inducţie a câmpului era de 20 gauss). Cu începere de la această valoare, amplitudinea rămâne constantă până la oprire. Aceasta din urmă are loc atunci când amplitudinea este încă destul de mare pentru ca funcţiunile eşapamentului să se poată îndeplini. Oprirea nu se produce, deci, ca urmare a unei diminuări a amplitudinii, mergând până acolo ca elementele eşapamentului să nu mai poată funcţiona, ci sigur când piesele sunt blocate unele de altele (spirele arcului spiral, ancora cu ştifturi şi platoul).

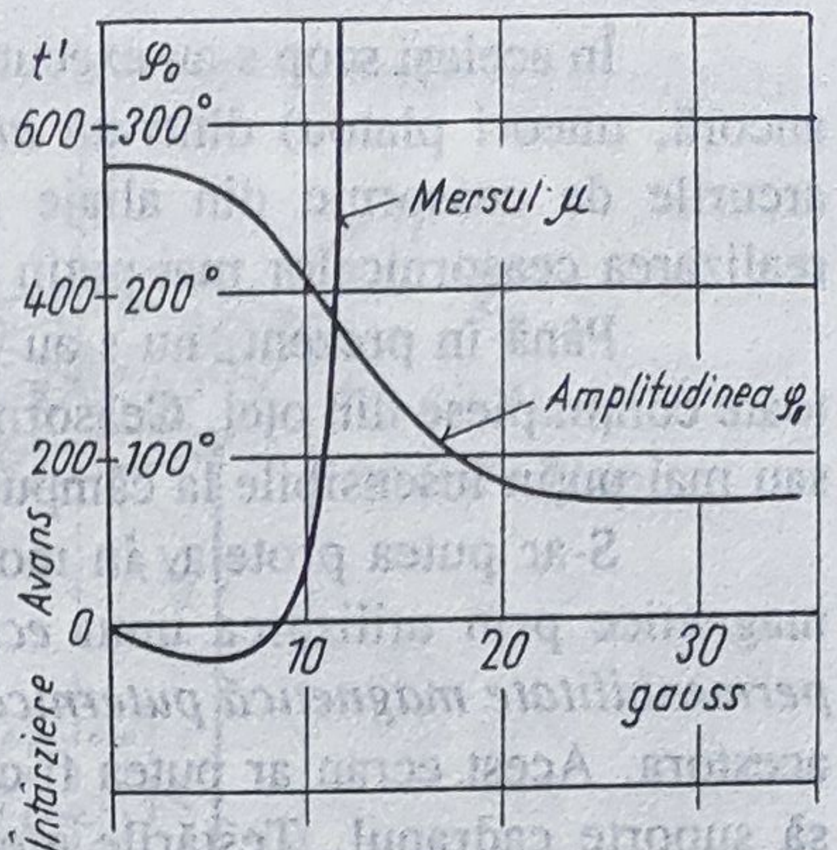


Fig.4.43

4.2.4.21. Influenţa câmpului magnetic asupra mersului ceasornicelor. În figura 4.43 se prezintă, de asemenea, mersul ceasornicului în raport cu intensitatea câmpului magnetic în care acesta este plasat. De la 270° la 220°, ceasornicul întârzie, apoi acesta avansează de îndată de amplitudinea devine mai mică decât 220°. Avansul este considerabil când amplitudinea oscilaţiilor este mică.

Influenţa câmpului magnetic asupra mersului ceasornicului depinde de echipamentul acestuia din urmă.

Alături de variaţia mersului ceasornicului plasat într-un câmp magnetic — care poate să atingă câteva *sute*, chiar *mii de secunde pe zi* — se află variaţia mersului ceasornicului după trecerea sa peste câmpul magnetic. Prima variaţie reprezintă *efectul temporar* iar a doua - *efectul rezidual*. Pentru posesorul ceasornicului, efectul rezidual este mai important decât cel temporar, deşi ar fi mai puţin considerabil. Efectul rezidual provine din magnetizarea pieselor din oţel care rămân magnetizate după trecerea lor peste câmpul magnetic: balansierul continuă să oscileze în câmpul magnetic produs de piesele magnetizate.

4.2.4.22. Protecţia ceasornicelor împotriva efectelor câmpului magnetic. Un mijloc radical de a feri ceasornicele de efectele câmpului magnetic ar fi executarea tuturor pieselor acestora din *metal* sau din *aliaj nemagnetic*. Dar aceste materiale sunt inaplicabile când se doreşte construirea unui ceasornic cu o funcţionare bună. Rezultă avantaje apreciabile prin asocierea unui balansier monometalic (din alamă, alpaca, bronz cu beriliu) cu un arc spiral autocompensator de gen elinvar (nivarox, izoval). Totuşi, autocompensaţia fiind legată de proprietăţile magnetice ale aliajului, un arc spiral realizat dintr-un aliaj derivat din fero-nicheluri nu poate să fie autocompensator. Spre a se ajunge la un rezultat satisfăcător în practică, se fac eforturi de a se găsi aliaje *puţin magnetice* şi *aproape autocompensatoare*. Atingerea acestui ţel va fi posibilă cu ajutorul aliajelor al căror *punct Curie* este relativ scăzut. *Punctul Curie este temperatura la care un metal sau un aliaj îşi pierde proprietăţile sale magetice.*

În acelaşi scop s-au executat, de asemenea, anumite piese ale sistemului (ca: roată, ancoră, uneori platou) dintr-un *aliaj nemagnetic*, cum este *bronzul cu beriliu*. În fine, arcurile de ceasornic din aliaje nemagnetice (*durapower*, *durober* etc.) contribuie la realizarea ceasornicelor mai puţin sensibile la câmpul magnetic.

Până în prezent, nu s-au putut construi *ceasornice complet amagnetice*, întrucât toate conţin piese din oţel. Ceasornicele zise *antimagnetice* sau *nemagnetice* sunt mai mult sau mai puţin insensibile la câmpurile magnetice obişnuite.

S-ar putea proteja, în mod eficient, ceasornicele împotriva efectelor câmpurilor magnetice prin utilizarea unui *ecran magnetic*, adică a unei piese dintr-un aliaj cu o *permeabilitate magnetică puternică* (fier moale, permalloy etc.) care să acopere mişcarea acestora. Acest ecran ar putea fi constituit din *cutia ceasornicului închis de o placă* care să suporte cadranul. Testările efectuate de către diferiţi experimentatori au demonstrat eficacitatea ecranelor magnetice, bine concepute şi precis executate.

4.3. Sisteme oscilante mecanice cu masa distribuită uniform

4.3.1. Tip constructiv reprezentativ. Caracteristici

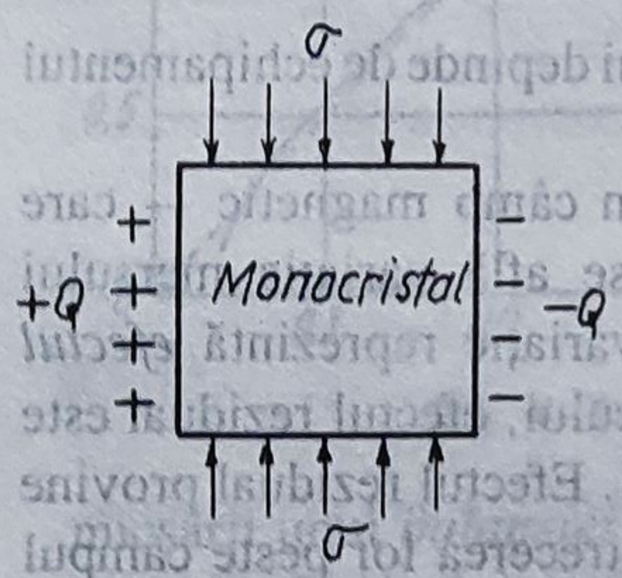


Fig.4.44

Fraţii Pierre şi Jacques Curie au constatat, în cadrul unor cercetări (1880), că *la unele materiale monocristaline apar pe feţele lor opuse* — atunci când sunt supuse unor solicitări mecanice, de compresiune sau de întindere, după anumite direcţii — *sarcini electrice pozitive respectiv negative* (fig.4.44). Mărimea sarcinii electrice este proporţională cu intensitatea forţei exercitate asupra monocristalului, iar sensul polarizării acestuia depinde de felul deformaţiei. Corespunzător caracterului său, fenomenului i s-a zis *piezoelectric direct*, iar materialului monocristalin, cu ajutorul căruia s-a realizat conversia energiei, dintr-un domeniu în altul — *traductor piezoelectric*.

În scopul evidenţierii particularităţilor acestui fenomen se va considera *monocristalul de cuarţ* (SiO_2), reprezentativ în contextul sistemelor oscilante mecanice cu masa distribuită uniform. Acest monocristal (fig.4.45) are forma unei prisme hexagonale, având la capete câte o piramidă. Axa care uneşte vârfurile piramidelor, notată cu Ox, este numită *axa optică*, deoarece, din punct de vedere optic, constituie o *axă de simetrie*. Perpendicular pe axa optică sunt dispuse trei axe, care unesc două câte două vârfurile opuse ale secţiunilor hexagonale (fig.4.46), reprezentând *axele electrice sau piezoelectrice* (Ox_1, x_2, x_3), iar perpendicular pe feţele opuse sunt orientate aşa-numitele *axe mecanice* (Oy_1, y_2, y_3).

În practică, din monocristalul de cuarţ se detaşează, prin tăiere, *plăci de formă paralelipipedică sau cilindrică* (fig.4.47), aşa încât feţele mari să fie perpendiculare pe una din axele electrice, numită *tăietura Curie* sau *tăietura X*.

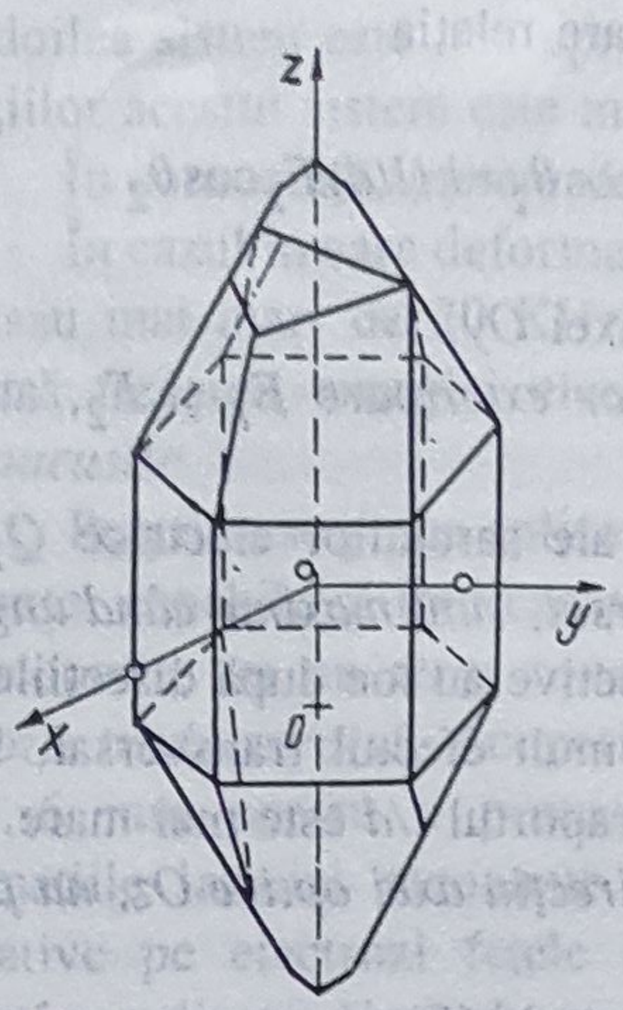


Fig.4.45

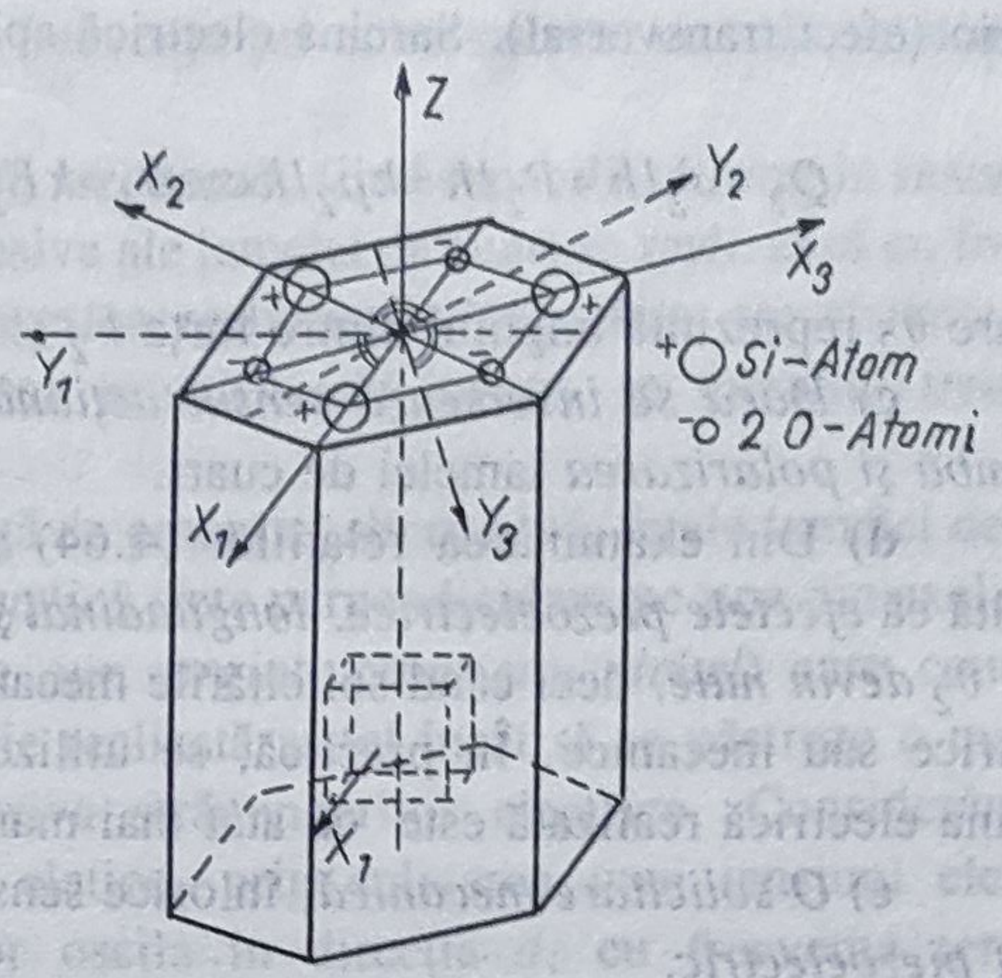


Fig.4.46

În cazul unei lamele de cuarţ paralelipipedice, obţinută după tăierea pe direcţia *Ox* şi dispusă ca în figura 4.48, se constată următoarele:

a) Supusă acţiunii unei *forţe exterioare de compresiune* F_1, orientată după axa electrică *Ox*, feţele lamelei paralele cu planul *yOz* se polarizează (efect longitudinal), iar vectorul de polarizare P_1 este paralel cu axa *Ox* şi proporţional cu presiunea p_1 exercitată pe faţa de arie A_1, şi anume:

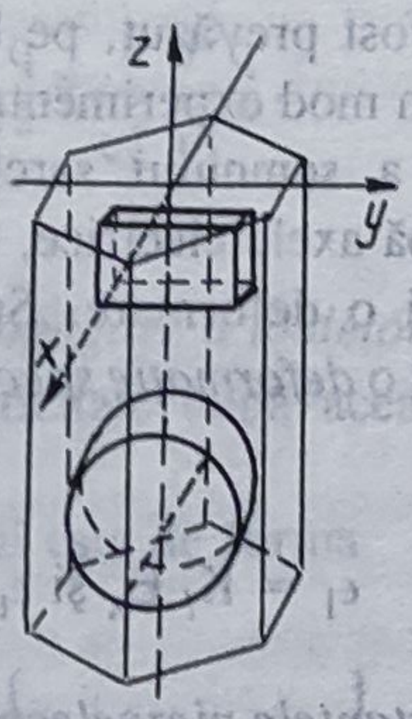


Fig.4.47

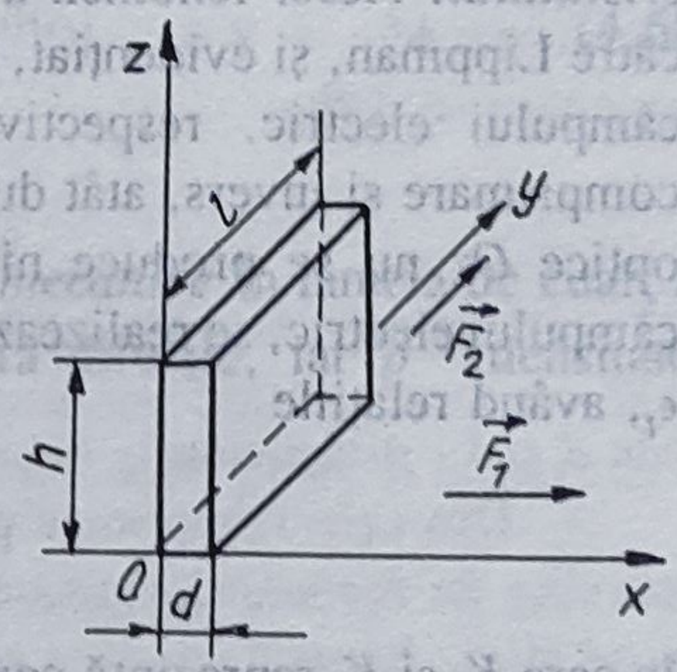


Fig. 4.48

$$P_1 = k \cdot p_1 = k \cdot F_1 / A_1 = k \cdot F_1 / (l \cdot h), \tag{4.63}$$

unde *k* reprezintă *constanta de proporţionalitate*, numită *constantă piezoelectrică*.

Sarcina electrică apărută pe una din feţe este *pozitivă*, iar pe faţa opusă — *negativă*. Se ştie că $P_1 = \sigma_1$, unde σ_1 este *densitatea de sarcină electrică* generată. În consecinţă, sarcina electrică Q_1 ce se realizează pe o faţă are expresia

$$Q_1 = \sigma_1 \cdot A_1 = P_1 \cdot A_1 = k \cdot p_1 \cdot A_1 = k \cdot F_1 \cdot \cos\theta_1, \tag{4.64}$$

în care θ_1 este unghiul format de forţa exterioară F_1 cu normala N_1 la feţele polarizate ale lamelei dreptunghiulare (axa *Ox*).

b) O *solicitare la tracţiune* pe direcţia axei mecanice *Oy*, sub acţiunea unei forţe exterioare F_2, produce de asemenea polarizarea lamelei de cuarţ, ca şi în cazul

anterior(efect transversal). Sarcina electrică apărută Q_2 are relaţia

$$Q_2 = \sigma_2 lh = P_2 lh = kp_2 lh\cos\theta_2 = kF_2/(dh)\, lh\cos\theta_2 = k(l/d)F_2\cos\theta_2 . \qquad (4.65)$$

în care θ_2 reprezintă unghiul dintre forţa F_2 şi direcţia axei Oy.

c) *Dacă se inversează sensul acţionării forţelor exterioare* F_1 şi F_2, atunci *se schimbă şi polarizarea* lamelei de cuarţ.

d) Din examinarea relaţiilor (4.64) şi (4.65) ale sarcinilor electrice Q_1 şi Q_2 rezultă că *efectele piezoelectrice, longitudinal şi transversal, sunt maxime când unghiurile* θ_1 *şi* θ_2 *devin nule*, deci când solicitările mecanice respective au loc după direcţiile axelor electrice sau mecanice. În practică, se utilizează mai mult efectul transversal, întrucât sarcina electrică realizată este cu atât mai mare cu cât raportul l/d este mai mare.

e) *O solicitare mecanică*, în orice sens, *după direcţia axei optice Oz, nu produce efect piezoelectric.*

Rolul fundamental în apariţia efectului piezoelectric îl are structura cristalină a substanţei.

În opoziţie cu efectul piezoelectric direct este cunoscut efectul piezoelectric invers, adică polarizarea dielectricului sub acţiunea unui câmp electric însoţită de *deformarea cristalului*. Acest fenomen a fost prevăzut, pe baza unor consideraţii termodinamice, de către Lippman, şi evidenţiat, în mod experimental, tot de fraţii Curie. Schimbarea sensului câmpului electric, respectiv a semnului sarcinilor electrice, transformă dilatarea în comprimare şi invers, atât după axele electrice, cât şi după cele mecanice. În direcţia axei optice Oz nu se produce nici o deformare. Sub acţiunea componentei după axa Ox a câmpului electric, se realizează o *deformaţie specifică longitudinală*, ϵ_l, şi *una transversală*, ϵ_t, având relaţiile

$$\epsilon_l = K_l E_x \text{ şi } \epsilon_t = K_t E_x \qquad (4.66)$$

în care K_l şi K_t reprezintă *constantele piezoelectrice, longitudinală şi transversală*. (Pentru cuarţ $K_l = K_t = 2{,}2\cdot 10^{12}$ C/V).

Valorile absolute ale deformaţiilor monocristalului se obţin, multiplicând expresiile lui ϵ^l şi ϵ_t cu grosimea d, respectiv cu lungimea l, ale lamelei. Rezultă

$$\begin{cases} x = \epsilon_l d = K_l \epsilon_x d = K_l u \\ y = \epsilon_t l = K_t \epsilon_x l = K_t (l/d)\, U \end{cases} \qquad (4.67)$$

unde U este *diferenţa de potenţial* aplicată pe feţele opuse ale lamelei de cuarţ.

Cu ajutorul efectului piezoelectric invers se pot obţine *oscilaţii mecanice*, ca urmare a scurtării şi a alungirii succesive a lamelei de cuarţ după axele, electrică (Ox) şi mecanică (Oy). Aceste oscilaţii devin foarte intense dacă frecvenţa câmpului electric exterior, respectiv frecvenţa tensiunii electrice alternative, coincide cu *frecvenţa de rezonanţă a lamelei*.

Prin *rezonanţă* se înţelege fenomenul de oscilaţie al unui sistem fizic datorită energiei primite din exterior de la un alt sistem, cu care se află în legătură directă sua mijlocită prin intermediul undelor, şi care oscilează cu o frecvebnţă egală sau apropiată de una din frecvenţele cu care este capabil să oscileze primul sistem. Cu cât frecvenţa celui

de-al doilea sistem este mai apropiată de frecvenţa primului sistem, cu atât amplitudinea oscilaţiilor acestui sistem este mai mare.

În consecinţă, *lamela de cuarţ este rezonantă*, fiind capabilă să intre în rezonanţă.

În cazul în care deformaţiile succesive ale lamelei de cuarţ se realizează cu frecevţe egale sau mai mari de 20 KHz, atunci acestea realizează *ultrasunete*, iar sistemul care operează trecerea energiei electrice în cea acustică sau invers, se numeşte *traductor electroacustic*.

Pentru a se putea aplica o diferenţă de potenţial alternativă, feţele lamelei de cuarţ rezonante, capabile să iradieze *energie acustică* (feţe perpendiculare pe una din axele *Ox*), sunt acoperite cu un *strat conductor* (de *aur, argint, crom sau nichel*) care constituie *electrozii traductorului*. Acoperirea trebuie realizată astfel încât să se păstreze o margine de 2...6 mm pentru o protecţie împotriva străpungerilor electrice. Considerându-se deformaţiile lamelei rezonante ca fiind elatice, prin aplicarea unei tensiuni electrice alternative pe electrozi feţele opuse vor oscila în direcţia *d*, cu frecvenţa tensiunii alternative aplicate. Notându-se cu *q* deplasările feţelor opuse ale lamelei după direcţia axei *Ox* în jurul poziţiei de echilibru, în lipsa oricărei tensiuni elastice, *ecuaţia diferenţială a vibraţiei lamelei de cuarţ rezonante* este

$$\frac{\partial^2 q}{\partial x^2} = \frac{1}{c_1^2}\frac{\partial^2 q}{\partial t^2}, \qquad (4.68)$$

unde $c_1 = \sqrt{M_x/\rho}$ *reprezintă viteza de propagare a undelor mecanice* în lamela de cuarţ în direcţia *Ox*, M_x fiind modulul de elasticitate după această direcţie, iar ρ - densitatea materialului cristalin.

Soluţia generală a acestei ecuaţii este de forma

$$q = e^{j\omega t}\left[A^{-\frac{j\omega}{c_1}x} + B^{\frac{j\omega}{c_1}x}\right], \qquad (4.69)$$

unde *A* şi *B* sunt două *constante complexe*, care se stabilesc pe baza condiţiilor la limită. Vibraţiile unei lamele de cuarţ fiind echivalente cu vibraţiile unei bare libere la ambele capete, condiţiile la limită (fig. 4.49) sunt următoarele:

- pentru $x = 0$, adică la mijlocul lamelei, $q = 0$, rezultă din relaţia (4.69) că $B = -A$ şi utilizându-se *relaţiile lui Euler* se obţine

$$q = -2Ae^{j\omega t}\sin\left[\frac{\omega_x}{c_1}\right]; \qquad (4.70)$$

- pentru $x = \pm d/2$, adică la nivelul feţelor metalizate, q este maxim sau

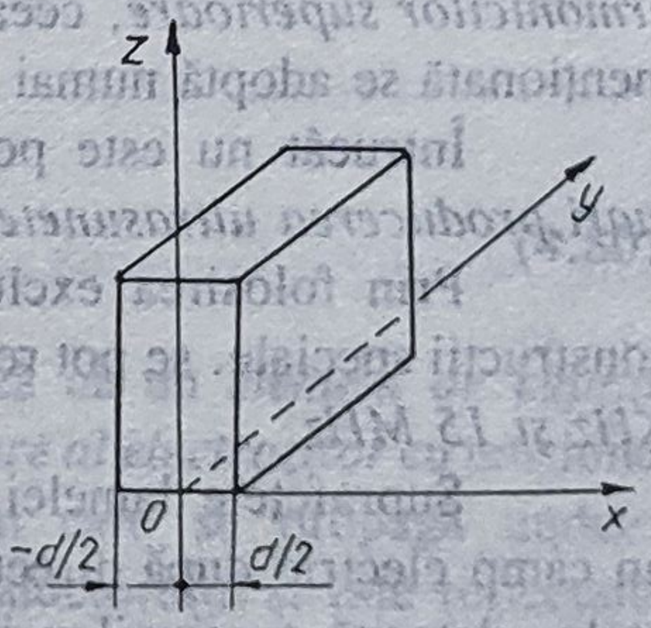


Fig.4.49

$$\partial q/\partial x = 0, \quad x = \pm d/2..$$

Conform acestei condiţii rezultă

$$(\omega_n \cdot d)/(2 \cdot c_1) = (\pi/2)(2n + 1), \quad (n = 0,1,2,\ldots). \tag{4.71}$$

Pentru $n = 0$ se obţine, din relaţia (4.71), $\omega_{Ox}^{(0)} = (c_1 \pi)/d = 2 \pi \nu_{Ox}^{(0)}$ şi deci $\nu_{Ox}^{(0)} = c_1 /(2d)$, în care $\omega_{Ox}^{(0)}$ reprezintă *pulsaţia oscilaţiei fundamentale* iar $\nu_{Ox}^{(0)}$ - *frecvenţa oscilaţiei fundamentale*. Pulsaţiile şi frecvenţele superioare, adică pentru $n = 1, 2\ldots$, sunt denumite *armonici*. Astfel, pentru $n = 1$, se obţine $\omega_{Ox}^{(1)}$ - *pulsaţia oscilaţiei primei armonice* şi, respectiv $\nu_{Ox}^{(1)}$ - *frecvenţa oscilaţiei primei armonice*.

Corespunzător frecvenţei de rezonanţă mai rezultă

$$\nu_{Ox}^{(0)} = c_1 /(2d) = [1/(2d)] (M_x/\rho)^{1/2}. \tag{4.72}$$

Dacă vibraţia lamelei monocristaline se realizează după direcţia O_y, ceea ce este posibil, în mod analog frecvenţa de rezonanţă are relaţia

$$\nu_{Oy}^{(0)} = c_2 /(2l) = [1/(2l)] (M_y/\rho)^{1/2}, c_2 = M_y/\rho, \tag{4.73}$$

Pentru o *lamelă de cuarţ cu densitatea* $\rho = 2.65 \cdot 10^3$ Kg/m^3 şi *modulul de elasticitate* $M_x = 8{,}6 \cdot 10^{10}$ N/m^2, respectiv $M_y = 7{,}87 \cdot 10^{10}$ N/m^2, din relaţiile anterioare se deduc

$$\nu_{Ox}^{(0)} = 2{,}85 \cdot 10^4 \, (1/d) \text{ [Hz]} \tag{4.74}$$

$$\nu_{Oy}^{(0)} = 2{,}72 \cdot 10^4 \, (1/l) \text{ [Hz]} \tag{4.75}$$

unde d şi l - dimensiunile geometrice ale lamelei de cuarţ - sunt exprimate în mm.

Din cele menţionate până aici rezultă că, pentru a se obţine lamele de cuarţ cu frecvenţe de rezonanţă ridicate, se impune ca parametrii geometrici l şi d să aibă *valori foarte mici*. Această condiţie este însă limitată atât de imposibilitatea prelucrării lamelelor foarte subţiri, cât şi de *scăderea rezistenţei lor mecanice*, ceea ce ar determina , în urma deformărilor repetate, distrugerea lor. Din această cauză, în practică, pentru generarea undelor ultrasonice de frecvenţe ridicate, se alege, ca frecvenţă de rezonanţă, *frecvenţa armonicilor superioare*, ceea ce scade însă *energia acustică emisă*. În consecinţă, soluţia menţionată se adoptă numai dacă nu sunt necesare energii acusticve mari.

Întrucât nu este posibilă nici tăierea lamelelor de cuarţ *de grosimi oricât de mari,producerea ultrasunetelor de frecvenţă coborâtă* este de asemenea *limitată*.

Prin folosirea exclusivă a lamelelor de cuarţ rezonante, fără a se recurge la construcţii speciale, se pot realiza ultrasunete cu frecvenţe cuprinse, aproximativ, între *100 KHz şi 15 MHz*.

Suprafeţele lamelei de cuarţ *vibrează simultan* pe direcţiile *Ox* şi *Oy* când se aplică un câmp electric după direcţia *Ox*, ca urmare a efectului piezoelectric invers. În condiţii reale, datorită tensiunilor interne, *alungirea* după direcţia *Ox* va atrage după sine o *contracţie* pe direcţia *Oy*. În consecinţă, pe direcţia *Oy* se vor suprapune *două tendinţe: una de alungire* prin efect piezolelectric invers şi o *contracţie*, ca urmare a tensiunilor elastice din monocristal. Fenomenul este valabil în ambele direcţii. Deci feţele lamelei de cuarţ nu vibrează în continuare ca o membrană. Unele puncte ale acestora rămân în *repaus*, pe când altele *vibrează*, oscilaţiile având *amplitudini diferite*. Aceasta declanşează *o emisie*

eterogenă a intensităţii ultrasunetelor pe suprafaţa lamelei şi într-o *direcţie deviată* de la cea normală.

La deformaţii elastice, care se supun legii lui Hooke, lucrul mecanic de deformaţie datorită acţiunii forţelor exterioare defineşte mărimea energiei potenţiale a sistemului. În cazul lamelei de cuarţ intervine o *amortizare internă*, care determină ca o parte a energiei potenţiale acumulate prin deformarea acesteia, sub acţiunea câmpului electric exterior, să se disipe ireversibil din interiorul materialului sub formă de căldură. Amortizarea internă se evaluează prin *factorul de calitate al sistemului* Q', care exprimă *raportul dintre impedanţa acustică specifică a sistemului (lamelei)*,

$$Z_1 = \rho_1 \cdot c_1, \tag{4.76}$$

şi *impedanţa acustică specifică a mediului în care se transmit unde elastice*,

$$Z_2 = \rho_2 \cdot c_2. \tag{4.77}$$

Ca atare, relaţia lui Q' devine

$$Q' = (\pi \cdot Z_1)/(4Z_2) = (\pi \rho_1 \cdot c_1)/(4\,\rho_2 \cdot c_2). \tag{4.78}$$

Din cauza pierderilor de energie, într-un punct oarecare al sistemului, care oscilează *cvasiarmonic*, *deformaţia specifică* ϵ *rămâne în urma tensiunii* σ *cu un unghi* δ, în variaţia în timp a acestor mărimi. Numit *unghi de pierderi*, acesta poate fi utilizat ca o măsură a frecării interne.

Variaţia în timp a mărimilor ϵ şi σ se exprimă prin relaţiile

$$\left.\begin{aligned} \epsilon &= \epsilon_0 \cos \omega t, \\ \sigma &= \sigma_0 \cos(\omega t + \delta). \end{aligned}\right\} \tag{4.79}$$

Se poate demonstra că

$$1/Q' \approx \sin\delta \approx \mathrm{tg}\,\delta \tag{4.80}$$

Traductorul piezoelectric - lamela de cuarţ - lucrează ca un *element de cuplaj electromecanic* între două circuite: *circuitul electric de alimentare al electrozilor* cu tensiune variabilă şi *circuitul mecano-acustic*, format de mediul în care se propagă undele ultrasonice. Calitatea cuplajului depinde de caracteristicile traductorului şi este reflectată de *factorul de cuplaj electromecanic* Φ_{em}, definit ca rădăcină pătrată a raportului dintre energia mecanică produsă de traductor, E_m, şi energia electrică totală primită, E_e; deci:

$$\Phi_{em} = \sqrt{E_m/E_e}, \tag{4.81}$$

în care relaţiile lui E_m şi E_n sunt:

$$E_m = (1/2)F^2 \cdot C_m, \tag{4.82}$$

unde F reprezintă forţa ce se dezvoltă, C_m - *complianţa mecanică*, cu relaţia $C_m = (s \cdot d)/A_1$, s fiind *rigiditatea mediului*, respectiv inversul modulului de elasticitate, după direcţia Ox, adică $s = 1/M_x$ iar $A_1 = l \cdot h$ - aria lamelei de cuarţ de grosime d, lungime l şi lăţime h;

$$Ee = (1/2)U^2 \cdot C_e, \tag{4.83}$$

unde U reprezintă *tensiunea electrică aplicată*, iar $C_e = (\epsilon_0 \epsilon A_1)/d$ - *capacitatea electrică* dintre electrozii traductorului piezoelectric.

În consecinţă, expresia factorului de cuplaj electromecanic devine

$$\Phi_{em} = (F^2 C_m)/(U^2 C_e). \tag{4.84}$$

Ţinându-se seama de legea lui Hooke sub forma

$$F/A_1 = \epsilon_x \cdot M_x, \tag{4.85}$$

unde, potrivit relaţiei (4.66) şi cazului particular al lamelei de cuarţ, deormaţia specifică produsă după axa Ox are expresia

$$\epsilon_x = \epsilon_l = K E_x,$$

rezultă

$$F = K E_x M_x A_1. \tag{4.86}$$

Prin înlocuirea atât a lui E_x, cu expresia dedusă din relaţiile (4.67), cât şi a lui $M_x = 1/s$, relaţia (4.86) devine

$$F = (K U A_1)/(s d), \tag{4.87}$$

care, substituită împreună cu expresiile lui C_m şi C_e în cea a lui Φ_{em}, conduce la

$$\Phi_{em} = K^2/(\epsilon_0 \epsilon s)$$

Din examinarea acestei relaţii, ca şi a celor adiacente, se conchide că factorul de cuplaj electromecanic este cu atât mai ridicat cu cât modulul piezoelectric este mai mare şi cu cât produsul dintre permebilitatea electrică şi rigiditatea materialului este mai redus.

Proprietăţile piezoelectrice ale monocristalelor se anihilează în cazul încălzirii acestora peste o anumită temperatură, specifică fiecărui material, denumită *temperatură Curie*. Pentru monocristalul de cuarţ, valoarea acesteia este $t_c = 376^oC$.

O altă caracteristică a traductorului piezoelectric, dar şi electroacustic, este reprezentată de randament, care se defineşte ca raportul dintre energia meacnică debitată, E_m, şi energia primită de natură electrică, E_e, având expresia

$$\eta = E_m / E_e . \tag{4.86}$$

4.3.2. Aplicaţii

O foarte interesantă *metodă electrică de măsurare a grosimii straturilor subţiri depuse* constă în utilizarea *lamelei de cuarţ rezonante*, deosebit de precisă şi de comodă, precum şi cu o sensibilitate apropiată de cea a *microbalanţelor*. În esenţă, metoda se bazează pe *variaţia frecvenţei unui oscilator cu cristal din cuarţ* la modificarea (creşterea) masei (şi grosimii) plăcuţei din cuarţ. Avantajul principal al acesteia constă în universalitatea sa, fiind aplicabilă în cazul depunerii metalelor, semiconductorilor, dielectricilor etc. Schema de lucru este, de obicei, destul de complexă, aparatul jucând şi *rolul de monitor - controlor al evaporării*, oprind procesul în momentul atingerii grosimii dorite.

Determinarea grosimii d' a stratului depus impune cunoaşterea densităţii ρ' a materialului acestuia. Dacă Δm reprezintă masa stratului subţire depus, din expresia $V = \Delta m/\rho'$ rezultă

$$d' = \Delta m/(A_s \cdot \rho'), \tag{4.90}$$

unde A_s semnifică aria suprafeţei peliculei depuse pe feţele lamelei de cuarţ.

Frecvenţa oscilaţiei lamelei de cuarţ variază concomitent cu modificarea masei acesteia, respectiv cu Δm, de la valoarea iniţială a masei m_0, conform relaţiei

$$\frac{\Delta \nu_{Ox}^{(O)}}{\nu_{Ox}^{(O)}} = \frac{\Delta m}{m_0}, \tag{4.91}$$

$\Delta \nu_{Ox}^{(0)}$ fiind variaţia frecvenţei de rezonanţă. Expresia lui Δm, rezultată din această relaţie (4.91) şi înlocuită în cea anterioară (4.90) conduce la

$$d' = \frac{m_0}{\nu_{Ox}^{(0)} A_s \rho'} \Delta \nu_{0x}^{(0)} = \varphi(\Delta \nu_{0x}^{(0)}). \tag{4.92}$$

În cazul straturilor subţiri metalice, ρ' are o valoare constantă, deci funcţia $d' = \varphi(\Delta \nu_{Ox}^{(0)})$ se poate reprezenta grafic printr-o dreaptă. De obicei, d' se exprimă nu în raport de $\Delta \nu_{Ox}^{(0)}$, ci de frecvenţa ν_{Ox} de oscilaţie a lamelei de cuarţ. În această situaţie, $\Delta \nu_{Ox}^{(0)} = \nu_{Ox}^{(0)} - \nu_{Ox}$, întrucât frecvenţa de oscilaţie a lamelei de cuarţ scade cu creşterea grosimii. Înlocuindu-se $\Delta \nu_{Ox}^{(0)}$ în ultima relaţie, se obţine pentru $d' = \varphi(\nu_{Ox})$ următoarea expresie:

$$d' = \frac{m_0}{A_s \rho'} = \frac{m_0}{\nu_{Ox}^{(0)} A_s \rho'} \nu_{Ox}. \tag{4.93}$$

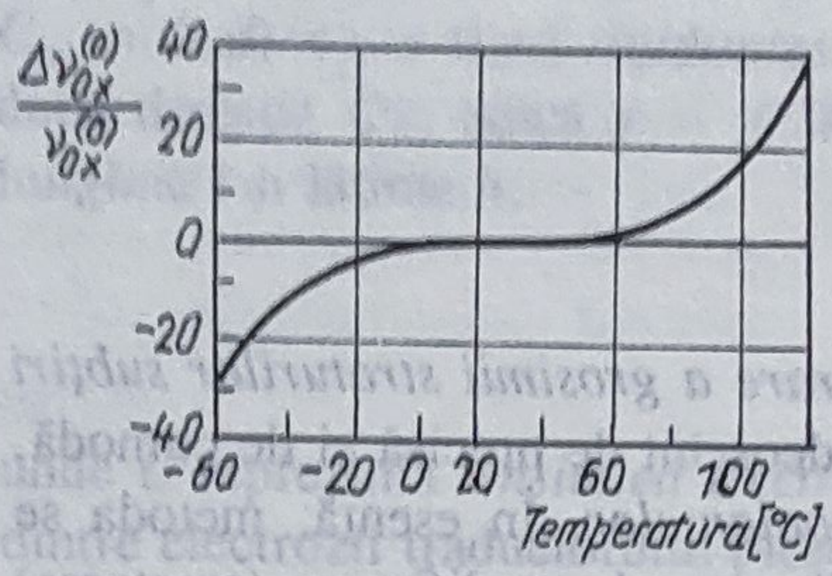


Fig.4.50

Alegerea frecvenţei de lucru ν_{Ox} depinde de domeniul grosimilor care trebuie măsurate. Ca atare, se va adopta o frecvenţă mare în cazul măsurării grosimilor foarte reduse, pentru a se putea realiza o *sensibilitate ridicată* (astfel, este justificată opţiunea pentru $\nu_{Ox} \approx 10^7$ Hz). Utilizându-se o aparatură electronică complexă şi sensibilă, este posibilă evidenţierea variaţiilor de frecvenţă $\Delta\nu_{Ox}^{(0)} \approx$ $\approx$ 20 Hz (la $\nu_{Ox} = 10^7$ Hz), ceea ce permite măsurarea unor variaţii Δm ale masei de ordinul a 10^{-8} μg/cm^2 şi respectiv grosimi cuprinse între 10^2 şi 10^5 Å.

O caracteristică importantă a monocristalelor de cuarţ este dependenţa frecvenţei de rezonanţă a acestora. În figura 4.50 se prezintă modificarea frecvenţei de oscilaţie a lamelei de cuarţ în raport cu temperatura, pentru o tăietură *AT* corespunzătoare unui unghi de tăiere de 35°25′.

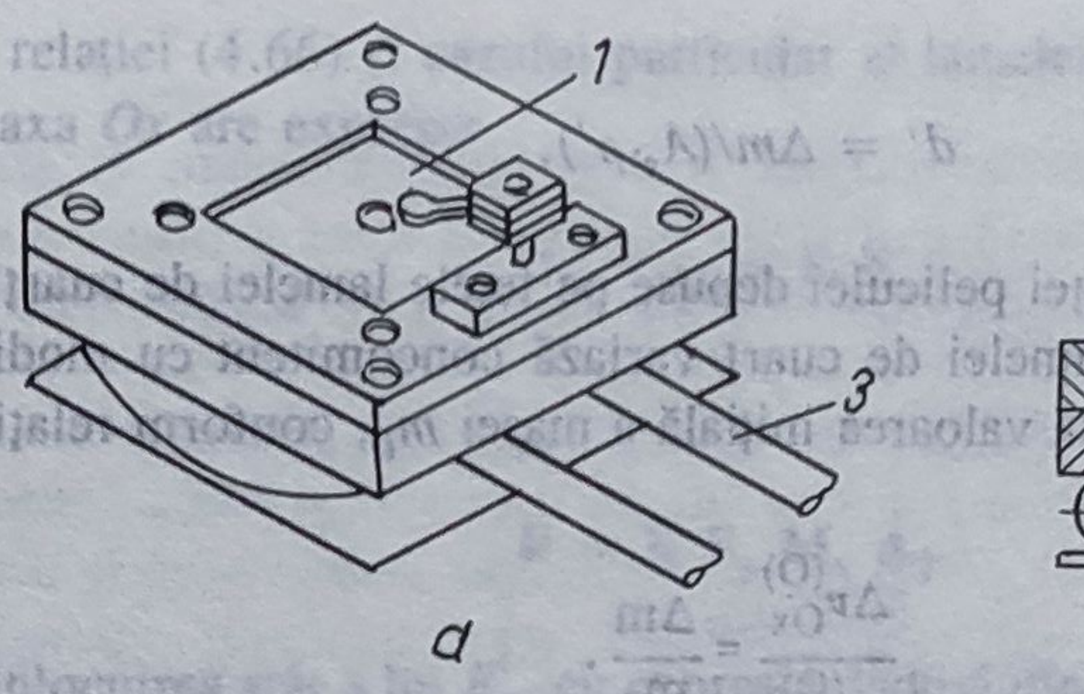


Fig.4.51

În vederea prevenirii încălzirii monocristalelor de cuarţ, sub influenţa cuptorului de evaporare sau a cuptorului suportului din aparatura electronică complexă folosită, se apelează la soluţia răcirii cu apă care curge prin mici conducte *3* (fig. 4.51). Monocristalul *1* este apăsat uşor pe contactele sale electrice cu ajutorul lamelei *2* (fig. 4.51, *b*). Astfel de aparate electronice pentru măsurarea grosimii straturilor subţiri depuse se construiesc în aşa fel încât să se poată controla şi procesul de evaporare, oprindu-l în momentul atingerii grosimii necesare. Schema bloc a unei instalaţii de control a ratei de depunere este redată în fig. 4.52. Se observă că atât controlul grosimii stratului, cât şi cel al vitezei de evaporare se efectuează simultan, folosindu-se în acest scop două monocristale de cuarţ. Depunerea stratului subţire este întreruptă prin *comanda ecranului E* care împiedică fasciculul de substanţă să mai ajungă la suport.

În cadrul *Catedrei de Mecanică Fină* din *Universitatea "Politehnica" Bucureşti* a fost proiectat şi realizat un subansamblu, adaptabil instalaţiei româneşti *AV -100*, care foloseşte proprietăţile piezoelectrice ale monocristalului de cuarţ la aplicarea tehnologiei

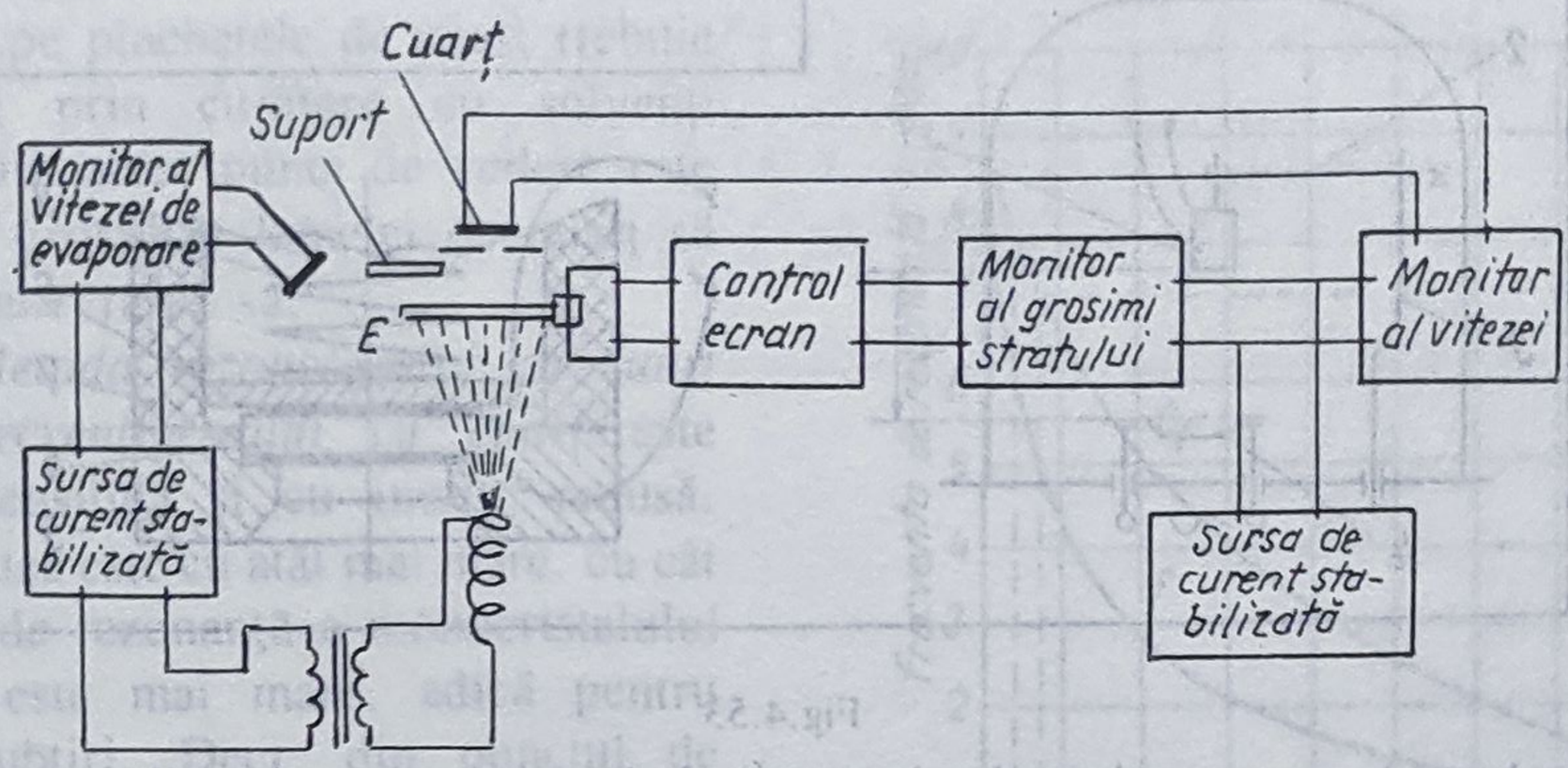


Fig.4.52

straturilor subțiri. În acest scop, s-a utilizat o plachetă de cuarț *AT*, având cel mai mic coeficient de temperatură al frecvenței, pe ale cărei suprafețe opuse au fost depuși electrozi sub formă de straturi subțiri de *Au* sau *Ag*, și care s-a integrat în interiorul unui *oscilator electronic*. Prin verificarea variației de frecvență a acestuioa se poate determina variație de grosime a plachetei, știind că frecvența de rezonanță este invers proporțională cu grosimea lamelei de cuarț, d, și anume $\nu_{Ox} = c_l/d$, unde c_l reprezintă viteza de propagare a undei elastice în direcția grosimii (transversal).

Transformarea variației frecvenței într-o variație de grosime se efectuează conform relației

$$\frac{\Delta\nu_{Ox}^{(0)}}{\nu_{Ox}^{(0)}} = \frac{\rho'}{\rho}\frac{d'}{d}\frac{A_s}{A_l}, \tag{4.94}$$

în care A_l semnifică aria suprafețelor opuse ale lamelelor de cuarț, restul notațiilor fiind cunoscute.

Grosimea stratului subțire depus devine

$$d' = k'\frac{\Delta\nu_{Ox}^{(0)}}{\nu_{Ox}^{(0)}}, \tag{4.95}$$

unde

$$k' = (\rho\ A_l\ d)/(\rho'\ A_s). \tag{4.96}$$

Subansamblul confecționat *1* (fig. 4.53) s-a montat pe tija *3* a instalației *AV - 100* prin intermediul unui braț glisant *2*, care permitea modificarea înălțimii *H* a dispozitivului într-o bucșă care, prin construcția sa, asigură alimentarea cu curent electric a dispozitivului prin electrozii de *Cu*, *5* și *8*. Electrodul montură *5* are și rolul de diafragmă-ecran de protecție termică pentru monocristalul de cuarț. Arcul elicoidal *9* asigură contactul eficient între elementele conductive, iar piesa *7* constituie carcasa izolatoare.

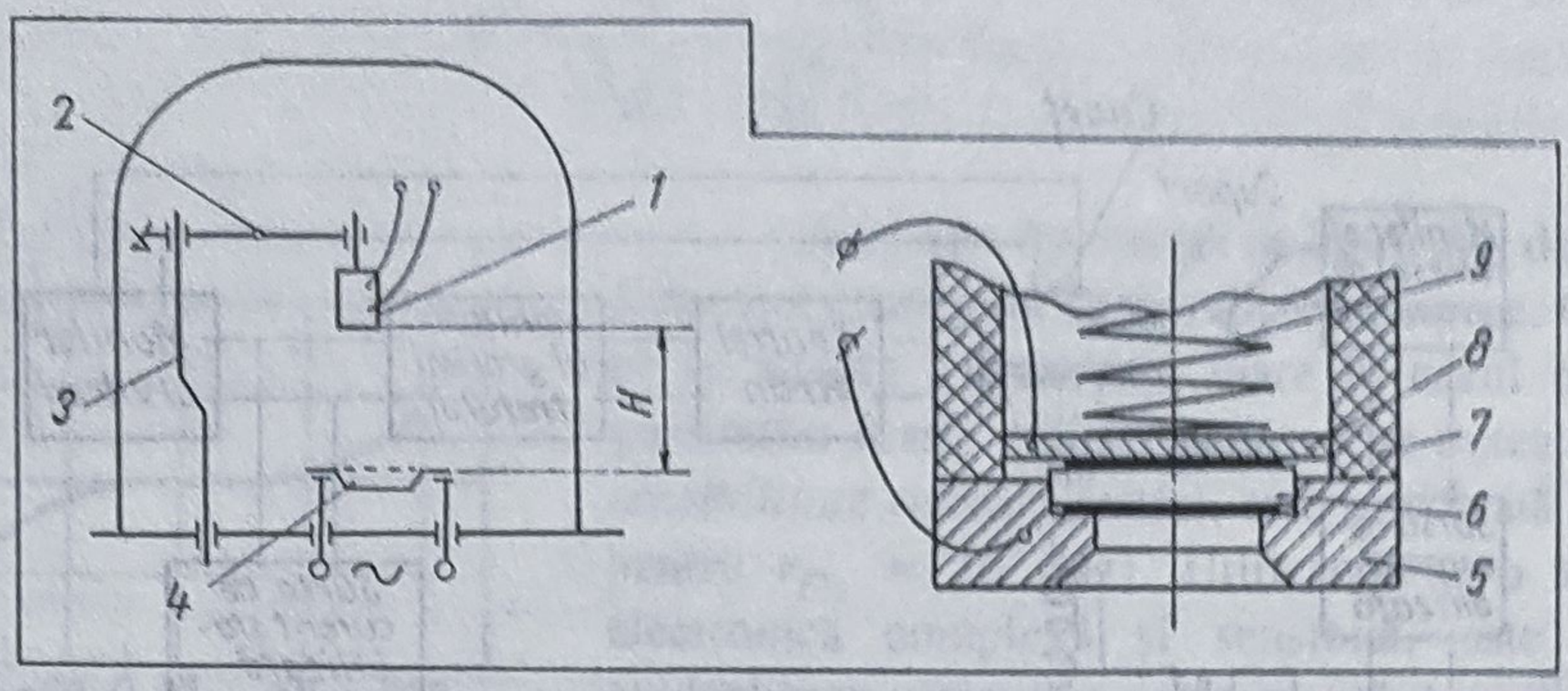


Fig.4.53

Placheta de cuarţ s-a introdus în circuitul electronic al unui oscilator cu rezonator cu tranzistor (fig. 4.54), acordat în jurul frecvenţei de 5 MHz (frecvenţa de rezonanţă iniţială $\nu_{0x}^{(0)}$ a lamelei de cuarţ). Tranzistorul *BC 172* folosit are pe reacţia pozitivă monocristalul de cuarţ. Semnalul de pe emitorul tranzistorului este transmis la ieşirea U_a a unui frecvenţmetru cu şapte cifre semnificative, spre a se putea citi variaţii de 1Hz ale frecvenţelor de ordinul MHz-ilor, sau unui osciloscop, pe care se poate măsura frecvenţa semnalului de ieşire.

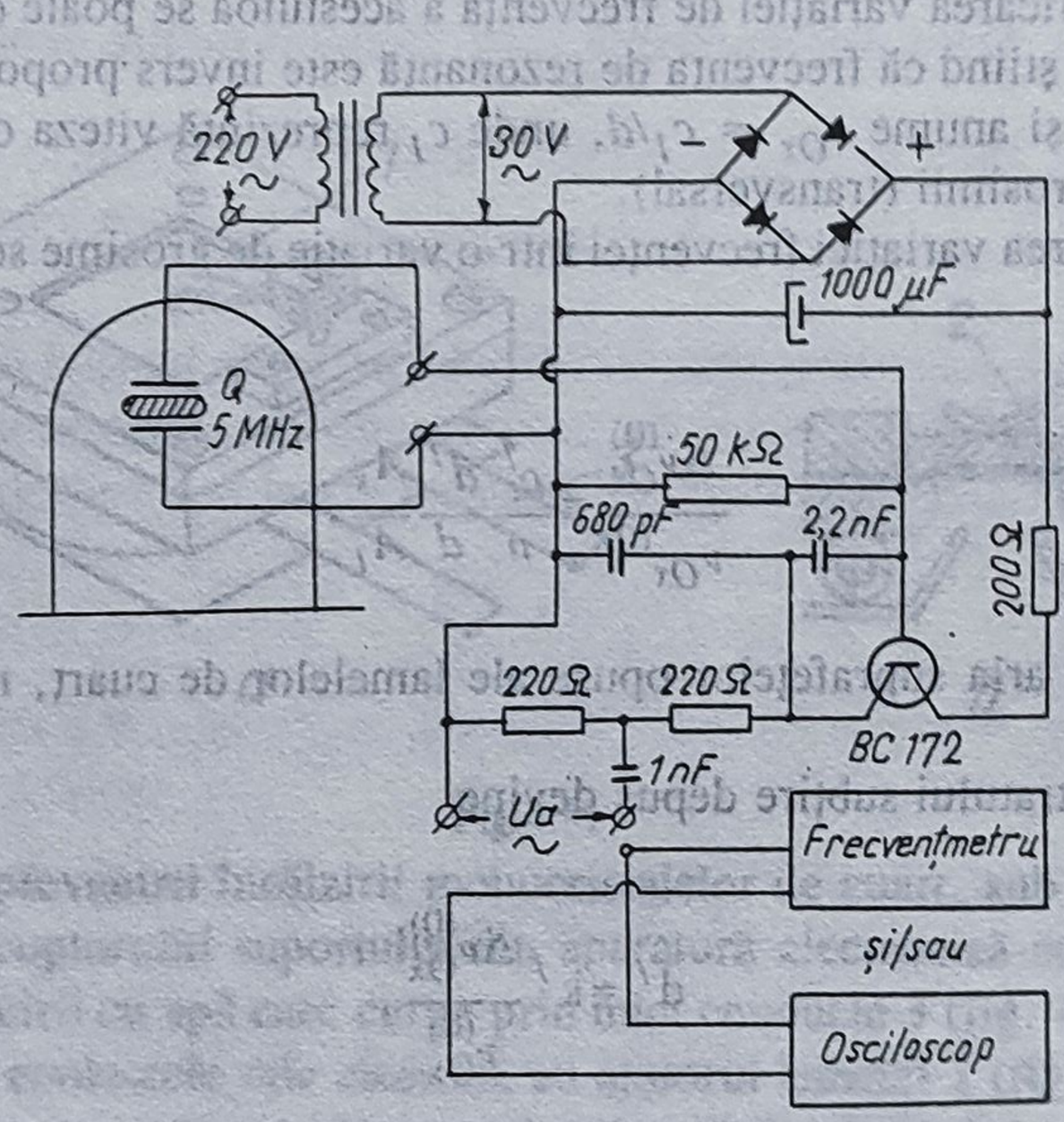
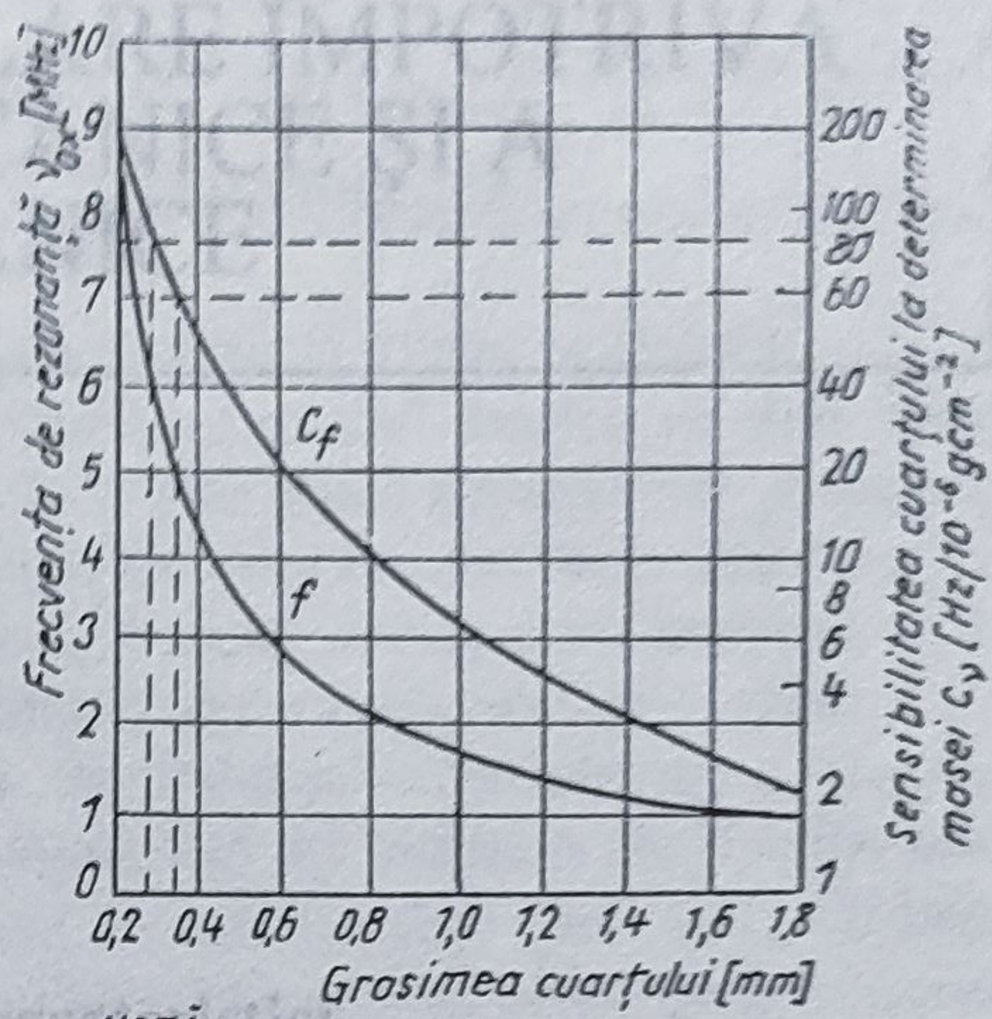


Fig.4.54

Experimental, grosimea lamelei de cuarţ şi implicit frecvenţa de rezonanţă se aleg, şi în acest caz, recurgându-se la un compromis între obţinerea unei sensibilităţi mari asociate unei încărcări, de asemenea, cât mai mari. S-a constatat că cele mai indicate sunt lamelele de cuarţ cu o grosime de aproximativ 0,3 mm, corespunzătoare unei frecvenţe de rezonanţă iniţială cuprinsă între 5 şi 6 MHz. De exemplu, în cazul unei lamele de cuarţ cu $\nu_{Ox}^{(0)} = 5$ MHz s-au obţinut pentru $\Delta\nu_{Ox}^{(0)}$ valori empirice cuprinse între 50 şi 100 kHz, aferente unei mase depuse de 1...2 mg/cm^2. *Grosimea maximă* a acestei depuneri a variat între 500 şi 50 000 Å, în funcţie de densitatea materialului depus.

De îndată ce deviaţia de frecvenţă depăşeşte valoarea maximă, depunerea acumulată pe plachetele de cuarţ trebuie îndepărtate prin curăţare cu solvenţi chimici. Din acest punct de vedere este indicat ca grosimea lamelei de cuarţ să permită manevrarea sa.

Metoda rezonatorului cu cuarţ sau *a frecvenţmetrului cu cuarţ* este precisă, sensibilă şi cu inerţie redusă. Sensibilitatea este cu atât mai mare, cu cât frecvenţa de rezonanţă a monocristalului de cuarţ este mai mare, adică pentru cristale subţiri. Deci, din punctul de vedere al sensibilităţii, monocristalul trebuie să fie cât mai subţire. În figura 4.55 se prezintă frecvenţa de rezonanţă şi sensibilitatea monocristalului de cuarţ cu tăietură *AT* la determinarea masei în funcţie de grosimea lamelei de cuarţ.



NOTĂ:

$$c_\nu = \frac{[\nu_{0x}^{(0)}]^2}{N \cdot \varrho_c}$$

$[N = 1{,}67 \cdot 10^{-6}\ \text{Hz} \cdot \text{mm};\ \varrho_c = 2{,}65\ \text{g/cm}^3]$

Fig.4.55

Această metodă are totuşi unele dezavantaje, fiind influenţată de temperatură şi de operaţiile de curăţare a stratului subţire depus. Obişnuit, stratul depus este înlăturat prin dizolvare în *soluţie de NaOH*, dar procedeul poate avea consecinţe negative asupra *contactelor de Al* ale monocristalului. În plus, pot să apară erori în urma dezlipirii vreunei părţi a stratului subţire de pe lamela de cuarţ, în timpul operaţiei de depunere.

Etalonarea instalaţiei se realizează prin *metode optice*, în special *interferometrice*.

5 SISTEME CU ELEMENTE ELASTICE DE IZOLARE ÎMPOTRIVA VIBRAȚIILOR MECANICE ȘI A ȘOCURILOR MECANICE

5.1. Consideraţii generale

5.1.1. Domeniu de aplicaţie. Caracteristici

Sistemele cu elemente elastice, în genere din *cauciuc*, se folosesc la: amortizarea vibraţiilor mecanice şi a şocurilor mecanice, fixarea respectiv suspendarea mecanismelor şi a aparatelor, modificarea turaţiei critice a unor părţi constructive, compensarea erorilor unor lanţuri de dimensiuni sau a variaţiilor mici de lungimi condiţionate de cinematica componentelor unor mecanisme etc.

Corespunzător rolului lor funcţional preponderent, structurile de bază ale sistemelor menţionate sunt denumite, după caz, *elemente elastice de vibraţie sau de şoc*, respectiv *izolatori de vibraţie sau de şoc*, iar prin analogie cu arcurile metalice, şi *arcuri din cauciuc*.

În ultimul timp aceste sisteme intervin pe scară din ce în ce mai mare în diverse aplicaţii ale mecanicii fine, datorită unora din proprietăţile cauciucului care le fac superioare sistemelor cu arcuri metalice, şi anume: *elasticitatea*, *rezistenţa la rupere*, *capacitatea de a amortiza energia mecanică* şi *posibilitatea de a se îmbina cu alte materiale*. Astfel, elementele elastice din cauciuc posedă calitatea unei foarte mari deformări elastice, putând lucra cu deformaţii la care legile liniare utilizate pentru dimensionarea pieselor din materiale metalice îşi pierd valabilitatea. Dacă la piesele din oţeluri alungirile specifice produse de către sarcinile capabile reprezintă câteva sutimi de procente, la elementele elastice din cauciuc acestea ajung până la 30%, iar cele corespunzătoare sarcinilor de rupere până la 600... 700% şi chiar 1000%. De asemenea, la acelaşi volum de material, elementul elastic din cauciuc amortizează o cantitate de energie sensibil superioară celei corespunzătoare arcului din oţel — aproximativ 40% din energia de deformaţie. Capacitatea mare de amortizare rezidă în frecările interne ale particulelor de material şi nu între părţile componente, ca la arcurile metalice. Consecinţa directă a acestui fenomen o constituie, însă, încălzirea elementului elastic, cu atât mai pronunţată cu cât conductivitatea termică a cauciucului este mai scăzută. Creşterea temperaturii are influenţe negative asupra proprietăţilor mecanice ale elementului elastic.

Urmare a fenomenului de histerezis, rezistenţa la oboseală a elementului elastic din cauciuc este determinată de cantitatea de căldură generată prin frecările interne şi nu de rezistenţa mecanică. În unele cazuri, trebuie asigurate măsuri pentru evacuarea căldurii

rezultate spre a nu se prejudicia calităţile şi îndeosebi precizia funcţională a sistemului.

5.1.2. Material. Aspecte tehnologice. Particularităţi de comportare

Cauciucul pentru elementele elastice de vibraţie este un produs macromolecular, extensibil, cu o mică lungire remanentă, care face parte din *grupa elastomerilor*. De asemenea, acesta poate fi atât *natural*, cât şi *sintetic*.

Cauciucul natural este obţinut din arborii cu acelaşi nume, sub forma unor mase lăptoase (latex) alb-gălbui, în care conţinutul de cauciuc propriu-zis este de până la 30... 40%. Din latex, prin diferite procedee de coagulare, rezultă *cauciucul brut*, ce prezintă proprietăţi mecanice inferioare, dar o bună solubilitate în benzină, uleiuri minerale sau alţi solvenţi organici, din care cauză nu este folosit prea des în industrie sub această formă.

Cauciucul sintetic este realizat prin *reacţiile de polimerizare*, uneori de *policondensare* a unor *monomeri* care îi conferă şi denumirea. Astfel se poate aminti: cauciucul polibutadienic, butadien-stirenic, butadien-metil-stiren, care este *cauciucul românesc* numit şi *CAROM-30-R* etc. Proprietăţile cauciucului sintetic sunt similare cu cele ale cauciucului natural.

Întrucât cauciucul brut are caracteristici fizice şi mecanice scăzute, se utilizează *operaţia de vulcanizare* pentru îmbunătăţirea acestora, obţinându-se, astfel, *cauciucul industrial*, care are multiple aplicaţii.

Prin vulcanizare se înţelege operaţia de modificare a structurii cauciucului, adică trecerea acestuia din stare plastică în stare elastică, în urma unui *adaos de sulf* între 2% şi 12%. Prin adăugarea în amestecul de vulcanizare a unei cantităţi de sulf, cuprinsă între 25% şi 32%, se obţine un cauciuc întărit numit *ebonită*. Vulcanizarea se efectuează la cald (400°... 560°K) sau la rece (temperatura mediului ambiant).

În afara cauciucului brut şi a sulfului, la *prepararea cauciucurilor vulcanizate*, adică a celor *industriale*, se mai folosesc şi alţi constituenţi, şi anume:

— *acceleratori de vulcanizare*, care au rolul de a micşora durata vulcanizării, permiţând coborârea temperaturii de vulcanizare şi utilizarea unor cantităţi mai mici de sulf, îmbunătăţind, de asemenea, proprietăţile mecanice;

— *ingrediente active*, adică substanţe (de exemplu, *negru de fum*) ce au rolul de a mări rezistenţa la rupere, la uzură sau la sfâşiere a cauciucurilor industriale;

— *ingrediente pasive*, ce nu acţionează asupra proprietăţilor cauciucurilor, dar micşorează costul lor. Cel mai frecvent întrebuinţate sunt: talcul, caolina etc.;

— *plastifianţi*, cu rolul de a imprima o anumită viscozitate şi rezistenţă la temperaturi joase;

— *antioxidanţi*, cu scopul împiedicării procesului de îmbătrânire;

— *coloranţi*, ce servesc la colorarea cauciucului;

— *cauciuc regenerat*, uneori, în vederea micşorării costului de fabricaţie.

Procedeele de realizare ale produselor din cauciuc sunt similare celor din materiale plastice.

Cauciucul poate fi întrebuinţat sub diferite feluri, cum sunt:

- *cauciuc nevulcanizat* (cauciuc spongios) sub forma cleiurilor, unsorilor sau a

pastelor de etanşare;

• *cauciuc spongios vulcanizat*, pentru fabricarea amortizoarelor, garniturilor sau a straturilor protectoare;

• *cauciuc vulcanizat moale*, sub forma profilurilor, inelelor de etanşare, membranelor, manşoanelor etc.;

• *cauciuc armat*, pentru confecţionarea pieseleor din cauciuc cu rezistenţă mărită şi cu limitarea elasticităţii etc.

Cauciucul, ca material pentru elementele elastice de vibraţie, prezintă unele particularităţi de comportament, de care trebuie să se ţină seama la proiectare, şi anume:

— *Dependenţa tensiune-deformaţie*, $\sigma = f(\epsilon)$, nu mai este liniară, ci curbilinie, cu alura variind, în special, în funcţie de cantitatea materialelor de adaos (fig.5.1, *a*).

— Din cauza *frecărilor interioare în material*, curba de descărcare se află sub cea de încărcare, constituindu-se o *fâşie de histerezis* (fig.5.1, *a*).

— La *încărcări şi descărcări repetate*, buclele de histerezis nu se suprapun (fig.5.1, *b*). Bucla corespunzătoare primului ciclu are aria cea mai mare, ca la celelalte cicluri de încărcare-descărcare aceasta să scadă, atingând valoarea minimă după stabilizarea proprietăţii elastice.

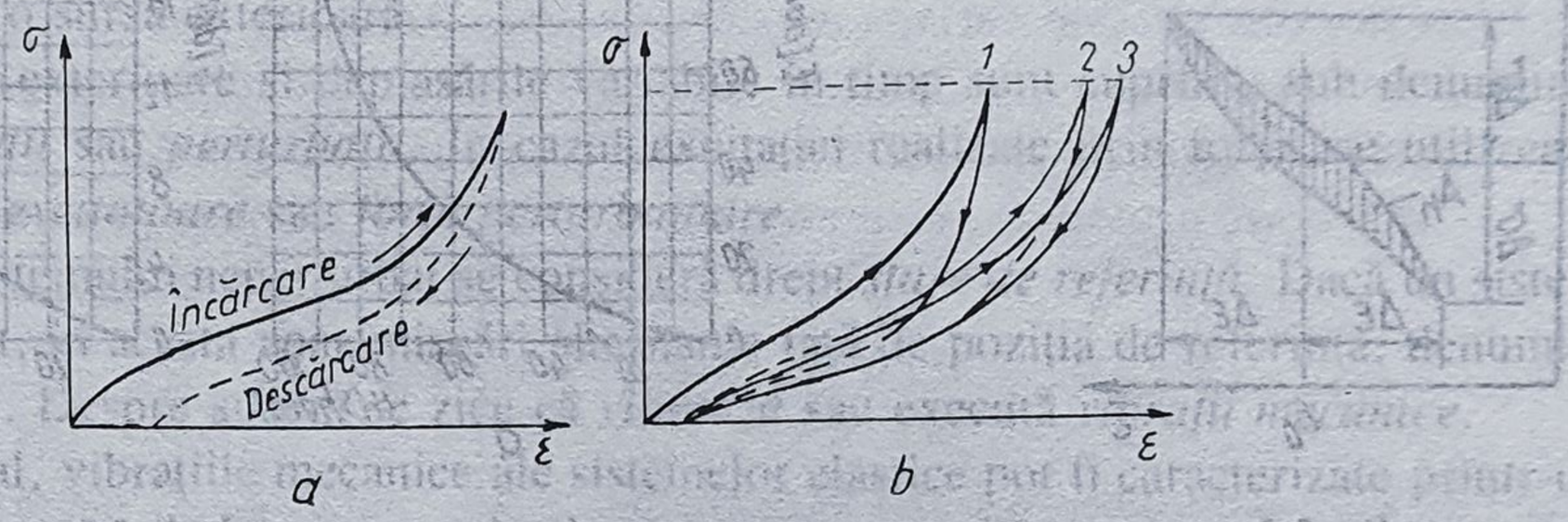


Fig.5.1

— *Modulul de elasticitate longitudinal dinamic*, E_{din}, este mai mare decât cel în condiţii de încărcare statică, E. Considerându-se o variaţie a deformaţiei $\epsilon_0 \pm \Delta\epsilon$, în care $\Delta\epsilon$ este foarte mic, corespunzător unei variaţii a tensiunilor (fig.5.2) după un ciclu, $\sigma_0 \pm \Delta\sigma$, se poate deduce relaţia modulului de elasticitate longitudinal dinamic,

$$E_{din} = \Delta\sigma/\Delta\epsilon, \tag{5.1}$$

şi deci, *coeficientul* K_{din} *dintre cele două module*,

$$K_{din} = E_{din}/E, \tag{5.2}$$

având valorile: 1,1... 1,4 pentru cauciucul natural, cu umplutură redusă şi vulcanizare normală; 1,5... 2,0 pentru cauciucul sintetic cu umplutură din abundenţă.

Notându-se cu A_h, aria buclei de histerezis închise, şi considerându-se semnificaţia coordonatelor (fig.5.2), raportul lor caracterizează mărimea pierderilor datorită fenomenului de histerezis, reprezentată prin parametrul

$$p_h = (2A_h)/\Delta\epsilon^2 \text{ [MPa]}; \tag{5.3}$$

De asemenea, raportul dintre aria fâșiei de histerezis, A_h, care semnifică de fapt lucrul mecanic efectuat în timpul ciclului , și energia de deformare elastică $(\Delta\sigma \cdot \Delta\epsilon)/2$, determină așa-numitul *coeficient de frecare interioară relativă*, ψ': deci:

$$\psi' = (2A_h)/(\Delta\sigma \cdot \Delta\epsilon) = p_h / E_{din}. \qquad (5.4)$$

— *Coeficientul de contracție transversală* sau *coeficientul lui Poisson* are valoarea $\nu \approx 0{,}5$.

— Datorită complexității procesului tehnologic de fabricație a cauciucului, *proprietățile* sale *fizico-chimice prezintă abateri mari* (care ajung până la $\pm$ 20%) față de valorile nominale, chiar pentru produsele din același lot. Aceasta determină ca și valorile modulelor de elasticitate, transversal G și longitudinal E, să depindă de *calitatea cauciucului* și, în special, de *duritatea lui*. În figura 5.3 este prezentată dependența modulelor de elasticitate, transversal și longitudinal, în funcție de duritatea Shore a cauciucului. Între cele două module există relația $E \approx 3G$, stabilită experimental.

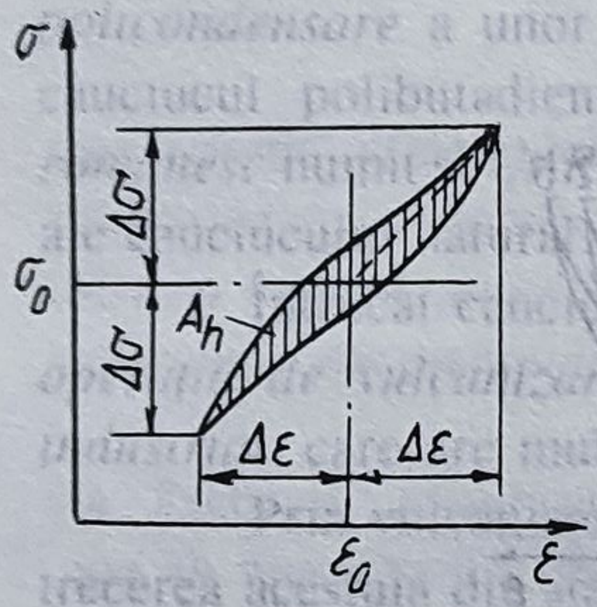


Fig.5.2

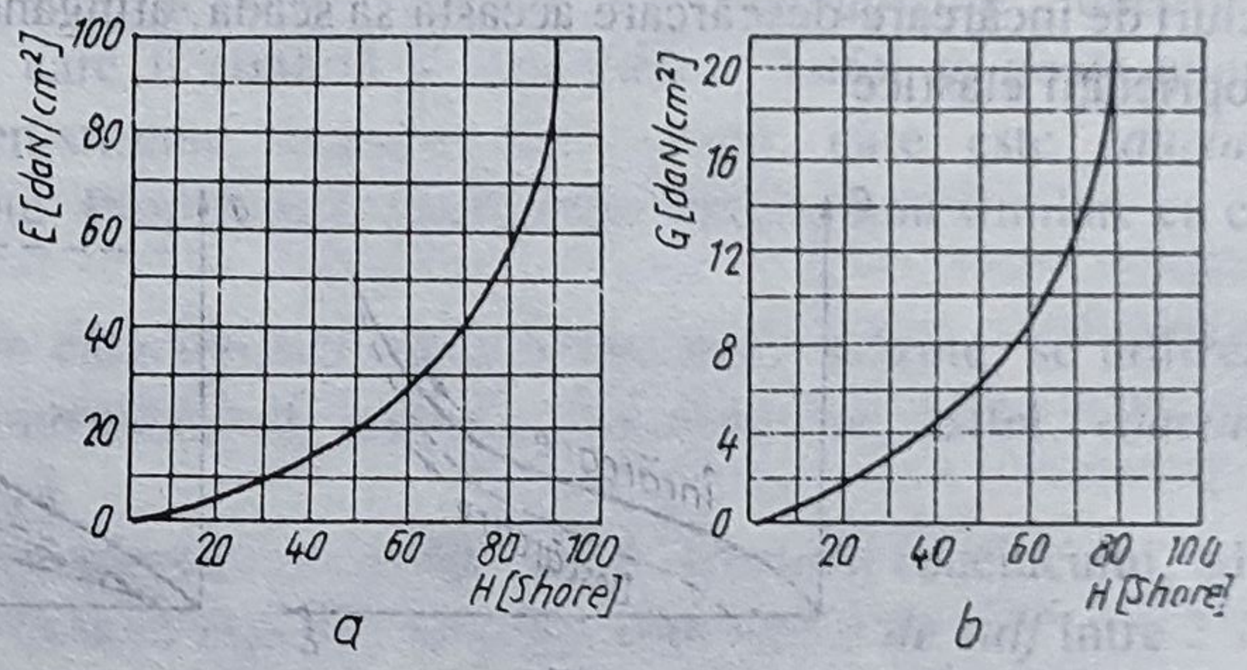


Fig.5.3

La aceeași duritate, modulul de elasticitate longitudinal E depinde de un *coeficient de formă* K_E, care reprezintă raportul dintre aria suprafeței încărcate și cea a suprafeței libere, aferente elementului elastic din cauciuc. De exemplu, pentru un element elastic din cauciuc de formă cilindrică, de rază r și de înălțime h, în cazul unei încărcări verticale, coeficientul are valoarea

$$K_E = (\pi \cdot r^2)/(2\pi \cdot r \cdot h) = r/(2h). \qquad (5.5)$$

— *Proprietățile cauciucului sunt influențate*, într-o măsură considerabilă, de *condițiile mediului ambiant*: temperatură, umiditate, radiații, agenți chimici etc. Sub acțiunea acestora se alterează proprietățile sale (se produce fenomenul de îmbătrânire) datorită transformărilor structurale. Între altele, apare tendința de a se fisura și de a deveni cleios.

În general, cauciucul este folosibil într-un domeniu de temperatură cuprins între -30° și +60°C, iar în mod excepțional, dar de scurtă durată, între -65° și +100°C.

Cunoașterea proprietăților cauciucului este deosebit de importantă pentru întrebuințarea corespunzătoare a acestuia. Din acest considerent, la proiectarea tipurilor de elemente elastice de vibrație din cauciuc se recomandă studiul literaturii de specialitate și consultarea celor mai recente prospecte sau cataloage de profil ale firmelor producătoare.

Între cauciuc şi materialele metalice se pot obţine îmbinări rezistente, ceea ce contribuie la mărirea durabilităţii sistemului. Astfel, cauciucul se fixează bine pe oţeluri cu un conţinut redus de carbon, alame, fonte şi aliaje din aluminiu, dar este puţin aderent de oţeluri inoxidabile, bronzuri şi aliaje din magneziu.

Ca *procedeu de îmbinare* se utilizează *vulcanizarea directă a cauciucului pe materialul metalic sau prin intermediul unui strat de alamă* depus pe acesta din urmă, pe cale electrolitică.

5.2. Noţiuni de bazele teoriei vibraţiilor mecanice şi a şocurilor mecanice

5.2.1. Generalităţi

Vibraţia mecanică a unui sistem elastic reprezintă o schimbare periodică a energiei între forma cinetică şi cea potenţială. În sistemele cu amortizare, la fiecare ciclu are loc o pierdere de energie. Dacă vibraţia trebuie să fie staţionară, această pierdere trebuie să fie compensată de la o sursă exterioară.

Sarcinile exterioare şi deplasările variabile în timp sunt cuprinse sub denumirea comună de *excitaţii* sau *perturbaţii*. În cazul excitaţiei realizate prin forţe, se utilizează termenii de *forţă excitatoare* sau *forţă perturbatoare*.

Starea sistemului neperturbat se consideră drept *stare de referinţă*. Dacă un sistem elastic este excitat, în acesta apar mişcări alternante faţă de poziţia de referinţă, denumite *mişcări vibratorii*. Despre sistem se zice că *vibrează* sau execută *vibraţii mecanice*.

În general, vibraţiile mecanice ale sistemelor elastice pot fi caracterizate printr-un număr dat de parametri. A determina valorile acestor parametri înseamnă a afla „*răspunsul elastic*" la excitaţia dată. Acesta este condiţionat atât de *parametrii excitaţiei*, cât şi de *caracteristicile mecanice ale sistemului*. Rezolvarea unei probleme de vibraţii constă, în principiu, în *stabilirea relaţiilor care există între excitaţie, răspuns şi caracteristicile mecanice ale sistemului*, astfel ca dintr-un număr dat de mărimi cunoscute să se poată determina restul mărimilor necunoscute.

5.2.2. Sisteme elastice în contextul amortizării

Un astfel de sistem elastic este determinat când se cunosc: *masa* precum şi *proprietăţile elastice şi de amortizare ale elementelor componente*.

Masa unui sistem elastic poate fi *concentrată* în unul sau mai multe puncte, respectiv poate fi *distribuită uniform sau după o anumită lege* dată de geometria părţilor componente.

Proprietăţile elastice ale unui corp sunt reprezentate prin caracteristicile elastice ale elementelor deformabile din sistem. O caracteristică elastică precizează legătura dintre deformaţia elementului elastic şi forţa care o provoacă. Dacă relaţia este de proporţionalitate, *elementul elastic este liniar* şi poate fi caracterizat printr-o *constantă elastică*. Elementele elastice din sistem înmagazinează energie potenţială de deformaţie.

Proprietățile de amortizare se manifestă prin capacitatea sistemului de a disipa energia mecanică, transformând-o în alte forme de energie. Măsura amortizărilor în sisteme și considerarea acesteia în calculele de vibrații constituie o problemă deschisă, rezolvată doar parțial.

Sistemele pot fi liniare sau neliniare. Un sistem elastic se consideră liniar dacă răspunsul său este proporțional cu excitația. La aceste sisteme, ecuațiile diferențiale ale mișcării sunt liniare cu coeficienți constanți.

După tipul de distribuție al maselor și al proprietăților elastice se determină *numărul de grade de libertate al sistemului*, egal cu cel al coordonatelor necesare pentru determinarea poziției acestuia în timpul mișcării. Sistemele elastice pot avea un număr finit sau infinit de grade de libertate (sisteme continue).

5.2.3. Tipuri de excitație

Condiția ca o *forță exterioară* să genereze vibrații mecanice într-un sistem elastic este ca aceasta să fie *variabilă în timp*. În ipoteza că forma acestor vibrații este cunoscută, *excitația este deterministă*. Criteriul de clasificare al excitațiilor deterministe îl constituie tipul funcției care descrie variația acestora în timp. Astfel, se pot aplica *excitații continue sau discontinue* (*șocuri*), *periodice sau neperiodice*. Excitația periodică poate să fie reprezentată de o *funcție armonică* sau de o *funcție poliarmonică*.

Excitația armonică este o excitație periodică reprezentată printr-o funcție de forma

$$F(t) = F_0 \cdot \sin(\omega t + \varphi_0), \tag{5.6}$$

unde: F_0 este amplitudinea forței perturbatoare; ω — pulsația; φ_0 = faza inițială.

Excitația periodică are expresia

$$F(t) = F(t + T), \tag{5.7}$$

în care T este perioada excitației.

O forță periodică se poate exprima printr-o sumă finită sau infinită de componente armonice, ale căror pulsații sunt multiplii întregi ai pulsației fundamentale, și anume:

$$F(t) = \sum_{n=1}^{\infty} F_n \cdot \sin(n \cdot \omega t + \varphi_n). \tag{5.8}$$

Excitația impuls este practic realizată prin aplicarea unei forțe foarte mari într-un interval de timp foarte mic. Cantitatea de mișcare transmisă P este finită și nenulă, adică:

$$P = \int_0^{t_1} F(t) \cdot \mathrm{d}t = \text{const.} \neq 0, \tag{5.9}$$

Cu ajutorul *funcției impuls* $\delta(t)$ *(funcția Dirac)*, relația (5.9) se mai poate pune sub forma

$$F(t) = P \cdot \delta(t). \tag{5.10}$$

Excitația treptată este realizată prin aplicarea instantanee a unei forțe de mărime constantă și menținerea ulterioară a acesteia la aceeași valoare.

5.2.4. Fenomenul fizic al vibrațiilor mecanice

Vibrația mecanică semnifică (conform STAS 10 854-82) *oscilația unui sistem mecanic*, implicând prezența unor forțe elastice în sistem, care a fost perturbat. Fenomenul este caracteristic pentru toate tipurile de mecanisme și echipamente mecanice, fiind perceptibil senzorial la atingerea acestora.

O ilustrare simplistă a vibrațiilor mecanice ar putea fi dată de un *arc elicoidal cilindric de tracțiune în poziție verticală*, prevăzut cu o sarcină W la partea inferioară, ca în figura 5.4.

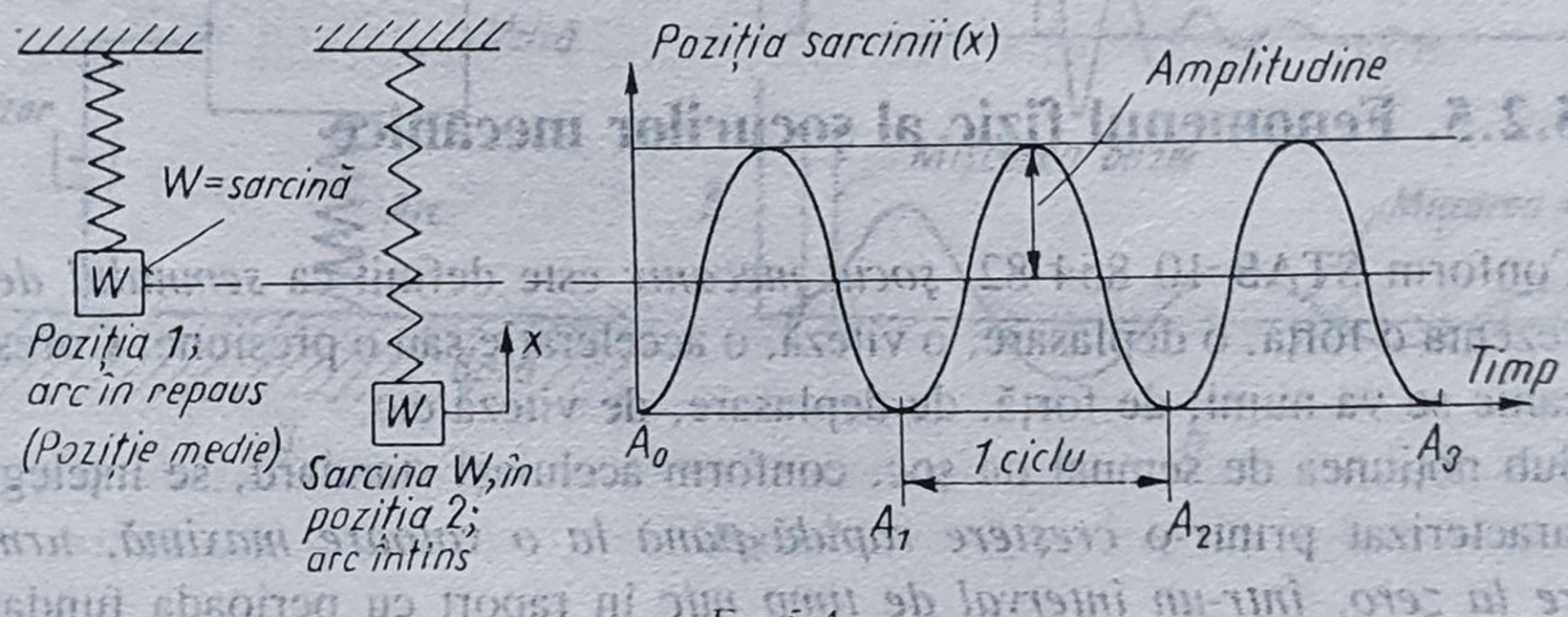


Fig.5.4

În *poziția 1* (fig.5.4), *săgeata statică* a arcului corespunzătoare stării de repaus este suficientă pentru echilibrarea sarcinii W. Arcul este, apoi, întins lent, luând *poziția 2* și *descărcat*. *Mișcarea rezultată* a sarcinii W, ca o funcție de timp, în ipoteza că rezistența opusă deplasării este neglijabilă, are caracter *ondulatoriu* și *repetitiv*, cum este expus în graficul din figura 5.4. Aceasta prezintă multe din caracteristicile de bază ale vibrațiilor mecanice. *Deplasarea maximă* din poziția *de repaus* sau *medie* este denumită *amplitudinea vibrației*. Mișcarea vibratorie se repetă la intervale regulate (A_1, A_2, A_3). Intervalul de timp în care secvența de mișcare se repetă se numește *ciclu* sau *perioadă*. Numărul de cicluri executate în unitatea de timp (de exemplu, o secundă sau un minut) este cunoscut sub denumirea de *frecvență*. Într-o oscilație cu viteză mare, frecvența este ridicată și invers. Dacă (vezi figura 5.4) *sistemul arc-sarcină* nu este acționat de către o sursă exterioară, vibrația mecanică se consideră *liberă*, iar frecvența se numește *frecvență proprie a sistemului*.

Pe durata acțiunii unei forțe excitatoare, mișcările vibratorii care apar poartă denumirea de *întreținute* sau *forțate*. După încetarea acțiunii excitației, sistemul execută *vibrații libere*. Dacă sistemul are proprietăți de amortizare, mișcarea vibratorie este

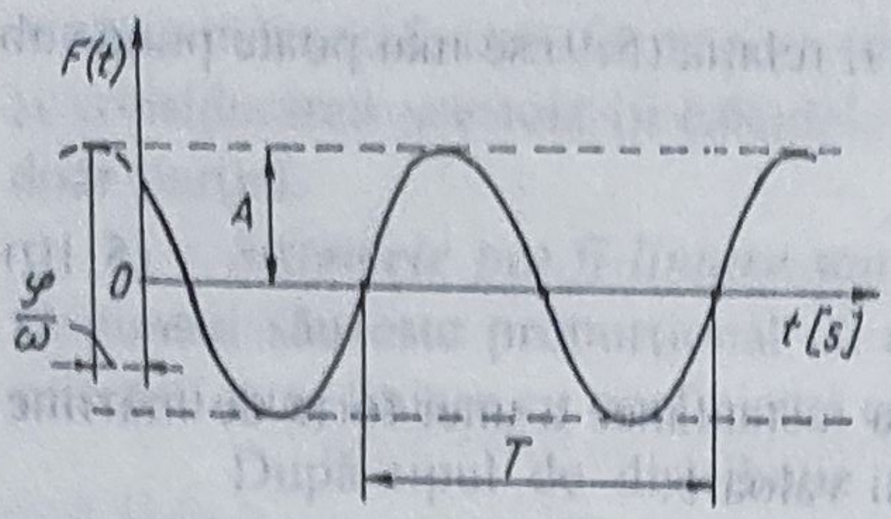


Fig.5.5

amortizată. Când amortizarea lipsește din sistem, *vibrațiile* sunt *neamortizate*. Mișcarea vibratorie poate fi *periodică* sau *neperiodică*.

Cea mai simplă mișcare vibratorie periodică este *mișcarea armonică*.

În teoria vibrațiilor, majoritatea funcțiilor cu care se operează au o *lege armonică de vibrație*. Acest considerent determină ca reprezentării funcțiilor armonice să i se acorde o atenție specială, existând mai multe posibilități pentru aceasta. În cazul reprezentării grafice, în raport de timp, funcția armonică se prezintă sub forma

$$F(t) = A \cdot \cos(\omega t + \varphi), \tag{5.11}$$

ilustrată grafic în figura 5.5, unde: A este amplitudinea; ω — pulsația; $(\omega t + \varphi)$ — faza la originea timpului; T — perioada. Între aceste mărimi există relația

$$\omega = (2\pi)/T = 2\pi \cdot f. \tag{5.12}$$

5.2.5. Fenomenul fizic al șocurilor mecanice

Conform STAS 10 854-82, *șocul mecanic* este definit ca *semnalul de șoc* care poate reprezenta o forță, o deplasare, o viteză, o accelerație sau o presiune. Corespunzător, șocul mecanic se va numi: de forță, de deplasare, de viteză etc.

Sub noțiunea de semnal de șoc, conform aceluiași standard, se înțelege *tipul de semnal* caracterizat printr-o *creștere rapidă până la o valoare maximă, urmată de o descreștere la zero, într-un interval de timp mic* în raport cu perioada fundamentală a sistemului. În esență, șocul mecanic implică, de obicei, un singur *impuls de energie* cu o durată scurtă și o accelerație mare care rezultă printr-o schimbare bruscă a vitezei sistemului care suportă șocul.

Principiile prevăzute atât pentru izolarea vibrațiilor mecanice, cât și a șocurilor mecanice sunt similare. Totuși, există diferențe datorită naturii stării permanente a vibrației și a celei tranzitorii a șocului. Șocul mecanic poate să apară într-o multitudine de feluri și poate fi foarte complex. Cea mai simplă formă este aceea a unui impuls unic de o durată extrem de scurtă și cu o accelerație mare. În figura 5.6 sunt reprezentate grafic *cele mai uzuale forme de șocuri mecanice*, care, conform STAS 10 854-82, sunt denumite: **a)** *șoc sinusoidal*, ideal constituit dintr-un arc de sinusoidă; **b)** *șoc dreptunghiular*, ideal cu configurația unui dreptunghi; **c)** *șoc dinte de ferăstrău cu front lent*, ideal triunghiular, cu cădere perpendiculară pe axa timpului.

Reducerea intensității șocului mecanic, realizabilă prin folosirea unor *elemente elastice de vibrație* sau *izolatori*, rezultă din înmagazinarea în aceștia a energiei fenomenului produs, care, apoi, este eliberată într-un mod lent într-o perioadă de timp mai lungă (la frecvența proprie a sistemului arc-sarcină). Oricum, acumularea de energie nu poate avea loc decât prin deformarea izolatorului, care, în general, este mare.

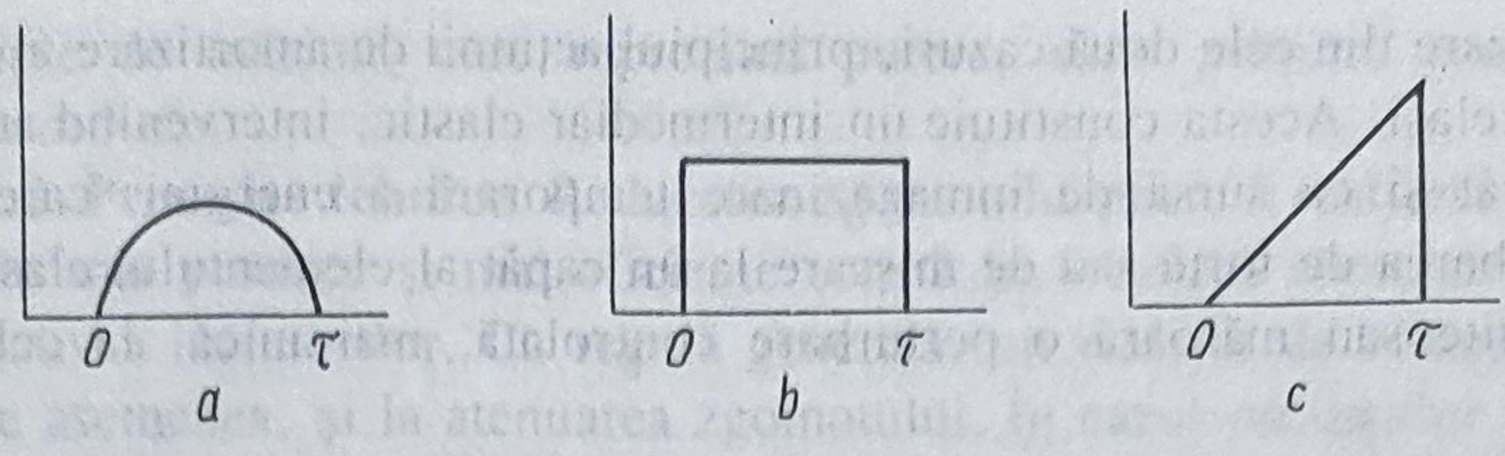


Fig.5.6

Avându-se în vedere că impulsul de şoc poate să cuprindă componente de frecvenţe de la cele foarte joase la cele foarte înalte, nu este posibilă evitarea excitării rezonanţei izolatorului-masă. Pe de altă parte, dacă durata impulsului de şoc este scurtă, răspunsul sistemului poate să nu aibă consecinţe grave. În figura 5.7 se prezintă comparativ răspunsurile la un *impuls dreptunghiular* (I) şi la un *impuls tip şoc* (II), relativ scurt.

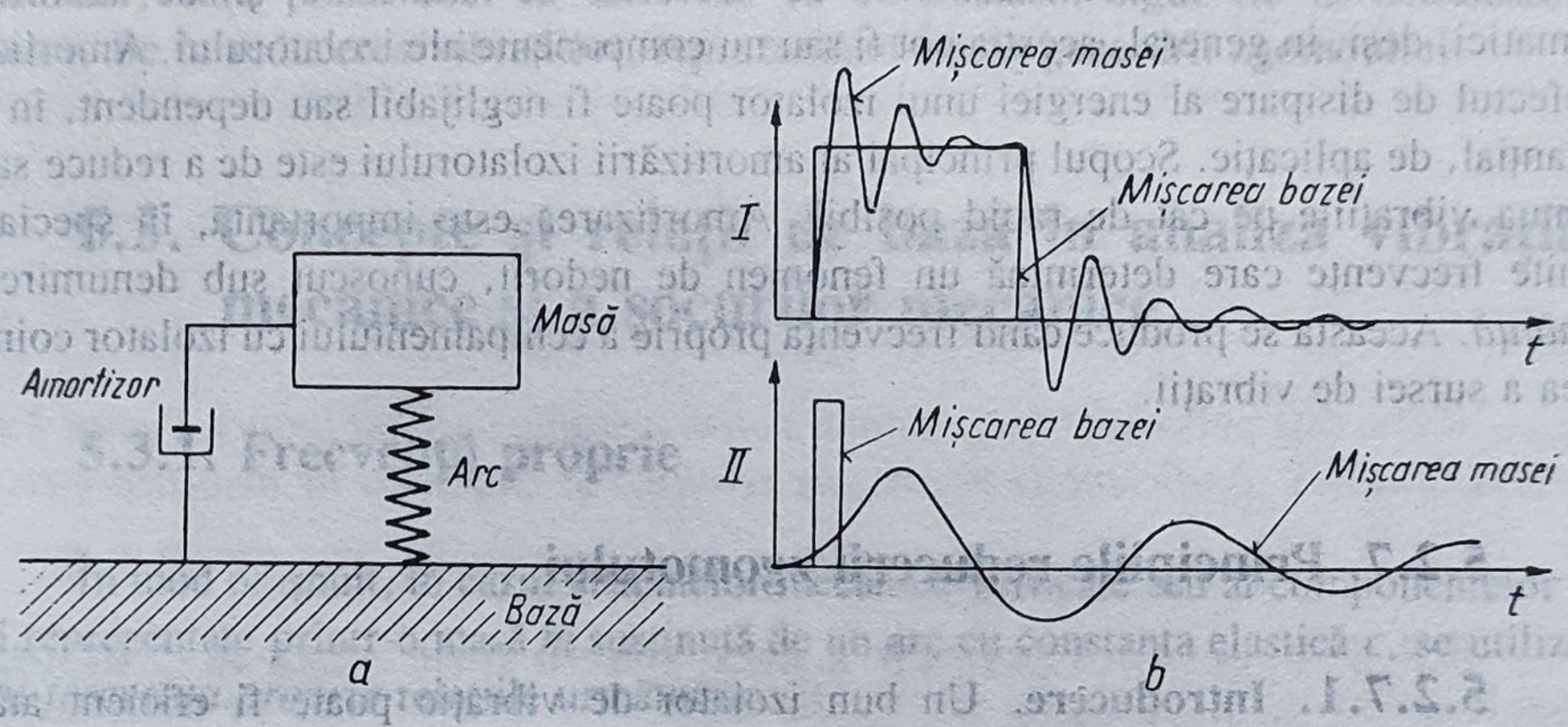


Fig.5.7

5.2.6. Principiile izolării vibraţiilor mecanice

În examinarea problemei izolării vibraţilor mecanice este utilă identificarea celor trei componente fundamentale ale tuturor sistemelor vibratorii: *echipamentul*, *elementul elastic de vibraţie sau izolatorul* şi *baza* (care poate fi: duşumeaua, placa de susţinere, fundaţia propriu-zisă etc.). Elementul elastic de vibraţie este o piesă profilată, de obicei din cauciuc, care se interpune între echipament şi bază. În mod normal, acesta este destul de mic.

Dacă echipamentul este sursa vibraţiei, scopul elementului elastic de vibraţie este de a reduce forţa transmisă bazei de către echipament. Direcţia transmiterii forţei este de la echipament la bază. Acesta este, probabil, cazul cel mai frecvent.

Dacă însă baza este sursa vibraţiei, atunci rostul elementului elastic de vibraţie este de a atenua mişcarea vibratorie transmisă de la bază la echipament. Direcţia comunicării mişcării este dinspre bază către echipament. Această situaţie apare, de exemplu, la protejarea instrumentelor de măsurare sensibile din cauza duşumelelor vibratoare etc.

În oricare din cele două cazuri, principiul acţiunii de amortizare a izolatorului de vibraţie este acelaşi. Acesta constituie un intermediar elastic, intervenind atât ca piesă de temporizare, cât şi ca sursă de înmagazinare temporară a energiei, care nivelează în exterior perturbarea de forţă sau de mişcare la un capăt al elementului elastic de vibraţie şi care transmite sau măsoară o perturbare controlată, mai mică, la celălalt capăt al izolatorului.

Un element elastic de vibraţie corespunzător întârzie, deci, răspunsul echipamentului la o perturbare a forţei sau a mişcării. Din punct de vedere tehnic aceasta înseamnă că, în ceea ce priveşte caracteristica sa, frecvenţa proprie a echipamentului cu element elastic să fie, în mod substanţial, inferioară celei a sursei de vibraţii (frecvenţa forţată).

În plus, sub aspectul funcţionării atât ca element de temporizare, cât şi ca sursă de înmagazinare temporară a energiei, izolatorii pot să lucreze ca *absorbitori* sau *disipatori de energie*. Acest rol este conferit, în mod obişnuit, de caracteristicile de amortizare ale materialelor, de viscozitatea fluidelor, de frecarea de alunecare şi de amortizorii pneumatici, deşi, în general, aceştia pot fi sau nu componente ale izolatorului. Amortizarea sau efectul de disipare al energiei unui izolator poate fi neglijabil sau dependent, în mod substanţial, de aplicaţie. Scopul principal al amortizării izolatorului este de a reduce sau de a atenua vibraţiile pe cât de rapid posibil. Amortizarea este importantă, în special, la anumite frecvenţe care determină un fenomen de nedorit, cunoscut sub denumirea de *rezonanţă*. Aceasta se produce când frecvenţa proprie a echipamentului cu izolator coincide cu cea a sursei de vibraţii.

5.2.7. Principiile reducerii zgomotului

5.2.7.1. Introducere. Un bun izolator de vibraţie poate fi eficient atât în atenuarea zgomotului, cât şi în reducerea transmiterii forţelor şi a mişcărilor.

5.2.7.2. Zgomotul ca fenomen. Sunetul reprezintă o vibraţie a aerului. În acest caz aerul constituie un element elastic. Vibraţiile aerului posedă o frecvenţă şi o intensitate auditivă. Frecvenţa poate fi exprimată în cicluri pe secundă sau în cicluri pe minut. *Gama audiofrecvenţelor* este de la circa 100 cicluri/s şi până la 18 000 cicluri/s, deşi auzul uman poate fi sensibil unei game mai largi. Intensitatea auditivă se măsoară în decibeli. O intensitate a sunetului de 15 decibeli poate fi considerată, de obicei, ca redusă, pe când un nivel de 60 decibeli sau mai mult poate fi privit ca puternic. Sub acest ultim aspect poate fi încadrat sunetul denumit *zgomot*.

Mai precis, *decibelul este*, în esenţă, *un raport între presiunea unui sunet şi cea a unui sunet standard sau de referinţă* (0,0002 microbari, de obicei). În scopul atingerii unei scări rezonabile de valori, conform STAS 10 854-82, mărimea nivelului în decibeli este de 10 ori logaritmul, în baza zece, al raportului unor mărimi care reprezintă putere, astfel:

$$L_p = 10 \lg (x^2/x_0^2) = 20 \lg (x/x_0). \quad (5.13)$$

Exemple de mărimi, care reprezintă putere, sunt: *pătratul presiunii sonore*, *intensitatea sonoră* etc.

5.2.7.3. Procedee tehnice. Reducerea zgomotului poate fi realizată pe diverse căi. Una dintre cele mai practice şi mai eficiente constă în folosirea elementelor elastice de vibraţie, respectiv a izolatorilor. Ca regulă generală, un izolator de vibraţie proiectat va putea servi, de asemenea, şi la atenuarea zgomotului. În cazul oscilaţiilor unui tablou de comandă, de exemplu, un element elastic de vibraţie proiectat în condiţii corespunzătoare poate reduce sau înlătura zgomotul fie prin anihilarea oscilaţiilor, fie prin prevenirea transmiterii acestora la pământ sau printr-o combinaţie a acestora. Gama audiofrecvenţelor este atât de înaltă, încât frecvenţele proprii ale unui element elastic de vibraţie pot fi proiectate astfel ca să fie sub frecvenţa de producere a zgomotului.

În acţiunea de atenuare a zgomotului se încearcă mai întâi *identificarea sursei* acestui fenomen, după care i *se determină frecvenţa*. Apoi, se adoptă un element elastic de vibraţie corespunzător, proiectat în concordanţă cu normele pentru controlul vibraţiilor şi al şocurilor, care poate deci să intervină ca un obstacol sigur fie în netransmiterea sunetelor, fie în reducerea vibraţiilor, reprezentând cauza generării zgomotului.

5.3. Concepte şi relaţii de bază în analiza vibraţiilor mecanice şi a şocurilor mecanice

5.3.1. Frecvenţă proprie

În mod obişnuit, în cazul sistemelor mecanice verticale sau al componentelor care pot fi reprezentate printr-o masă m susţinută de un arc cu constanta elastică c, se utilizează pentru *frecvenţa proprie* relaţiile următoare:

$$f_n = \sqrt{(c/m)}\,/(2\pi), \tag{5.14}$$

$$f_n = \sqrt{[(c \cdot g)/W]}\,/(2\pi), \tag{5.15}$$

în care f_n reprezintă frecvenţa proprie, exprimată în cicluri/s [Hz], iar g — acceleraţia gravitaţiei.

În funcţie de deformaţia statică x_{st}, relaţia frecvenţei proprii devine

$$f_n = \sqrt{(g/x_{st})}\,/(2\pi). \tag{5.16}$$

5.3.2. Perioada vibraţiei

Relaţia acesteia este

$$T = 1/f, \tag{5.17}$$

unde T este perioada în secunde, iar f — frecvenţa în cicluri/s.

5.3.3. Frecvenţa proprie a vibraţiilor torsionale

Notată cu f_t şi exprimată de asemenea în cicluri/s, această frecvenţă se referă la un sistem mecanic care poate fi reprezentat printr-un *arc de torsiune*, cu o constantă elastică c' şi o încărcătură inerţială J_0 (momentul de inerţie mecanic sau al masei sistemului). Neglijându-se efectul amortizării, rezultă relaţia

$$f_t = \sqrt{(c'/J_0)}\ /(2\pi)\,. \tag{5.18}$$

5.3.4. Raport de amortizare

Conform STAS 10 854-82, acesta reprezintă raportul dintre coeficientul de amortizare al sistemului C şi coeficientul de amortizare critică C_c şi se notează, în general, cu ζ; deci:

$$\zeta = C/C_c = C/(2\sqrt{c \cdot m}) = C/(2\omega_0 \cdot m)\,, \tag{5.19}$$

unde $\omega_0 = c/m$ este pulsaţia proprie (a unui *sistem mecanic oscilant liniar*). Pentru ζ se mai utilizează termenii „*coeficient de amortizare relativă*" şi „*fracţiune de amortizare critică*".

5.3.5. Frecvenţă proprie a unui sistem unic masă-arc, incluzând amortizarea

Cu notaţiile cunoscute, relaţia acesteia este

$$f_n = \sqrt{\{c \cdot g[1-(C/C_c)^2]/W\}}\ /(2\pi)\,. \tag{5.20}$$

5.3.6. Transmisibilitate

În figura 5.8 se prezintă cea mai simplă formă a unui sistem vibrator izolat. Într-un asemenea caz este important, în general, să se determine cantitatea de energie transmisă de la sursa de vibraţie la structura suportului (*cazul a*) sau vibraţia de la structură la ansamblul existent izolat (*cazul b*). Aceasta este exprimată printr-un raport cunoscut ca *transmisibilitate*, notată cu T_F. În ambele cazuri poate fi prezentată, astfel:

$$T_F = \sqrt{[1+(2\zeta f/f_n)^2]/\{[1-(f/f_n)^2]^2+[(2\zeta f)/f_n]^2\}}\,, \tag{5.21}$$

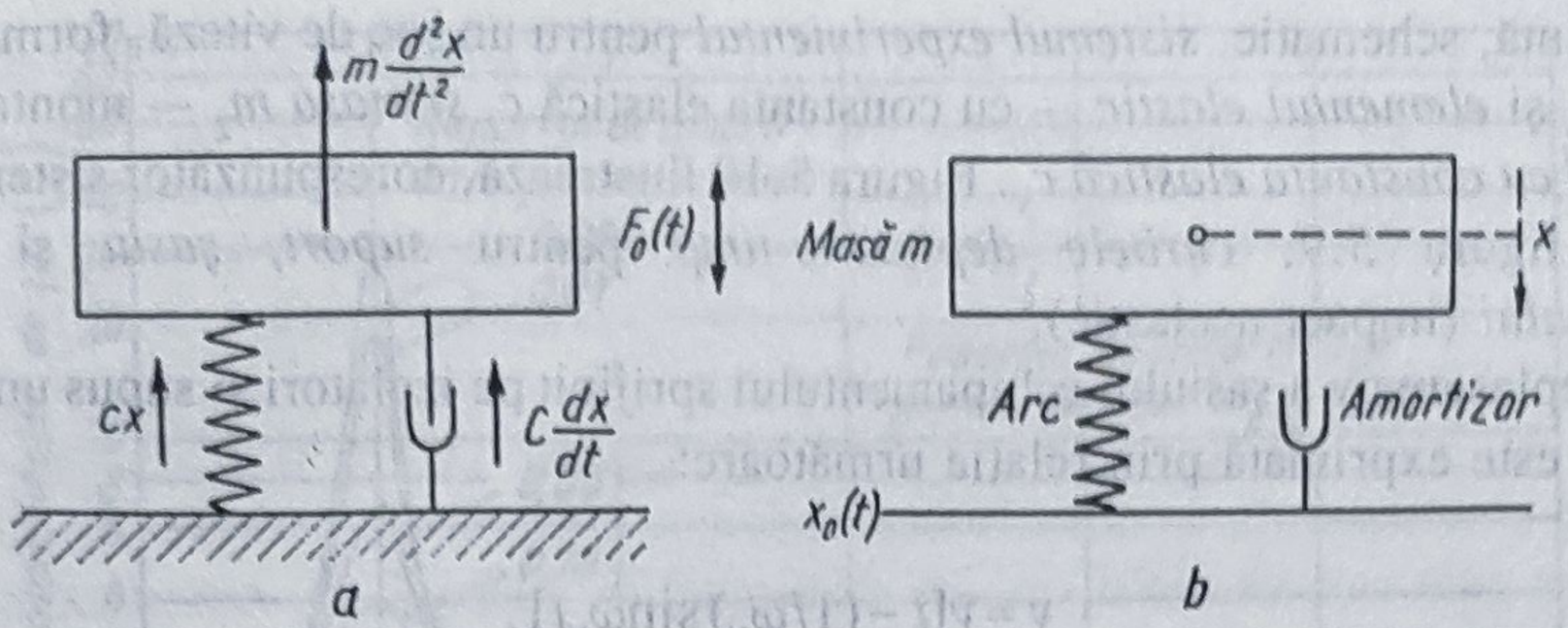


Fig.5.8

unde f reprezintă frecvenţa [cicluri/s] forţei exterioare (frecvenţă forţată) aplicată sistemului, iar f_n — frecvenţa proprie [cicluri/s] a sistemului, dacă se permite să vibreze în libertate după deplasarea din poziţia de echilibru.

5.3.7. Raport de frecvenţă

Notat cu R, acesta are relaţia

$$R = f/f_n. \tag{5.22}$$

5.3.8. Transmisibilitate cu amortizare neglijabilă

Pentru cazurile cu amortizare neglijabilă ($\zeta \approx 0$), *transmisibilitatea* poate fi redusă la expresia

$$T_F = |1/(1 - R^2)|. \tag{5.23}$$

5.3.9. Transmisibilitate maximă

Această situaţie apare numai la *rezonanţă*, *când raportul de frecvenţă devine egal cu unitatea*. Ca atare, relaţia este

$$T_{F_{max}} = 1/(2\zeta). \tag{5.24}$$

5.3.10. Caracteristicile testării calităţii de izolare a şocurilor mecanice

Adesea este necesar să se determine eficacitatea unui izolator de şoc, ca şi magnitudinea corespunzătoare a acceleraţiei pe elementele echipamentului protejat. În figura

5.9 se prezintă, schematic, *sistemul experimental* pentru un şoc de viteză, format din *şasiul de masă* m_y şi *elementul elastic* — cu constanta elastică c_z *şi masa* m_z — montate deasupra *izolatorului cu constanta elastică* c_y. Figura 5.10 ilustrează, corespunzător sistemului testat, expus în figura 5.9, *curbele deplasare-timp* pentru *suport, şasiu* şi *elementele echipamentului* (impact neelastic).

Deplasarea y a şasiului echipamentului sprijinit pe izolatori şi supus unui şoc (salt) de viteză v este exprimată prin relaţia următoare:

$$y = v[t - (1/\omega_y)\sin\omega_y t], \tag{5.25}$$

în care $\omega_y = \sqrt{c_y/m_y}$ reprezintă frecvenţa proprie, în rad/s, a sistemului elastic constând din şasiul de masă m_y şi izolatorul cu constanta elastică c_y.

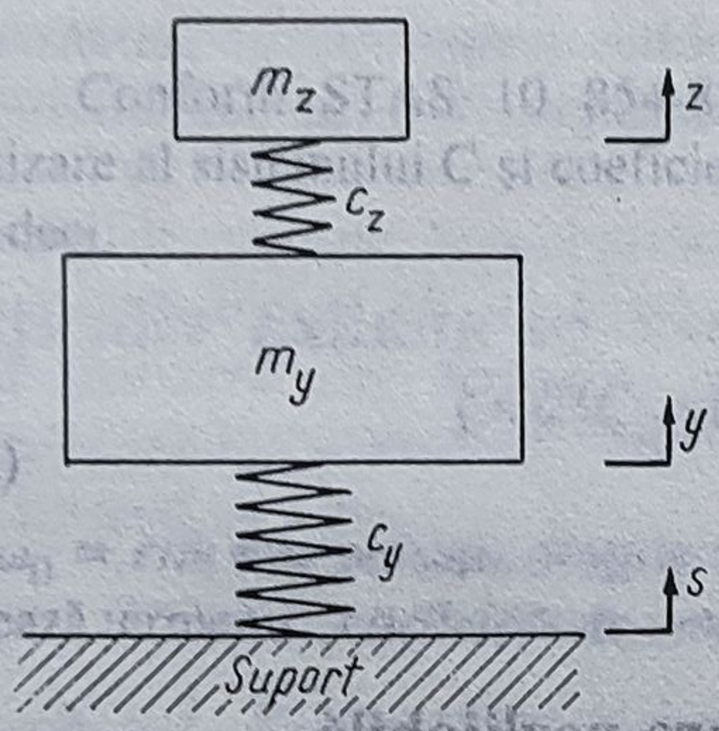


Fig. 5.9

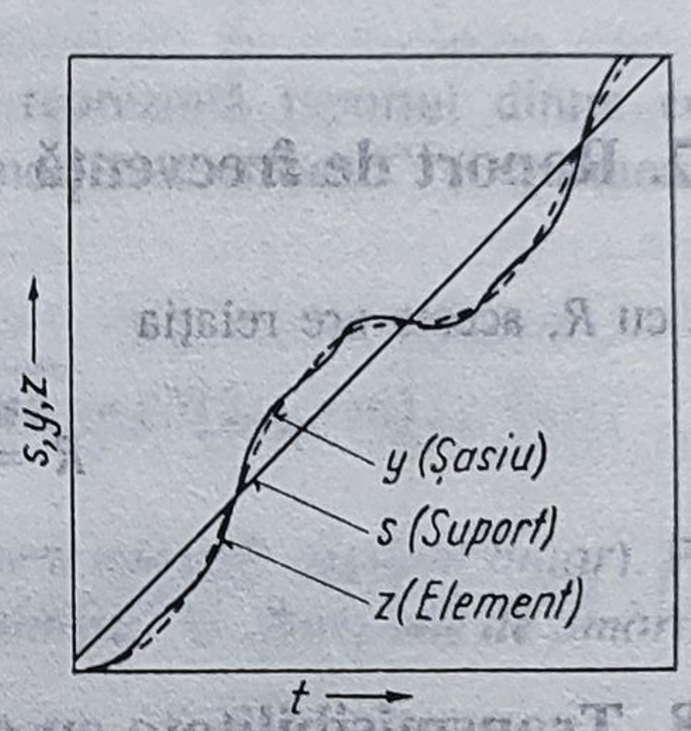


Fig.5.10

Dubla diferenţiere a relaţiei (5.25) dă acceleraţia corespunzătoare pe şasiul echipamentului în timpul executării şocului. Aceasta este denumită *acceleraţie transmisă* şi are expresia

$$\ddot{y} = V \cdot \omega_y, \tag{5.26}$$

unde V reprezintă mărimea variaţiei şocului (saltului) de viteză.

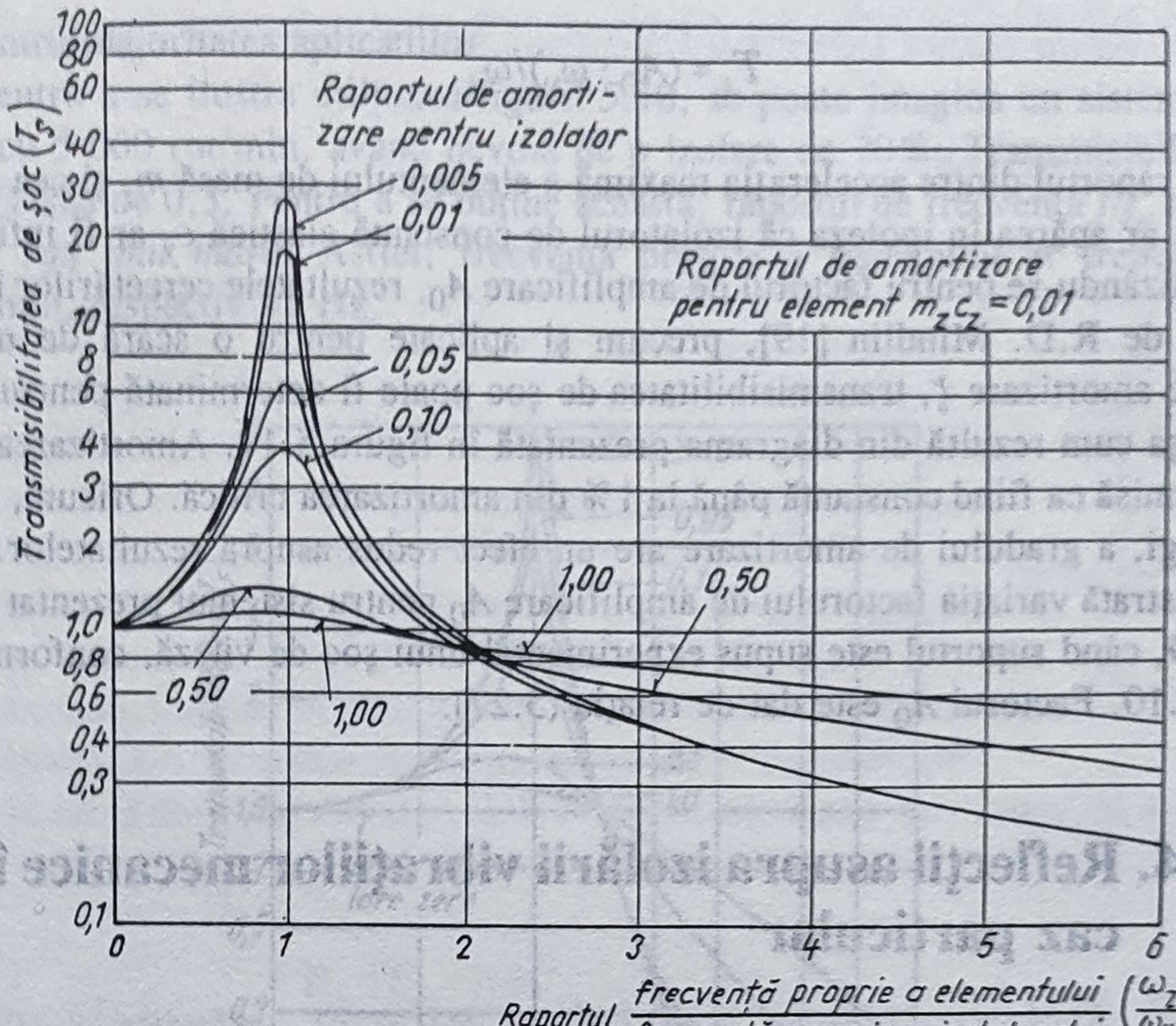
Acceleraţia maximă corespunzătoare la şasiul echipamentului montat nu trebuie confundată cu cea testată pe elementele diferite ale echipamentului. Aceasta din urmă este egală cu produsul dintre *acceleraţia maximă a şasiului* $\ddot{y}_0$ şi *factorul de amplificare* A_0, care este definit ca un raport, astfel:

$$A_0 = \ddot{Z}/y_0, \tag{5.27}$$

unde $\ddot{Z}_0$ este acceleraţia elementului respectiv, supus încercării.

În absenţa amortizării, A_0 este o funcţie doar de frecvenţa proprie a elementului ω_z şi de frecvenţa proprie a izolatorului ω_y.

Pentru un sistem neamortizat, *transmisibilitatea de şoc* T_s este legată de factorul de amplificare A_0, prin relaţia



NOTĂ. Transmisibilitatea de șoc pentru sistemul prezentat schematic în fig. 5.9 și supus unui șoc de viteză conform ilustrării din figura 5.10

Fig.5.11

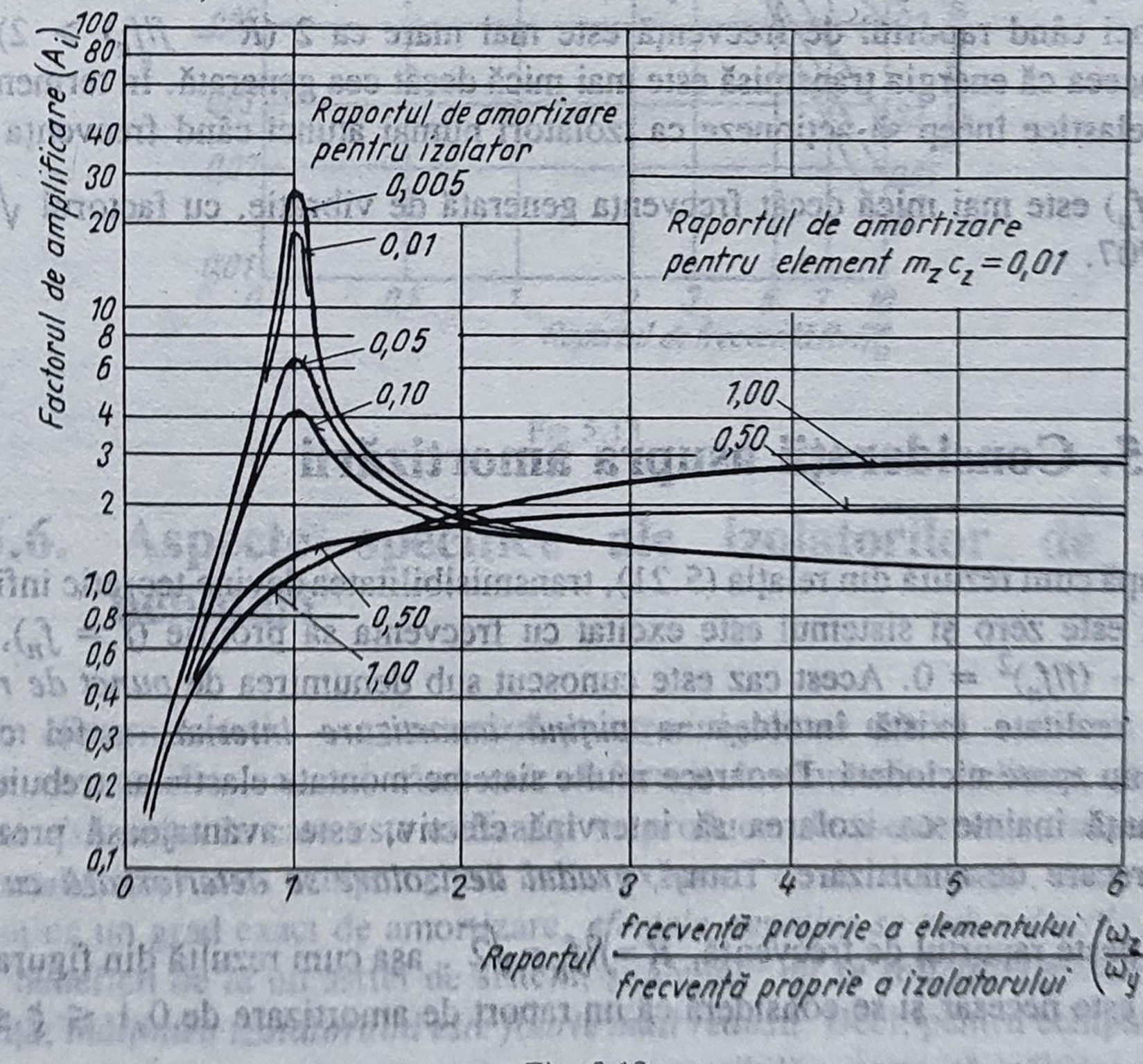


Fig. 5.12

$$T_s = (A_0 \cdot \omega_y)/\omega_z, \tag{5.28}$$

unde T_s este raportul dintre accelerația maximă a elementului de masă m_z și cea a aceluiași element care ar apărea în ipoteza că izolatorul de constantă elastică c_y ar fi infinit rigid.

Utilizându-se pentru factorul de amplificare A_0, rezultatele cercetărilor întreprinse și publicate de R.D. Mindlin [19], precum și aplicate pentru o scară de mărimi ale raportului de amortizare ζ, transmisibilitatea de șoc poate fi determinată pentru un sistem amortizat, așa cum rezultă din diagrama prezentată în figura 5.11. Amortizarea dintre m_z și m_y este admisă ca fiind constantă până la 1% din amortizarea critică. Oricum, o variație, în limite largi, a gradului de amortizare are un efect redus asupra rezultatelor. În figura 5.12 este ilustrată variația factorului de amplificare A_0 pentru sistemul prezentat schematic în figura 5.9, când suportul este supus experimental unui șoc de viteză, conform relevării din figura 5.10. Factorul A_0 este dat de relația (5.27).

5.4. Reflecții asupra izolării vibrațiilor mecanice într-un caz particular

În figura 5.13 este prezentată o familie tipică de *curbe de transmisibilitate* pentru un *sistem vibrator cu un singur grad de libertate* (așa cum s-a definit în figura 5.8). Astfel de curbe sunt generate de soluții variate ale relației transmisibilității (5.21) pentru diverse rapoarte de frecvență (R) și diferite rapoarte de amortizare (ζ).

Corespunzător figurii 5.13 se poate conchide că transmisibilitatea este mai mică decât 1 atunci când raportul de frecvență este mai mare ca 2 ($R = f/f_n > 2$). Aceasta rezultă din aceea că energia transmisă este mai mică decât cea generată. În termeni practici, suporturile elastice încep să acționeze ca izolatori numai atunci când frecvența proprie a sistemului (f_n) este mai mică decât frecvența generată de vibrație, cu factorul $\sqrt{2}$, adică $(f_n/f) < 0{,}707$.

5.5. Considerații asupra amortizării

După cum rezultă din relația (5.21), transmisibilitatea devine teoretic infinită, când amortizarea este zero și sistemul este excitat cu frecvența sa proprie ($f = f_n$), așa încât termenul $1 - (f/f_n)^2 = 0$. Acest caz este cunoscut sub denumirea de *punct de rezonanță*.

În realitate există întotdeauna *puțină amortizare internă*, astfel că situația menționată nu apare niciodată. Deoarece multe sisteme montate elastic ar trebuie să treacă prin rezonanță înainte ca izolarea să intervină efectiv, este avantajoasă prezența unei cantități oarecare de amortizare. Totuși, *gradul de izolare se deteriorează cu creșterea amortizării* peste raportul de frecvență, $R = f/f_n = \sqrt{2}$, așa cum rezultă din figura 5.13. Un compromis este necesar și se consideră că un raport de amortizare de $0{,}1 \leq \zeta \leq 0{,}2$ este

potrivit pentru majoritatea aplicaţiilor.

Pentru a se ilustra utilitatea figurii 5.10, se poate imagina un sistem tehnic care se roteşte cu 5 000 rot/min, având nevoie de o izolare de 70%. Transmisibilitatea cerută este de 30% sau de 0,3. Pentru a se obţine aceasta, raportul de frecvenţă f/f_n trebuie să fie *egal cu 2 sau mai mare*. Astfel, frecvenţa proprie a sistemului ar trebui să fie sub 2 500 rot/min, respectiv 41 Hz.

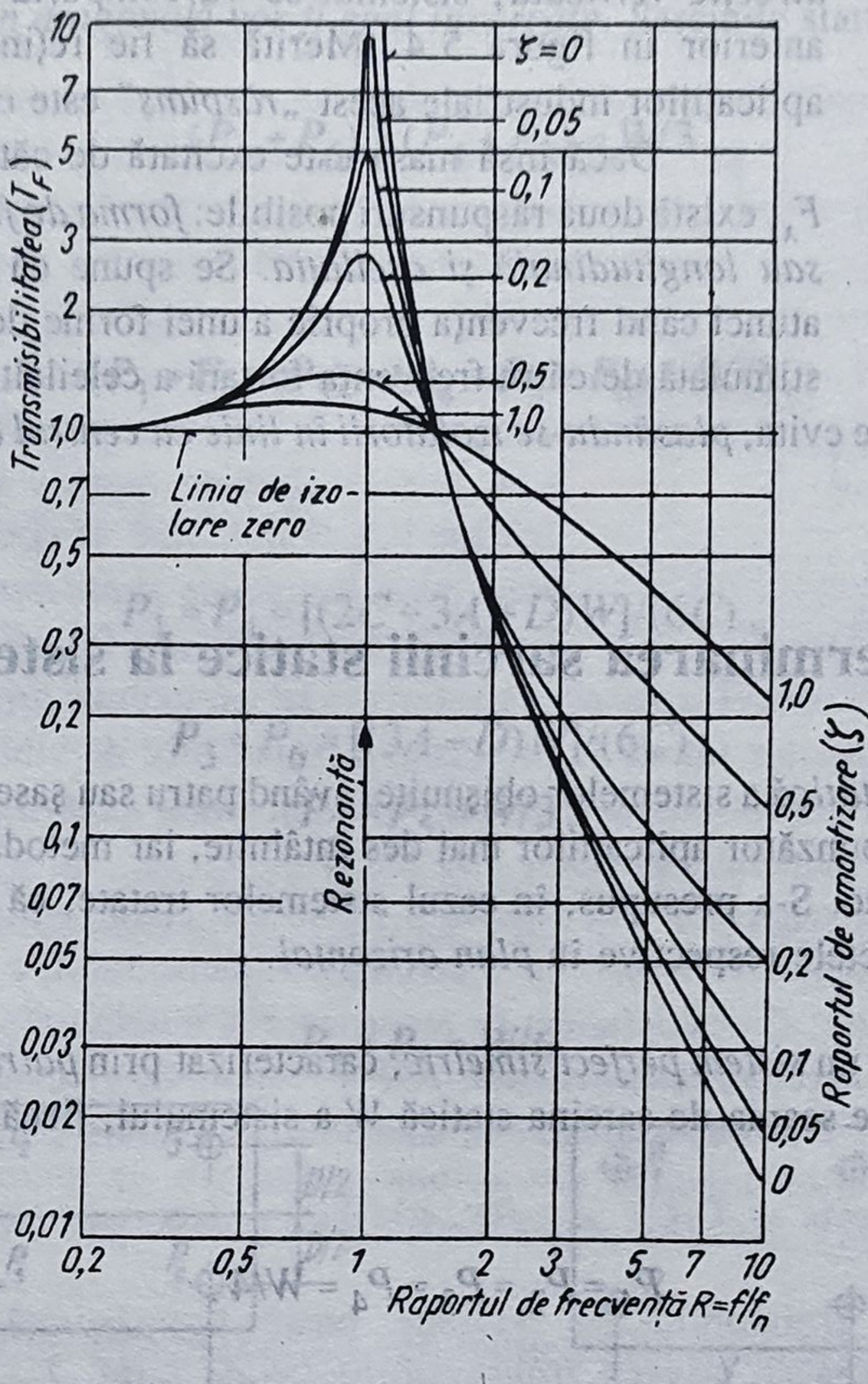


Fig.5.13

5.6. Aspecte specifice ale izolatorilor de vibraţie neliniari

Un element elastic — caracterizat printr-o rigiditate mărită — folosit ca izolator de vibraţie va modifica, atunci când este deformat în domeniul neliniar, *frecvenţa de rezonanţă a sistemului* în care este utilizat şi va produce, de asemenea, *armonici* care pot excita rezonanţe interne în echipamentul izolat existent. Pe de altă parte, dacă sistemul de izolaţie conţine un grad exact de amortizare, *efectele negative se reduc drastic*. Există, de asemenea, beneficii de la un astfel de sistem, şi anume: *nu se solicită deformaţii mari* şi, în consecinţă, *înălţimea izolatorului este foarte mult redusă*. Deci, pentru echipamente unde nu se doreşte o deplasare mare sau unde nu este accesibilă o anumită înălţime, *elementele*

elastice cu rigiditate mărită reprezintă o bună soluţie.

5.7. Cuplare

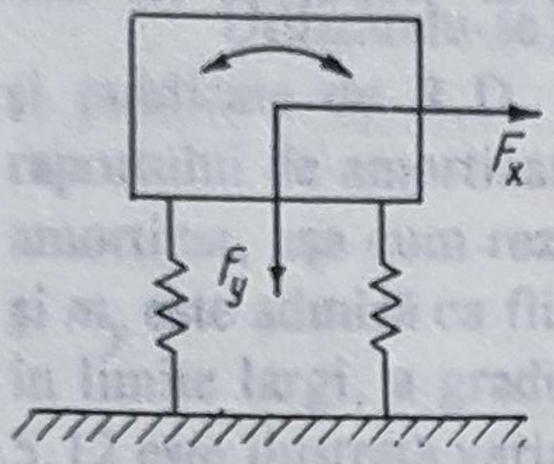


Fig.5.14

În figura 5.14 se prezintă o *masă sprijinită pe elemente elastice*. Când este excitată de către o *forţă sinusoidală Fy* în *direcţie verticală*, sistemul se va comporta după cum s-a arătat anterior în figura 5.4. Merită să fie reţinut că în majoritatea aplicaţiilor industriale acest „*răspuns*" este cel mai important.

Dacă însă masa este excitată de către o *forţă orizontală* F_x, există două răspunsuri posibile: *forma de funcţionare orizontală sau longitudinală şi oscilaţia*. Se spune că acestea sunt *cuplate* atunci când frecvenţa proprie a unei forme de funcţionare poate fi stimulată de către frecvenţa forţată a celeilalte. Cuplarea formelor de funcţionare se poate evita, *plasându-se izolatorii în linie cu centrul de masă al sistemului* care este sprijinit.

5.8. Determinarea sarcinii statice la sistemele uzuale

Încărcarea statică a sistemelor obişnuite, având patru sau şase puncte de suspensie, este prezentată corespunzător aplicaţiilor mai des întâlnite, iar metoda de calcul a acesteia are un caracter practic. S-a presupus, în cazul sistemelor tratate, că suprafeţele încărcate sunt sprijinite în punctele respective în *plan orizontal*.

Cazul a

Se consideră un *sistem perfect simetric*, caracterizat prin *patru puncte de suspensie* (fig.5.15). Ţinându-se seama de sarcina statică *W* a sistemului, fiecărui reazem îi revine

$$P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = W/4 . \tag{5.29}$$

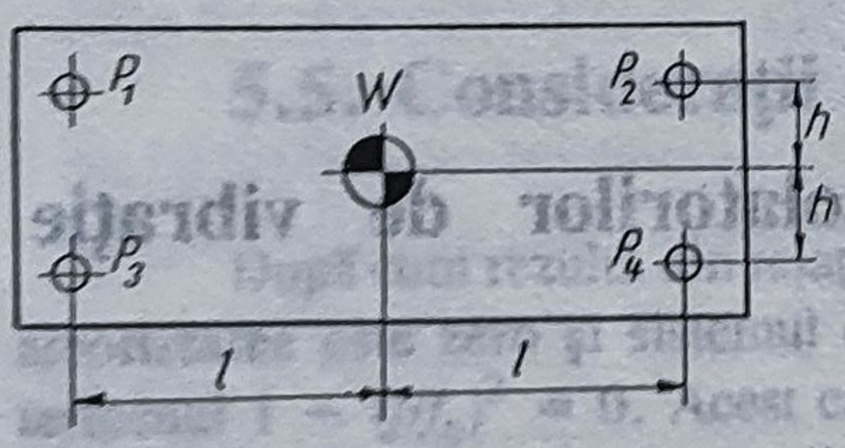


Fig.5.15

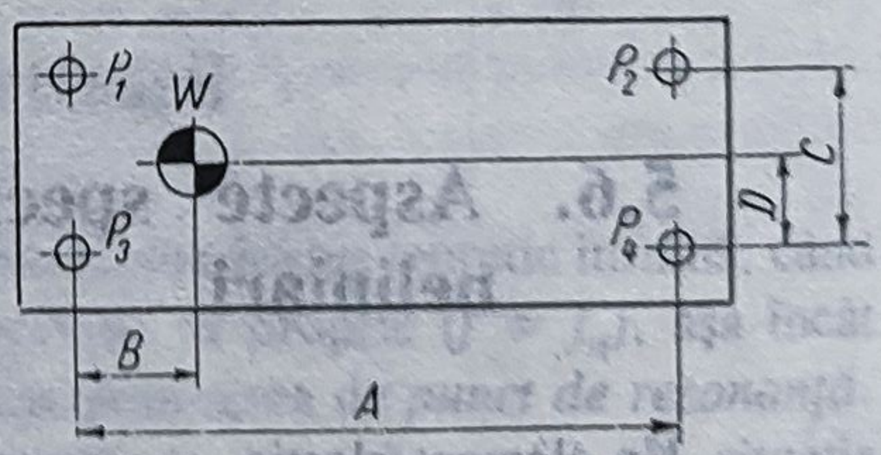


Fig.5.16

Cazul b

În figura 5.16 este ilustrat, schematic, un sistem sprijinit, de asemenea, *în patru puncte, dar la care centrul de masă nu coincide cu centrul geometric*. Încărcarea statică pentru fiecare din punctele de reazem este

$$P_1 = (B \cdot D \cdot W)/(A \cdot C);\ P_2 = [(A - B) \cdot D \cdot W]/(A \cdot C);\ P_3 = [(C - D) \cdot B \cdot W]/(A \cdot C);$$
$$P_4 = [(A - B) \cdot (C - D) \cdot W]/(A \cdot C). \quad (5.30)$$

Cazul c

Un sistem sprijinit în şase puncte: P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 şi P_6 (fig.5.17) şi simetric după un plan, prezintă centrul de masă diferit de centrul geometric. Într-un astfel de sistem, *perechile de puncte în diagonală vor fi egal încărcate*. Sarcinile statice rezultă din relaţiile

$$(P_1 + P_6) = (P_4 + P_3) = W/3 \quad (5.31)$$

şi

$$(P_1 + P_2 + P_3) = (P_4 + P_5 + P_6) = W/2, \quad (5.32)$$

de unde:

$$P_1 = P_4 = [(2C - 3A + D)W]/(6C), \quad (5.33)$$

$$P_3 = P_6 = [(3A - D)W]/(6C), \quad (5.34)$$

$$P_2 = P_5 = W/3, \quad (5.35)$$

şi

$$P_2 + P_5 = W/6. \quad (5.36)$$

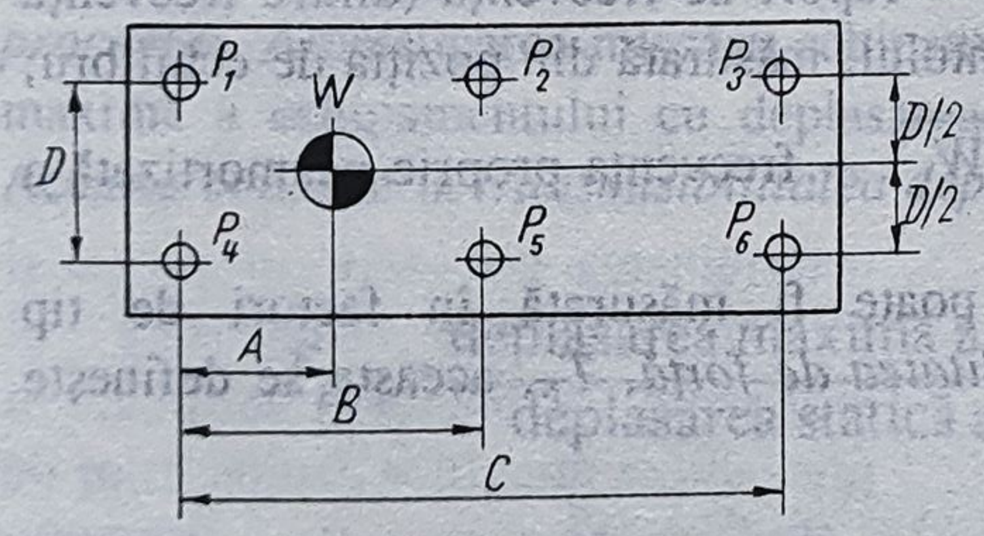


Fig.5.17

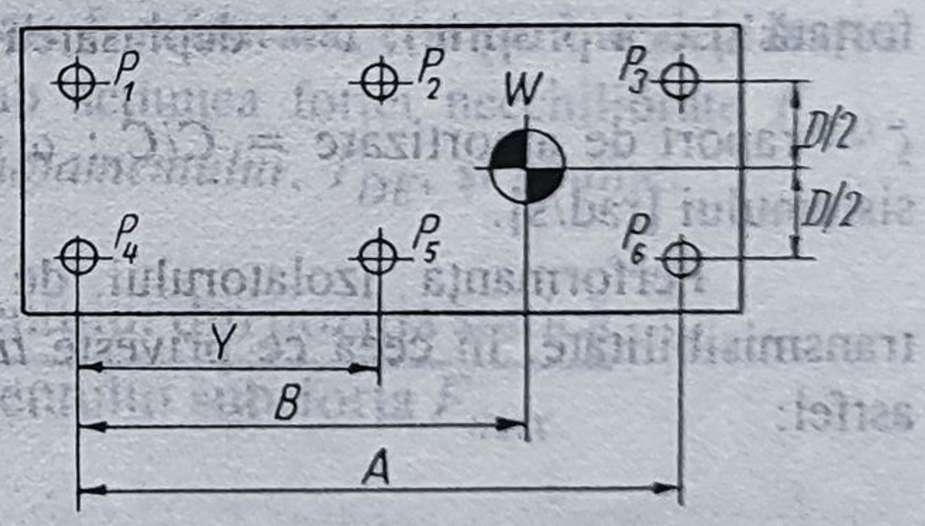


Fig.5.18

Cazul d

În figura 5.18 se prezintă o configuraţie în care *cei şase izolatori sunt egal încărcaţi*, dar la care *poziţia izolatorilor intermediari*, P_2 şi P_5, *trebuie să fie determinată*.

Pe baza ipotezei de încărcare a punctelor de sprijin rezultă

$$P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = P_5 = P_6 = W/6. \quad (5.37)$$

Apoi, corespunzător figurii 5.18, se deduce

$$(W/3)\cdot Y = W\cdot B - [(W\cdot A)/3] \text{ sau } Y = 3B - A. \tag{5.38}$$

5.9. Analiza vibrației mecanice a izolatorului de vibrație fundamental și a configurațiilor izolatorului de șoc

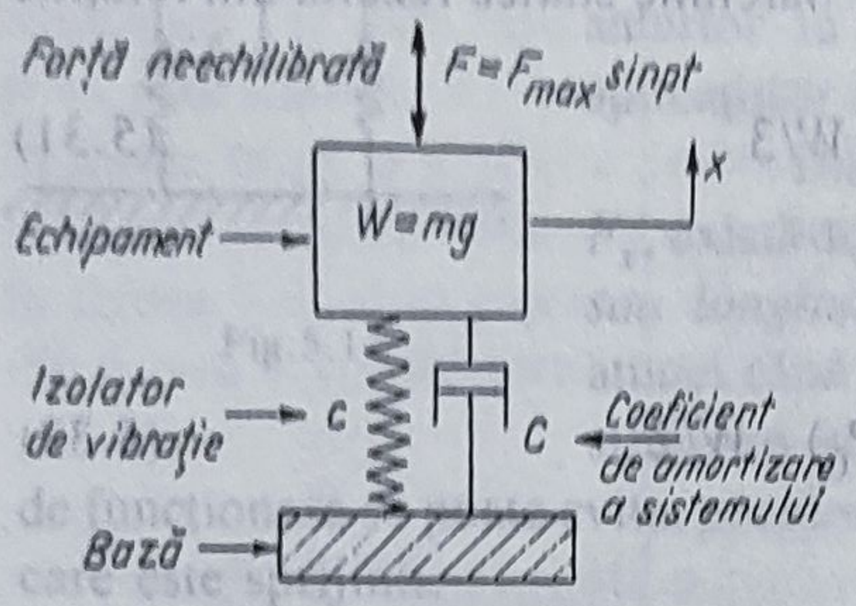


Fig.5.19

Proiectarea unui izolator de vibrație sau a unui izolator de șoc implică un calcul al transmiterii forței sau mișcării de la echipament la fundație și viceversa. În scopul ușurării acestui calcul s-a admis că multe sisteme mecanice pot fi reprezentate prin *modele matematice suficient de simple*. Odată ce aceste modele au fost analizate, rezultatele au putut fi tabelate și utilizate cu minimum de efort. Astfel, s-au selectat diverse modele matematice ale unor sisteme vibratoare, care se consideră a fi aplicabile unui mare număr de *probleme de vibrație-izolație* întâlnite în industrie. Rezultatele de bază s-au centralizat pentru fiecare caz. Ca atare, în continuare se vor expune *probleme rezolvate* care ilustrează aplicarea cazurilor tratate la proiectarea izolatorilor de vibrație.

Cazul A. *Forță sinusoidală neechilibrată acționând asupra unui echipament*. Se consideră, schematic, modelul matematic (fig.5.19)

Semnificațiile notațiilor din figura 5.19 și ale celor utilizate în desfășurarea calculului sunt următoarele: $W = m \cdot g$ — sarcina echipamentului; c — constanta elastică a izolatorului de vibrație; C — coeficient de amortizare al sistemului; p — frecvența forței aplicate [rad/s]; g — accelerația gravitației; p/ω — raport de frecvență (dintre frecvența forțată și cea proprie); x — deplasarea echipamentului, măsurată din poziția de echilibru; ζ — raport de amortizare $= C/C_c$; $\omega = \sqrt{(c\cdot g)/W}$ — frecvența proprie neamortizată a sistemului [rad/s].

Performanța izolatorului de vibrație poate fi măsurată în factori de tip transmisibilitate. În ceea ce privește *transmisibilitatea de forță*, T_F, aceasta se definește astfel:

$$T_F = \frac{\text{forța maximă transmisă de bază}}{\text{forța neechilibrată maximă ce acționează asupra echipamentului}}.$$

Ținându-se seama de relația (5.21) și de notațiile anterioare, expresia transmisibilității de forță devine

$$T_F = \sqrt{[1 + (2\zeta\cdot p/\omega)^2]/\{[1 - (p/\omega)^2]^2 + (2\zeta\cdot p/\omega)^2\}}\ . \tag{5.39}$$

Condiția $p/\omega = 1$ este cunoscută ca fiind rezonanța când $\zeta = 0$.

În figura 5.20 este reprezentată nomograma lui T_F corespunzător relaţiei (5.39), în funcţie de $0 \leq p_N/f'n \leq 5$, pentru diferite valori ale raportului de amortizare ζ. Mărimile lui p_N şi f'_n sunt exprimate în cicluri/min.

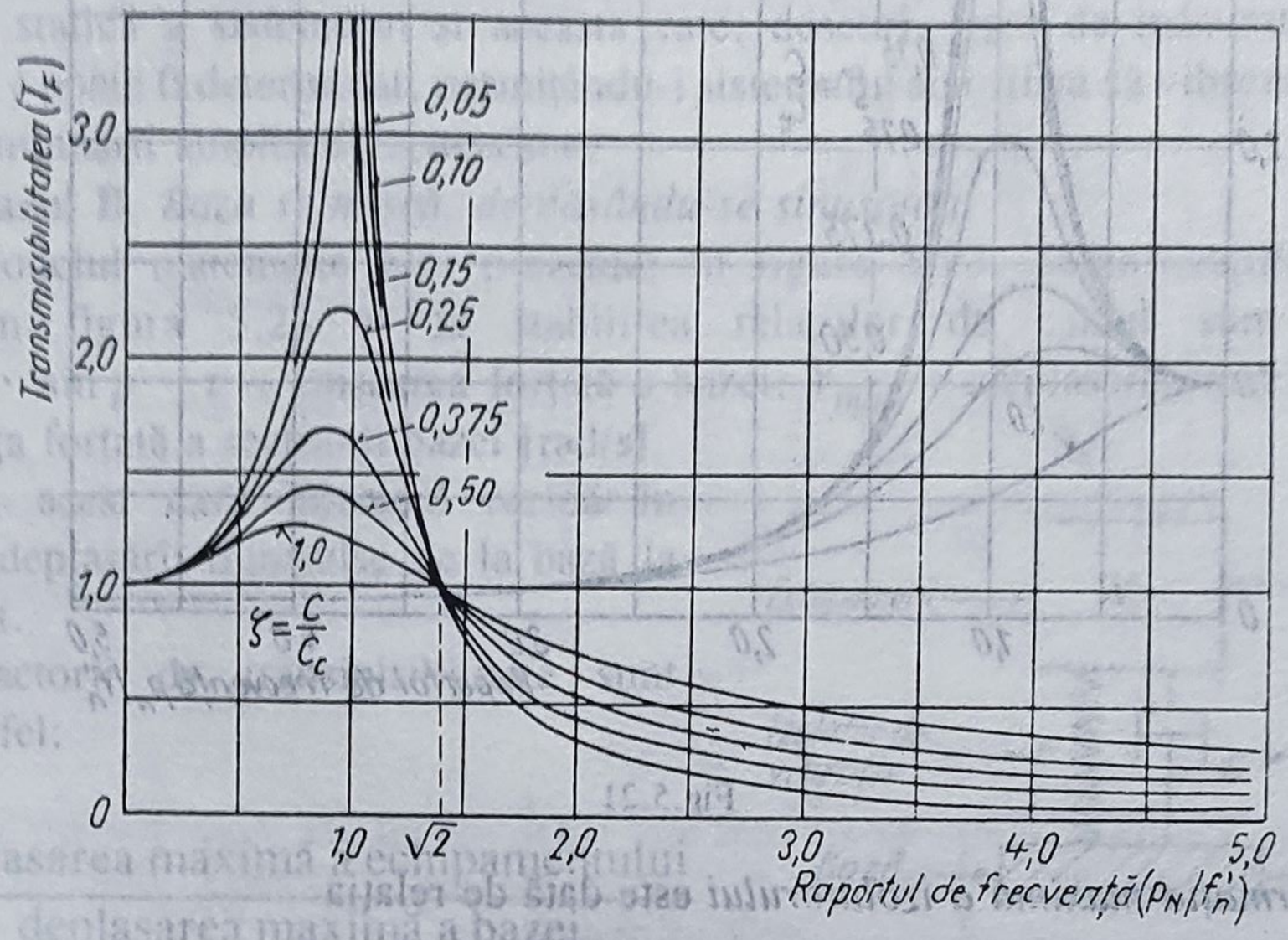


Fig.5.20

Dacă *raportul de amortizare este mai mic decât 0,1 (10%)*, se obţine, totuşi, o valoare a lui T_F foarte aproape de cea maximă, când $p/\omega = 1$. Mărimea lui T_F este sub 1, numai când p/ω este mai mare decât $\sqrt{2}$.

Cantitatea $(1 - T_F)$ este denumită, uneori, *izolaţie* şi se exprimă sub formă de *procentaj*. Amplificarea mişcării echipamentului poate fi măsurată, comparând deplasarea maximă a echipamentului cu deplasarea statică sub acţiunea forţei neechilibrate F_{max}. Aceasta conduce la *transmisibilitatea deplasării echipamentului*, T_{DE}, şi anume:

$$T_{DE} = \frac{\text{deplasarea maximă a echipamentului din pozitia statică}}{\text{deplasarea statică a echipamentului sub forţa } F_{max}}$$

a cărei relaţie, prin similitudine, devine

$$T_{DE} = 1/\sqrt{[1-(p/\omega)^2]^2 + (2\zeta \cdot p/\omega)^2}. \qquad (5.40)$$

În figura 5.21 este prezentată *nomograma lui* T_{DE}, corespunzător relaţiei (5.40), în funcţie de $0 \leq p_N/f'_n \leq 5$, pentru diferite valori ale raportului de amortizare ζ. Mărimile lui p_N şi f'_n sunt exprimate în cicluri/min.

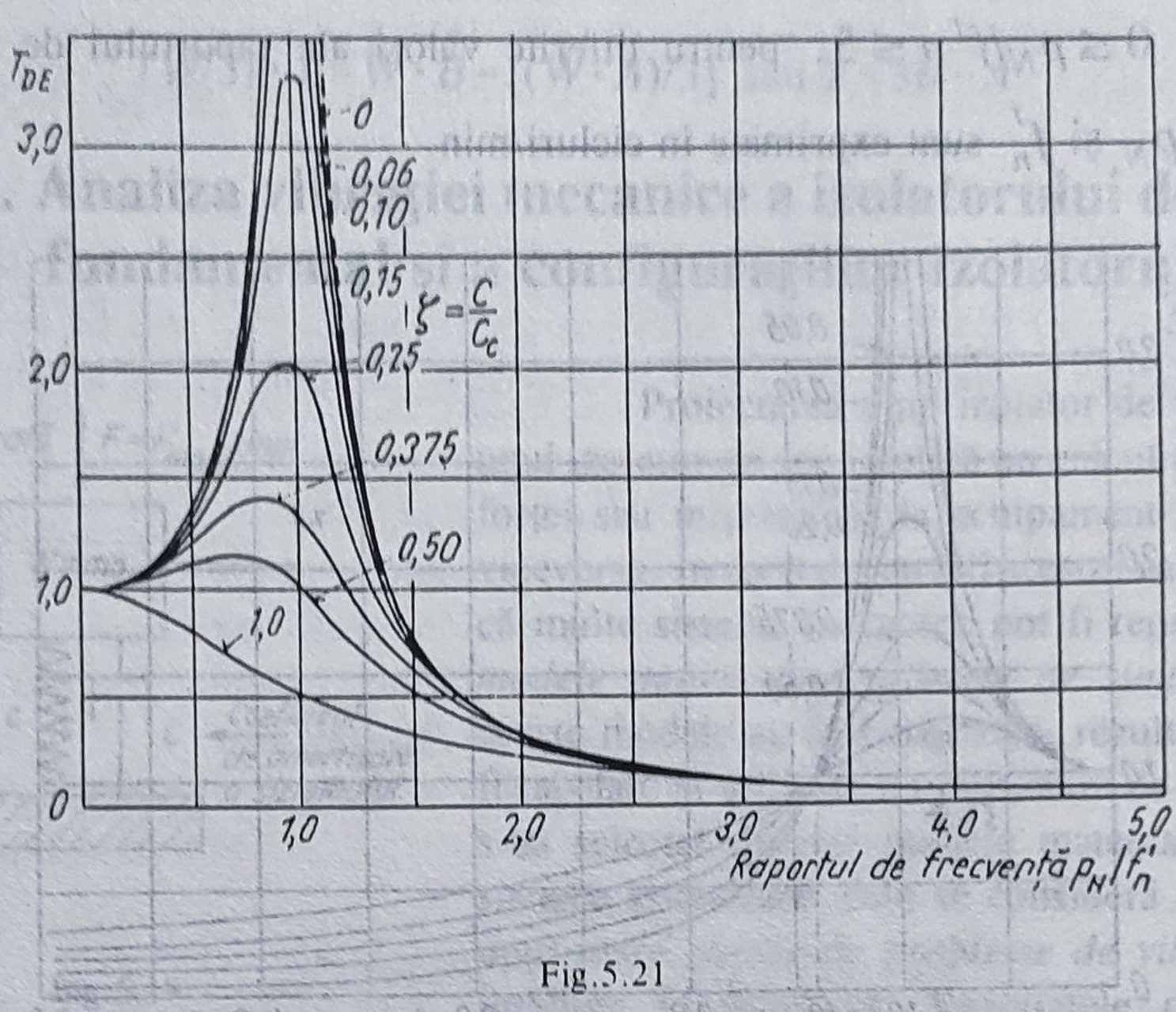


Fig.5.21

Deformația maximă a izolatorului este dată de relația

$$F_{max} \cdot T_{DE}/c. \tag{5.41}$$

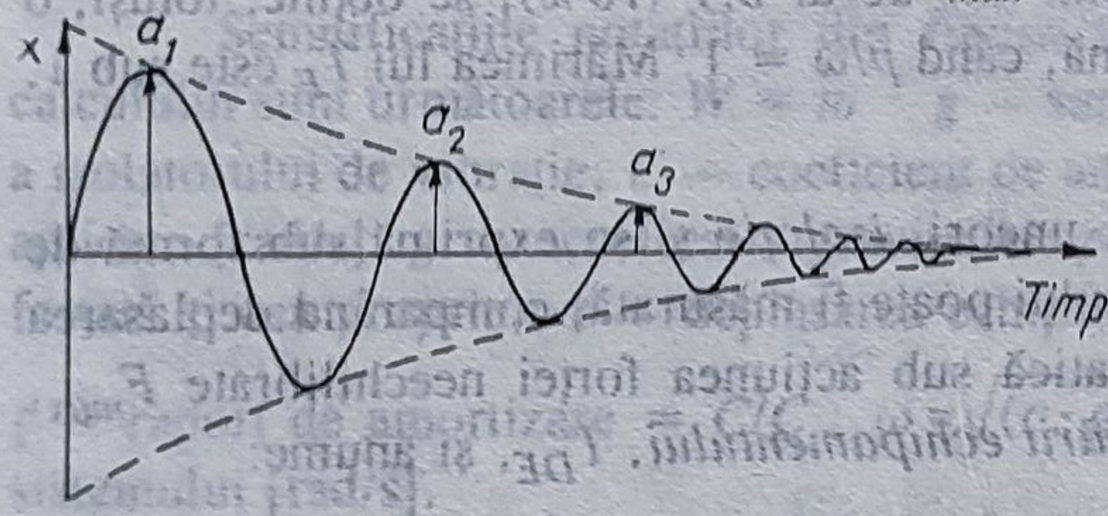


Fig.5.22

Figura 5.22 ilustrează *curba deplasare-timp a unei vibrații libere, amortizate, cu amplitudini succesive* (a_1, a_2, a_3,...).

Relațiile utile pentru determinarea frecvenței proprii ω și a raportului de amortizare al sistemului ζ impun stabilirea, în prealabil, a notațiilor parametrilor de calcul necesari, și anume: x_{st} — deformația statică a elementului elastic; Ω — frecvența proprie a sistemului cu amortizare [rad/s]; f_n' — frecvența proprie a sistemului fără amortizare [cicluri/min]; a_n — a n-a amplitudine maximă a deplasării, iar x — a echipamentului (de aceeași parte a poziției principale).

Expresiile parametrilor de calcul sunt

$$x_{st} = W/c\,,\ f_n' = \sqrt{g/x_{st}}\,/(2\pi) \text{ și } \Omega = \omega\sqrt{1-\zeta^2}\,. \tag{5.42}$$

Ca atare, relațiile lui ω și ζ devin

$$\omega = \sqrt{(c \cdot g)/W} \quad [\text{rad/s}] \tag{5.43}$$

şi

$$\zeta \approx [a_n - (a_n + 1)]/(2\pi \cdot a_n) \text{ când } \zeta \text{ este mic, adică } \zeta < 0{,}05. \tag{5.44}$$

Expresia lui f_n' atestă că frecvenţa proprie neamortizată depinde numai de deformaţia statică a sistemului şi aceasta este, deseori, uşor de măsurat. *Raportul de amortizare* ζ poate fi determinat, permiţându-i sistemului amortizat să vibreze şi stabilindu-i raportul diminuării amplitudinii maxime.

Cazul B. *Baza se mişcă, deplasându-se sinusoidal.*

Modelul matematic este prezentat în figura 5.23. Semnificaţiile altor notaţii utilizate în figura 5.23 şi la stabilirea relaţiilor de calcul sunt următoarele: $y = Y_{max} \cdot \sin p \cdot t$ — mişcarea forţată a bazei; Y_{max} — deplasarea maximă a bazei; p — frecvenţa forţată a secţiunii bazei [rad/s].

În acest caz, interesul rezidă în reducerea deplasării transmise de la bază la echipament.

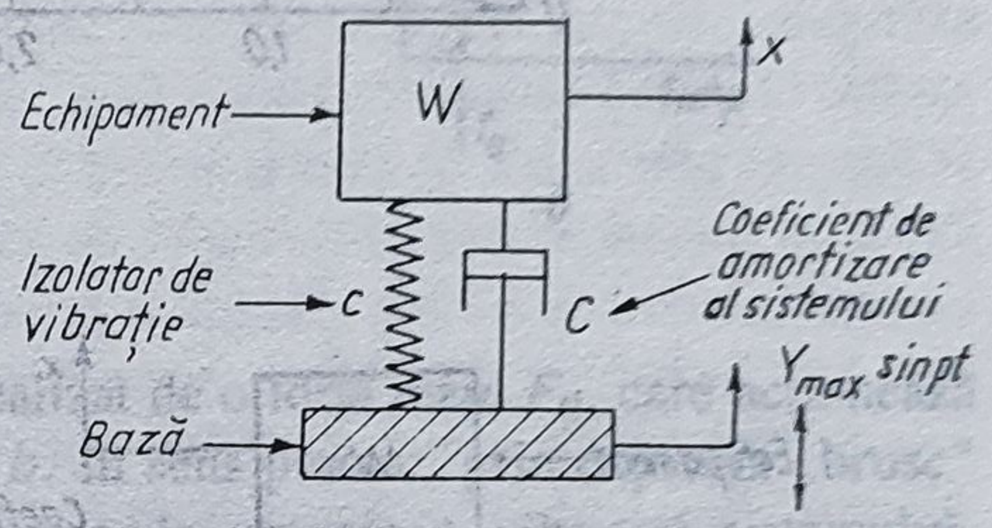


Fig.5.23

Factorii de transmisibilitate sunt definiţi astfel:

$$T_D = \frac{\text{deplasarea maximă a echipamentului}}{\text{deplasarea maximă a bazei}}$$

şi

$$T_{DI} = \frac{\text{deformaţia maximă a izolatorului de vibraţie}}{\text{deplasarea maximă a bazei}}.$$

T_D are valoarea numerică egală cu cea a lui T_F, având relaţia (5.39).

Similar **cazului A**, se deduce relaţia lui T_{DI}, şi anume:

$$T_{DI} = (p/\omega)^2 / \sqrt{[1 - (p/\omega)^2]^2 + (2\zeta \cdot p/\omega)^2}, \tag{5.45}$$

deci:

$$T_{DI} = (p/\omega)^2 \cdot T_{DE}. \tag{5.46}$$

Când raportul de amortizare este mai mic decât circa 0,1, forţa maximă transmisă echipamentului este foarte apropiată de $c \cdot T_{DI} \cdot Y_{max}$.

În figura 5.24 este ilustrată *nomograma lui* T_{DI}, corespunzător relaţiei (5.45), în funcţie de $0 \leq p/\omega \leq 5$, pentru diferite valori ale raportului de amortizare ζ.

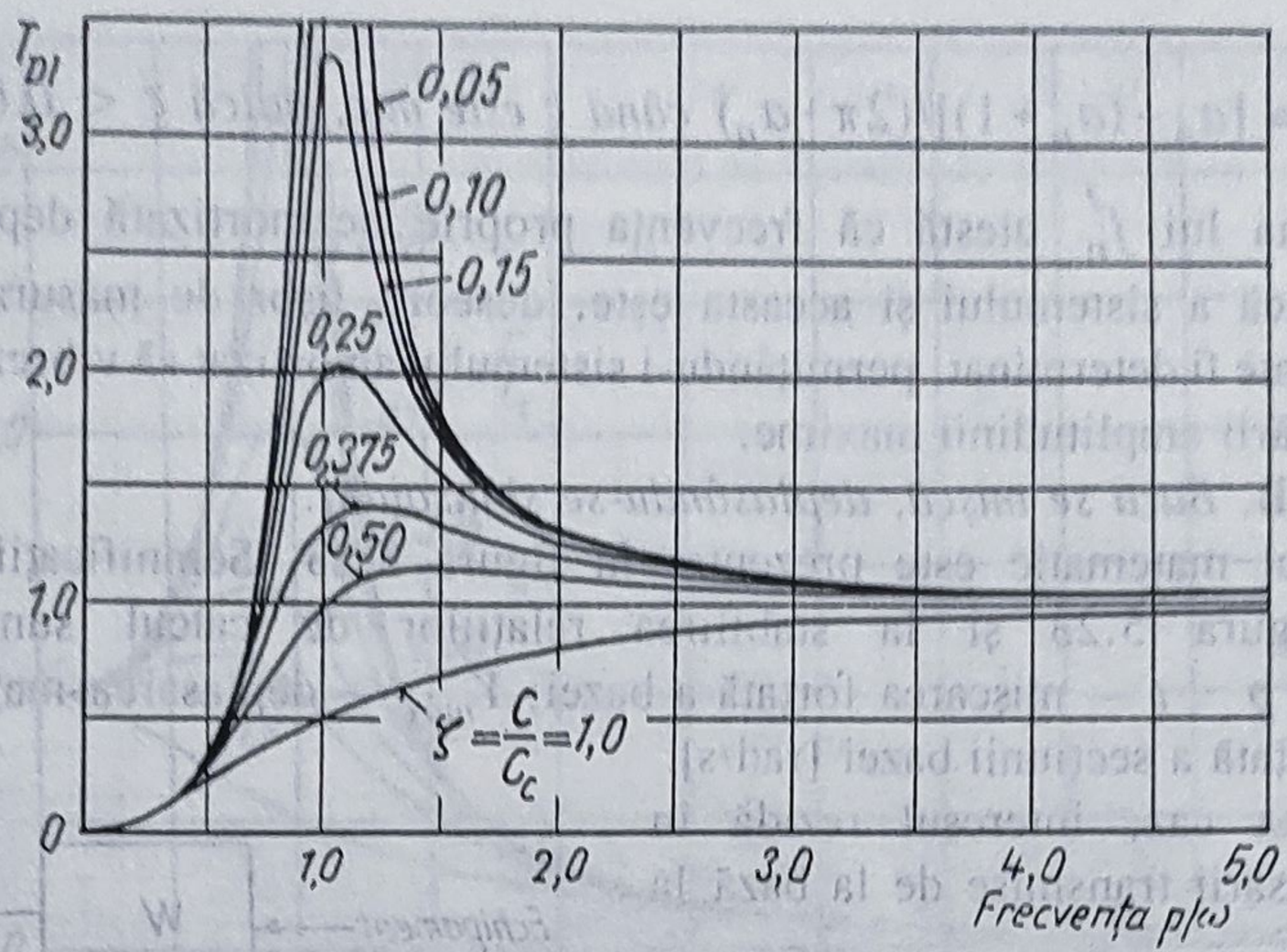


Fig.5.24

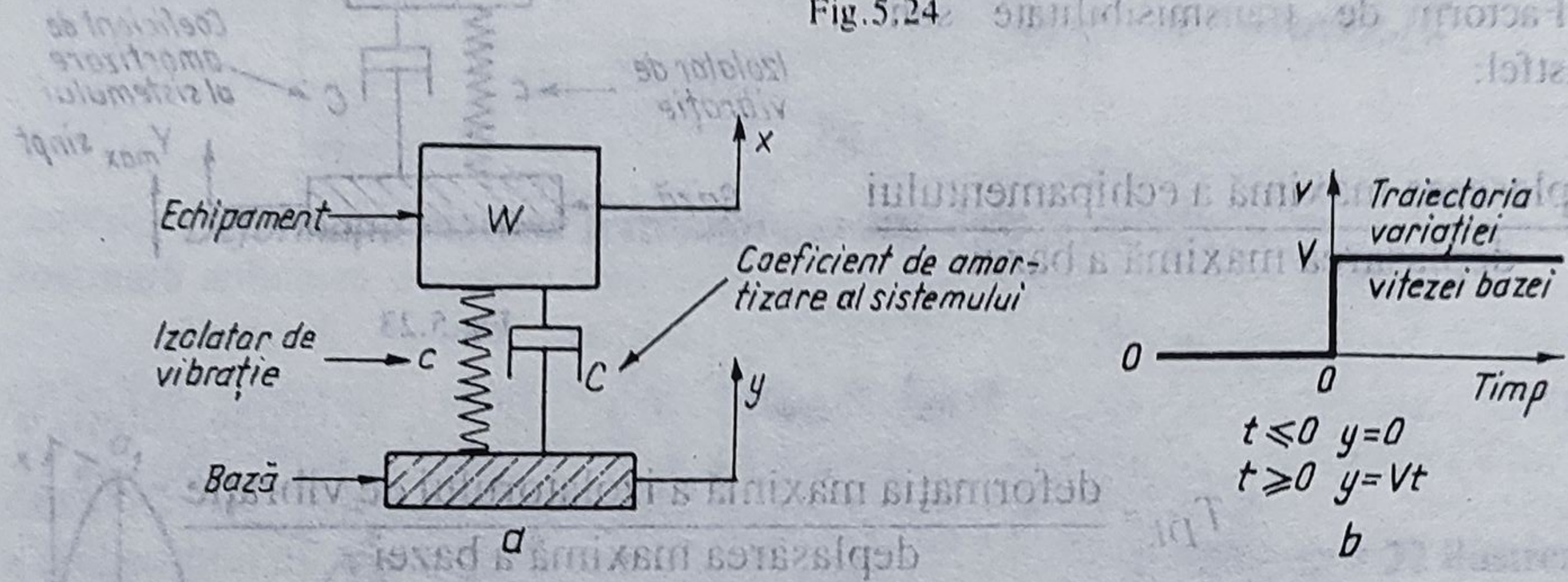


Fig.5.25

Cazul C. *Mișcarea cu șoc a bazei (Baza este oprită brusc sau bazei i se imprimă brusc o viteză).*

În figura 5.25 este dată schema modelului matematic al sistemului (*a*) și traiectoria variației vitezei bazei (*b*). Notațiile noi utilizate în figura 5.25 au semnificațiile următoare: y — deplasarea bazei; t — timp.

Acest caz este aplicabil echipamentelor care cad de la înălțime sau a celor care capătă o viteză bruscă (fig.5.25, *b*).

Fie: V — variația bruscă a vitezei bazei; d_{max} — deformația maximă a izolatorului, măsurată din poziția de echilibru; d_{st} — deformația statică a izolatorului $= W/c$; a_{max} — accelerația maximă a echipamentului.

Când $0 \leq \zeta \leq 0,2$, consecința este următoarea relație aproximativ exactă :

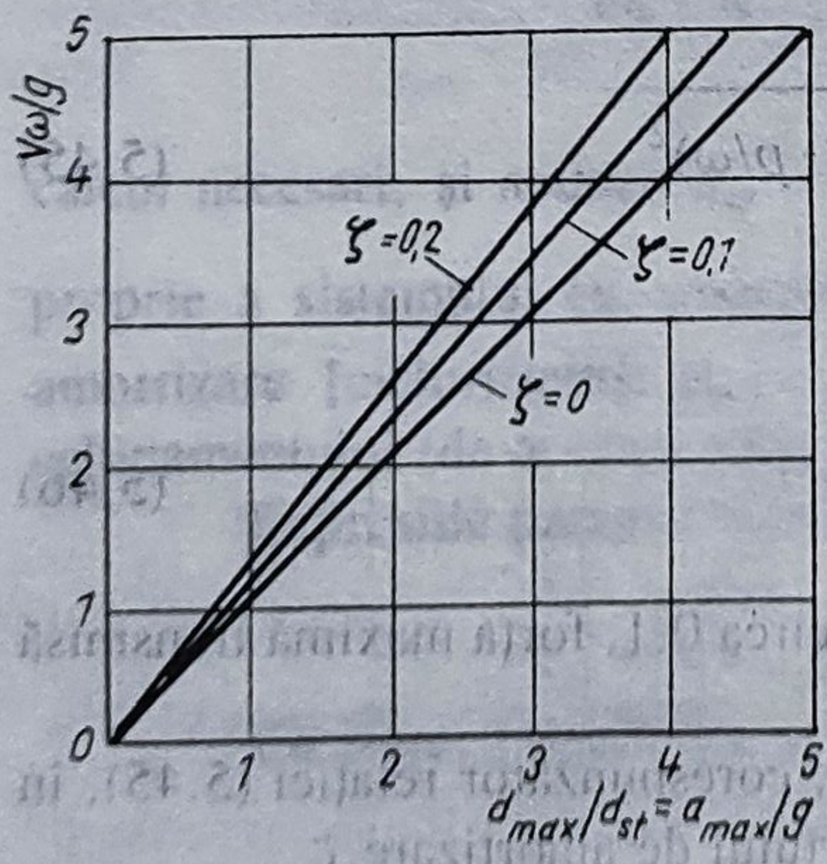


Fig.5.26

$$d_{max}/d_{st} = a_{max}/g \approx [V \cdot \omega(1-\zeta)]/g\,. \tag{5.47}$$

Figura 5.26 ilustrează nomograma lui $(V \cdot \omega)/g$, corespunzător relaţiei (5.47), în funcţie de $d_{max}/d_{st} = a_{max}/g$, pentru diferite valori ale raportului de amortizare ζ.

Cazul D. *Impact brusc al echipamentului*

Figura 5.27 ilustrează modelul matematic al cazului tratat, în care notaţiile au aceleaşi semnificaţii.

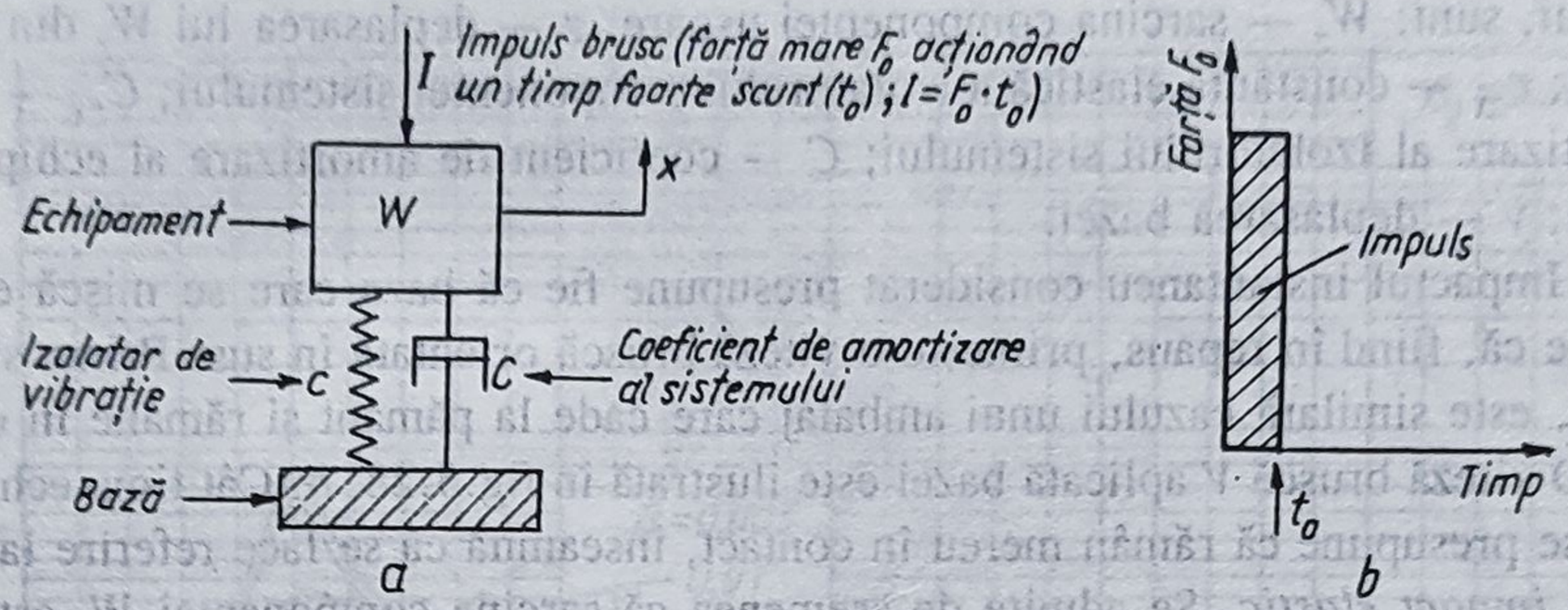


Fig. 5.27

Un *impact brusc* sau un *şoc scurt* este realizat de o forţă mare F_0, care acţionează o perioadă de timp scurtă (t_0) ca în figura 5.27, *b*. În sens practic, prin expresia „brusc" se înţelege că t_0 este mic în comparaţie cu perioada proprie a vibraţiei sistemului. *Impulsul I* este definit ca aria de sub curba forţă-timp, astfel:

$$I = F_0 \cdot t_0 \tag{5.48}$$

şi rezultă în situaţia unei *scăderi brusce a vitezei V a echipamentului*, a cărei valoare este dată de relaţia

$$V = (I \cdot g)W. \tag{5.49}$$

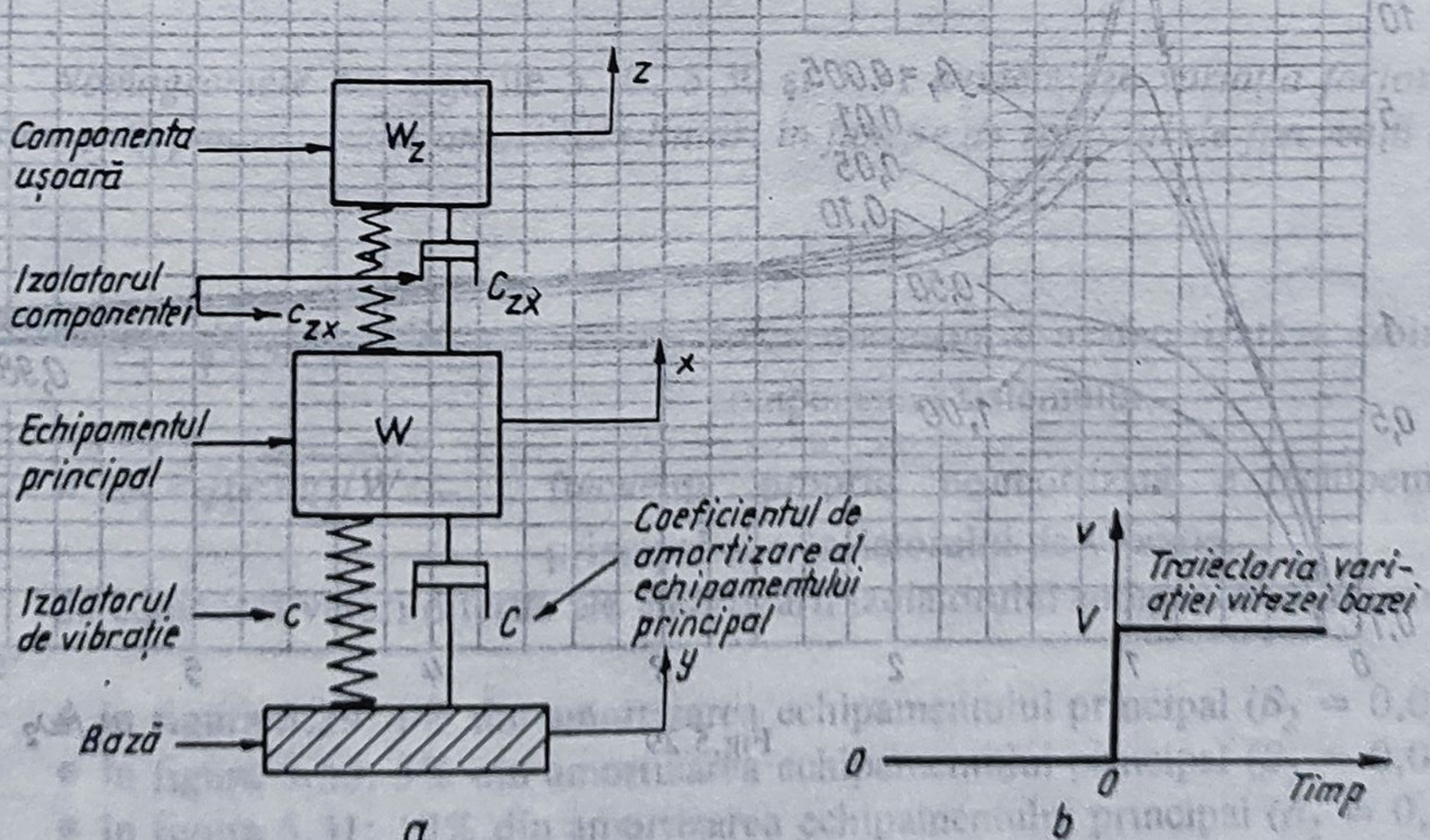


Fig.5.28

Deformaţia maximă a izolatorului d_{max} şi *acceleraţia maximă a echipamentului* a_{max} se pot calcula prin înlocuirea lui V în relaţia (5.47) din **cazul C**.

Cazul E. *Impact brusc (schimbarea vitezei bazei) cu echipament care conţine o componentă elastică.*

Semnificaţiile notaţiilor noi din figura 5.28, care prezintă modelul matematic al sistemului, sunt: W_z — sarcina componentei uşoare; z — deplasarea lui W_z din poziţia de echilibru; c_{zx} — constanta elastică a izolatorului componentei sistemului; C_{zx} — coeficient de amortizare al izolatorului sistemului; C — coeficient de amortizare al echipamentului principal; y — deplasarea bazei.

Impactul instantaneu considerat presupune fie că baza care se mişcă este oprită brusc, fie că, fiind în repaus, primeşte o viteză bruscă orientată în sus. Prima situaţie, de exemplu, este similară cazului unui ambalaj care cade la pământ şi rămâne în contact cu acesta. O viteză bruscă V aplicată bazei este ilustrată în fig.5.28, *b*. Cât timp echipamentul şi baza se presupune că rămân mereu în contact, înseamnă că se face referire la acest caz ca la un *impact elastic*. Se admite de asemenea că sarcina componentei W_z este mică în comparaţie cu cea a echipamentului principal W.

Avându-se în vedere această ipoteză, se pot neglija forţele exercitate asupra echipamentului principal de către izolatorul componentei sistemului (dar nu şi invers). Aceasta înseamnă că sistemul *bază-izolator-echipament principal* este identic cu cel din **cazul C**.

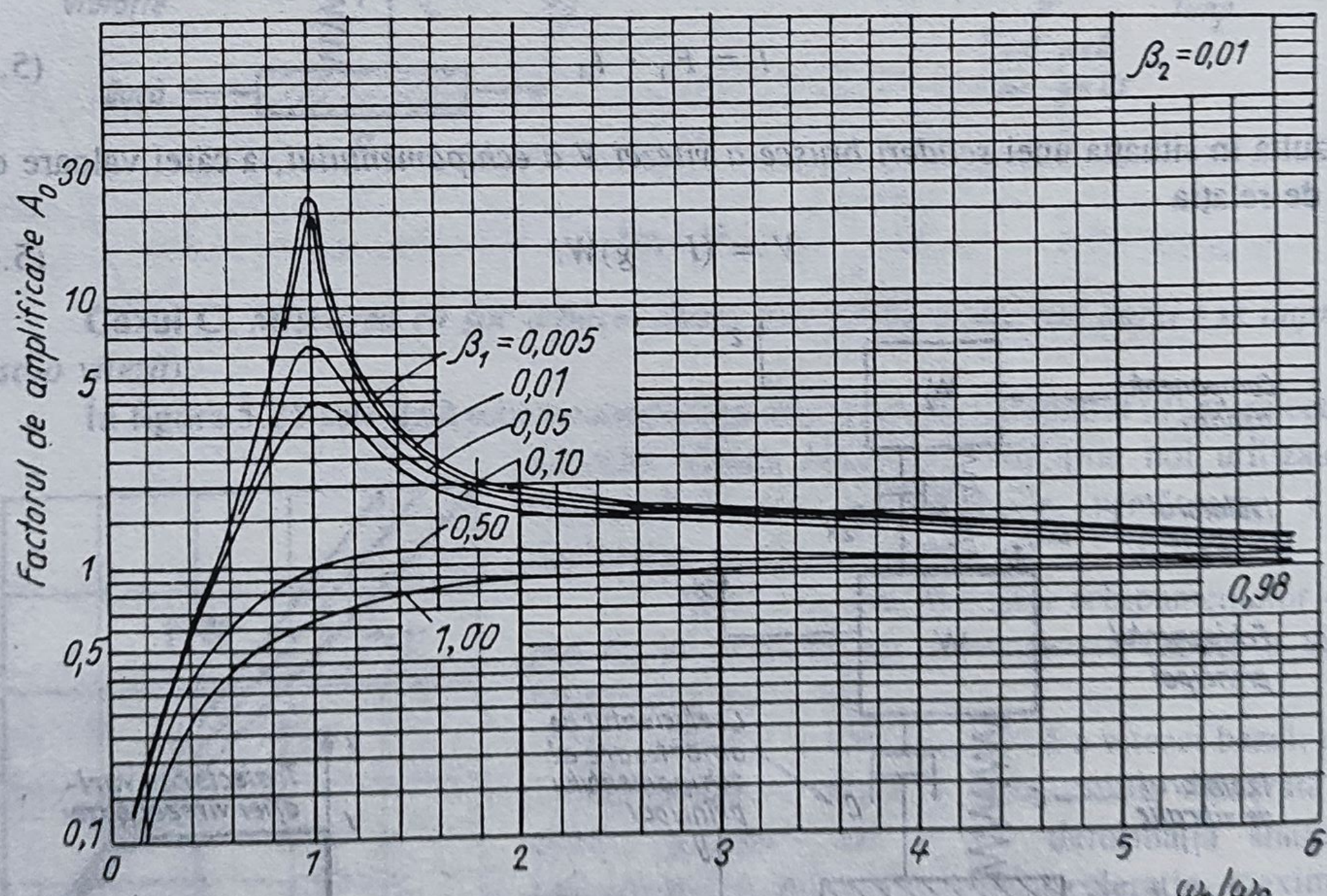


Fig.5.29

Atunci când **cazul E** reprezintă un sistem care cade de la *înălţimea h* la pământ, viteza V este dată de relaţia

$$V = \sqrt{2gh} \ . \tag{5.50}$$

Factorul de amplificare A_0 este definit [19], astfel:

$$A_0 = \frac{(z-x)_{max}}{\omega_2 \cdot V} \omega_1^2 . \tag{5.51}$$

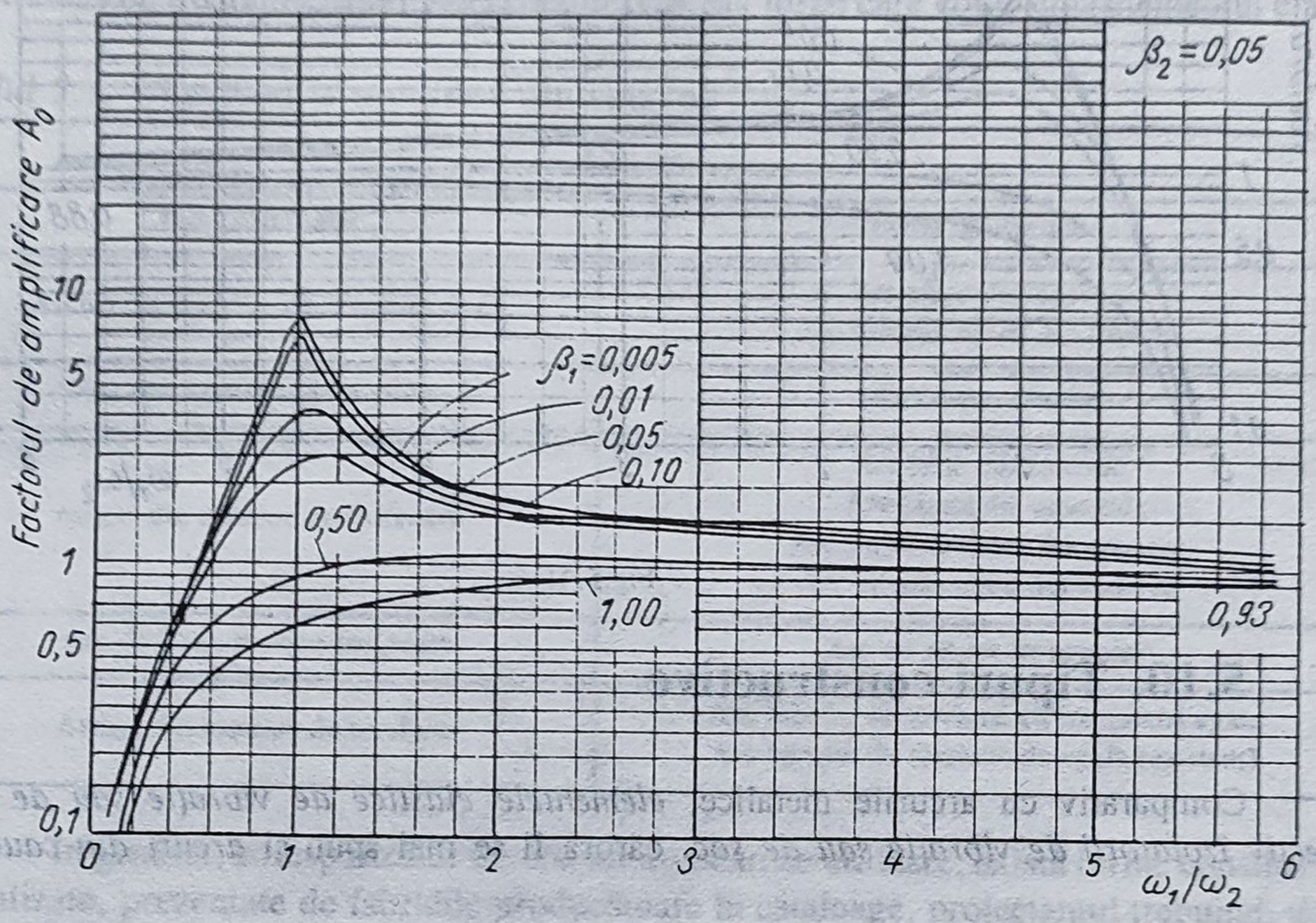


Fig.5.30

Nomogramele din figurile 5.29, 5.30 şi 5.31 evidenţiază *variaţia factorului de amplificare A_0 pentru şocuri amortizate liniar, în funcţie de raportul de frecvenţă ω_1/ω_2*,

unde:

- $\omega_1 = \sqrt{(c_{zx} \cdot g)/W_z}$ — frecvenţa proprie neamortizată a izolatorului componentei sistemului;
- $\omega_2 = \sqrt{(c \cdot g)/W}$ — frecvenţa proprie neamortizată a echipamentului principal şi a izolatorului de vibraţie.

Se consideră valori diferite ale amortizării izolatorului componentei sistemului, şi anume:

- în figura 5.29: 1% din amortizarea echipamentului principal ($\beta_2 = 0,01$);
- în figura 5.30: 5% din amortizarea echipamentului principal ($\beta_2 = 0,05$);
- în figura 5.31: 10% din amortizarea echipamentului principal ($\beta_2 = 0,10$).

Câteodată, impactul respectiv poate fi *elastic*. În acest caz, adesea, se procedează la realizarea proiectării izolatorului în *ipoteza impactului neelastic*.

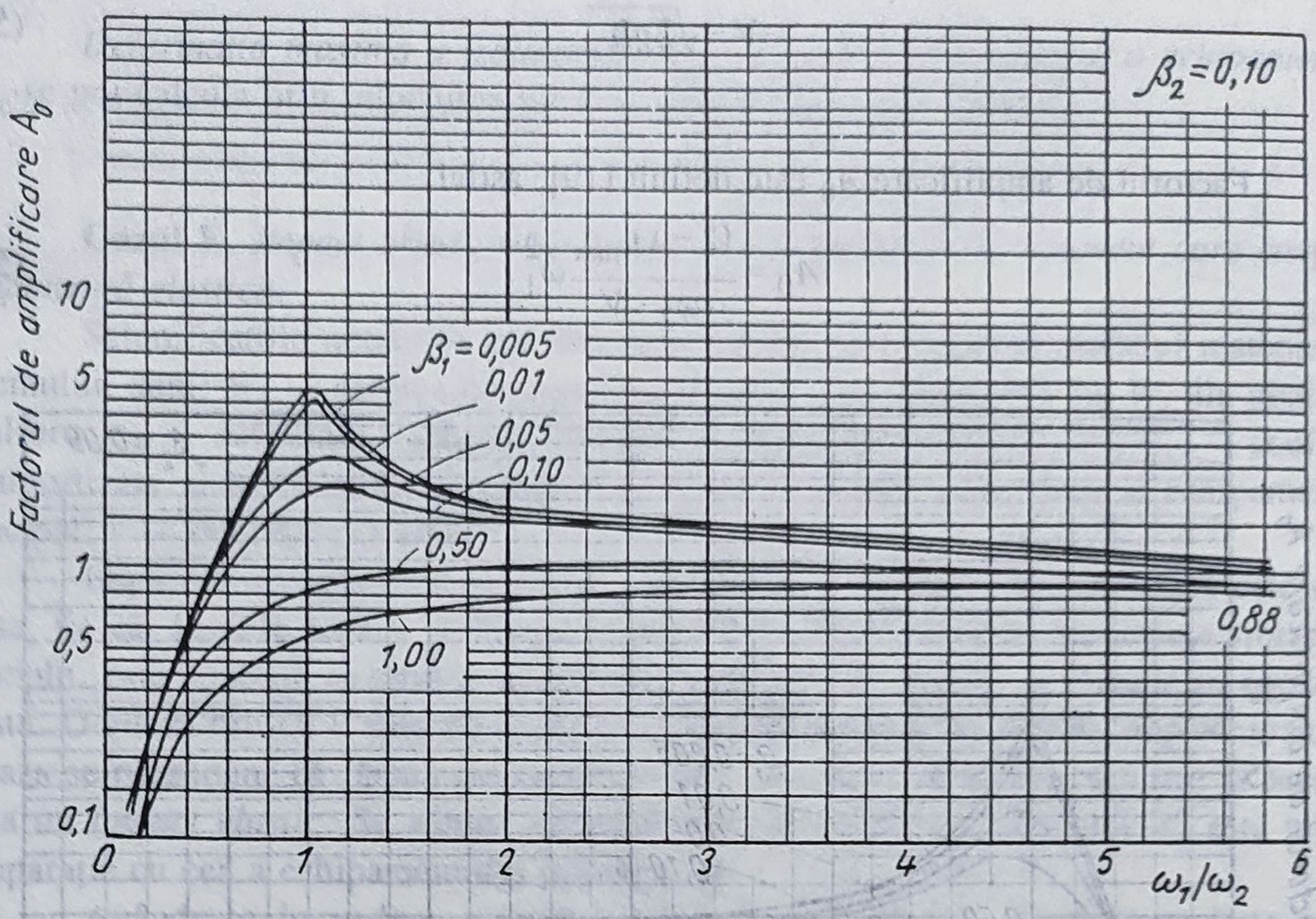


Fig.5.31

5.10. Tipuri constructive

Comparativ cu arcurile metalice, *elementele elastice de vibraţie sau de şoc, respectiv izolatorii de vibraţie sau de şoc*, cărora li se mai spun şi *arcuri din cauciuc*,

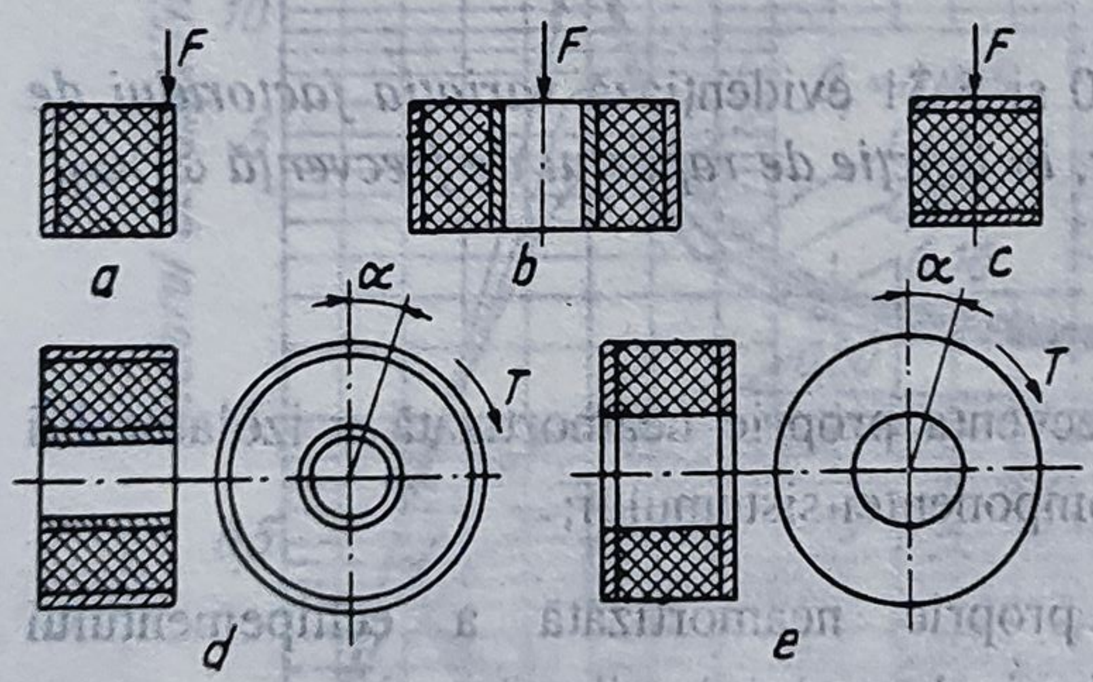


Fig.5.32

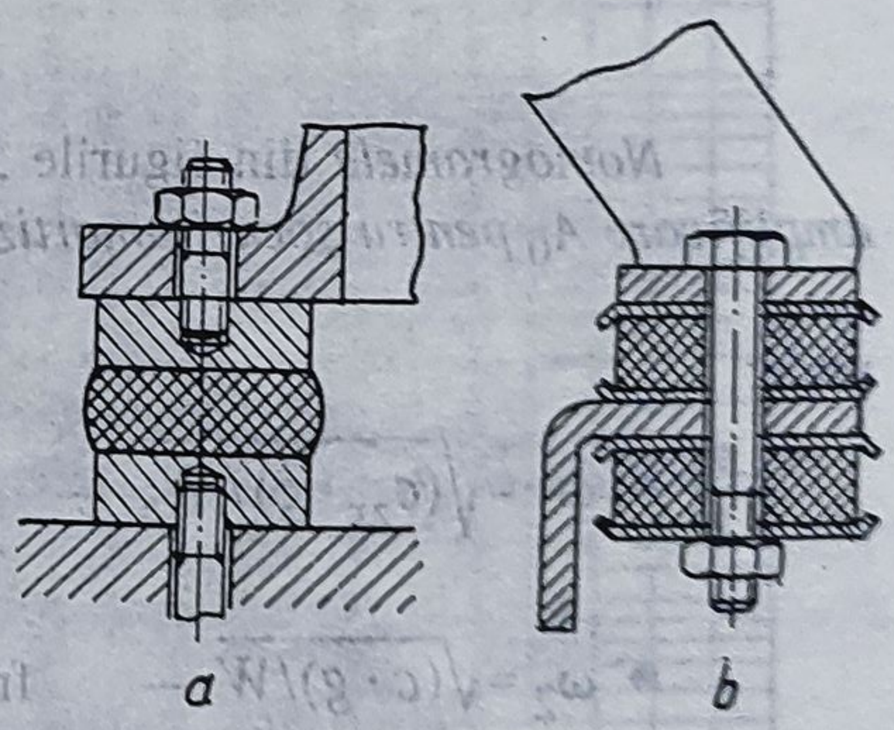


Fig.5.33

prezintă avantajele următoare: formă constructivă simplă, greutate redusă, întreţinere în exploatare uşoară sau de loc, capacitate mare de disipare a energiei, proiectare cu caracteristică neliniară, montaj uşor şi rezilienţă mare.

Din punct de vedere constructiv, elementele elastice de vibraţie sau de şoc se execută din *blocuri* sau *tuburi din cauciuc cu profiluri variate*, în raport de cerinţe, *armate*

cu plăci, *tuburi* sau *inele metalice*, astfel încât să rezulte tipurile constructive necesare în diverse aplicaţii. Secţiuni ale formelor de bază ale elementelor elastice de vibraţie sau de şoc sunt expuse în figura 5.32.

În România, clasificarea arcurilor din cauciuc, în raport cu felul solicitării căreia îi sunt consacrate şi după configuraţia lor, conform standardului în vigoare, este dată în tabelul 5.1.

Exemple de arcuri din cauciuc solicitate la compresiune şi folosite la fixarea instalaţiilor şi aparatelor sunt indicate în figura 5.33. De remarcat este, în special, posibilitatea de liberă îngroşare laterală sub acţiunea forţei care comprimă elementul elastic.

Tabelul 5.1. **Clasificarea arcurilor din cauciuc**

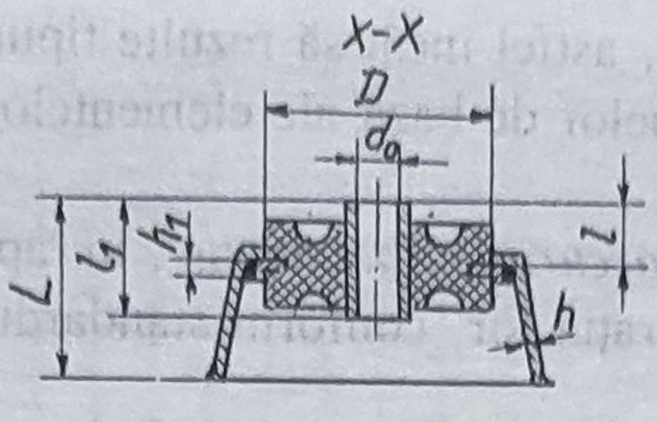
Criteriul:	
felul solicitării	**forma constructivă**
Arcuri din cauciuc de compresiune	Arc-placă din cauciuc Arc tubular radial din cauciuc
Arc din cauciuc de întindere	Cablu din cauciuc
Arcuri din cauciuc de forfecare	Arc-bloc din cauciuc Arc-punte din cauciuc Arc-punte divizată din cauciuc Arc tubular axial din cauciuc
Arc de compresiune-forfecare	Arc cu manta tronconică
Arcuri din cauciuc de torsiune	Arc tubular de torsiune cu manşoane egale Arc tubular de torsiune de egală rezistenţă

În general, corespunzător diverselor domenii de utilizare, există forme constructive normalizate, prezentate de fabricile producătoare în cataloage, proiectantul trebuind, doar, să aleagă tipodimensiunea potrivită pentru scopul urmărit. În figura 5.34 sunt ilustraţi diverşi izolatori de vibraţie sau de şoc din cauciuc, *tip Metalastik*, şi anume: A_1, A_2, A_3 — *izolatori inelari*; B_1, B_2, B_3 — *izolatori de tip tampon*; C — *izolator de tip U dublu*; D — *ultrabucşă elastică*; E_1, E_2 — *izolatori plaţi*; F_1, F_2, F_3 — *izolatori de vibraţie — Metacone*; G_1, G_2 — *bucşe elastice cu flanşă conice*; H — *cuplaj elastic*.

Fixarea şi izolarea vibraţiilor sau a şocurilor la instalaţiile şi aparatele de măsurare şi de control de mare precizie, cu greuatate redusă, cazul domeniului mecanicii fine, se pot realiza cu izolatori din cauciuc de tipul celor din tabelele 5.2, 5.3, 5.4 şi 5.5, în care sunt indicate caracteristicile mecanice şi principalele dimensiuni de gabarit. Aceştia se montează, astfel, încât să fie solicitaţi la compresiune şi la forfecare.

Tabelul 5.2. **Caracteristicile mecanice şi dimensiunile principale ale unor izolatori din cauciuc, tip Metalastik, Anglia**

Seria:	**Dimensiunile principale [mm]**													Sarcina statică [kgf]	Deformaţia statică [mm]
	D	d_0	d_1	d_2	L	L_1	l	h	h_1	A	B	A_1	B_1		
mică	25,4	4,2	3,6	3,6	19,8	10,3	6,7	0,6	0,8	42,9	34,9	31,75	25,4	1,81	1,6
medie	31,8	6,5	5,0	4,2	28,6	15,9	8,9	0,8	1,3	60,3	49,2	44,5	34,9	8,2	2,5



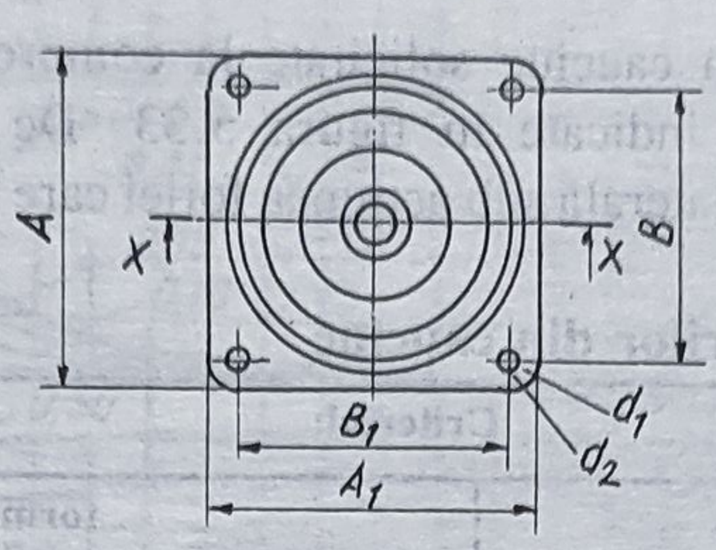
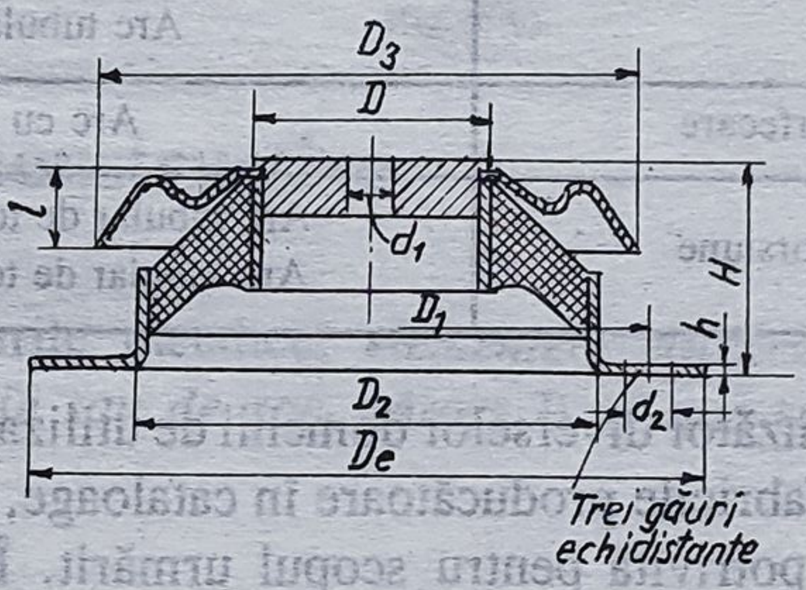


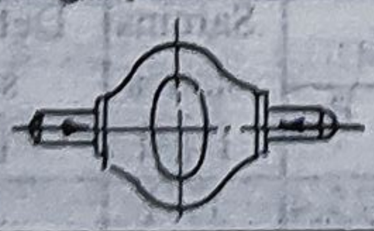
Fig.tab.5.2

Tabelul 5.3. **Dimensiunile principale ale unor izolatori din cauciuc, tip Metalastik, Anglia, pentru montarea aparaturii de măsurare**

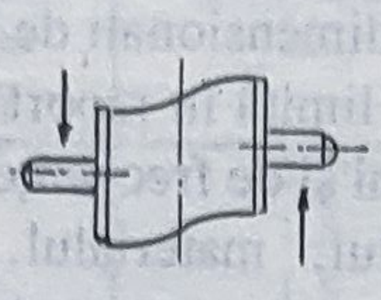
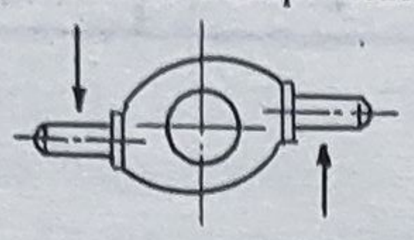


Tipul izolatorului din cauciuc	Dimensiunile principale [mm]				
	L	B	L_1	d	*l*
17/1 394	17,5	14,0	12,5	M_4	10
17/1 395	29,5	25,5	19,0	M_5	12
17/1 396	38,0	35,0	25,5	M_6	15

Tabelul 5.4. **Caracteristicile mecanice de bază ale izolatorilor din cauciuc, tip Metalastik, Anglia, pentru fixarea aparaturii de măsurare**

Schema	Tipul izolatorului din cauciuc	1MN45		1MN60	
		Sarcina maximă [kgf]	Deformația [mm]	Sarcina maximă [kgf]	Deformația [mm]
Sarcina tangențială de forfecare 	17/1 394	0,25	2,5	0,35	1,7
	17/1 395	0,8	5,0	1,5	4,0
	17/1 396	2,5	8,0	3,5	5,2

Tabelul 5.4. (continuare)

	Tipul izolatorului din cauciuc	1MN45		1MN60	
		Sarcina maximă [kgf]	Deformaţia [mm]	Sarcina maximă [kgf]	Deformaţia [mm]
Sarcina axială de forfecare 	17/1 394	0,4	1,5	0,5	1,0
	17/1 395	1.0	2,5	1,5	1,8
	17/1 396	3,0	5,0	4,5	3,5
Sarcina radială de compresiune 	17/1 394	1,4	2,5	1,8	1,6
	17/1 395	3,0	4,0	5,5	3,5
	17/1 396	8,5	7,5	12,5	5,0

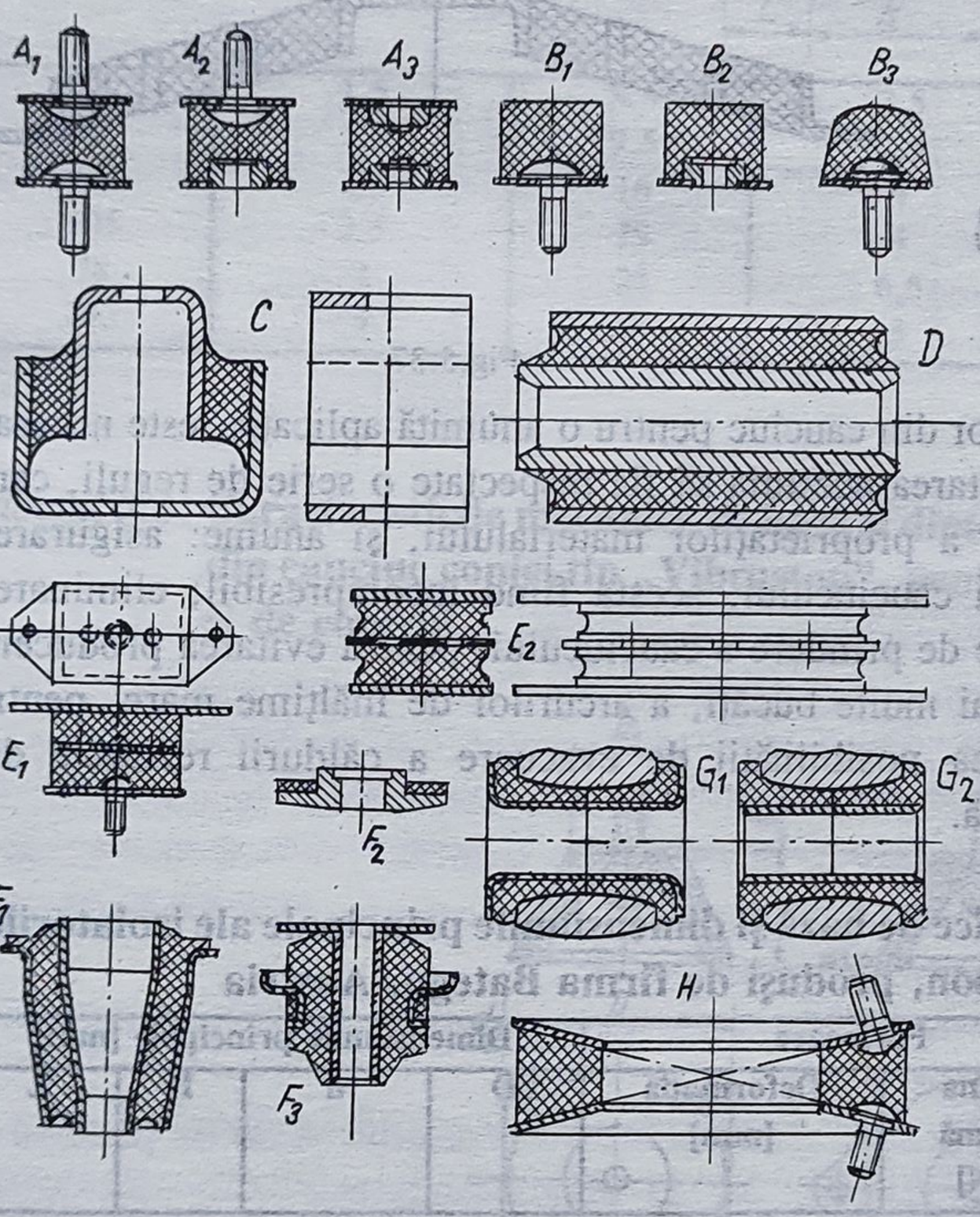


Fig.5.34

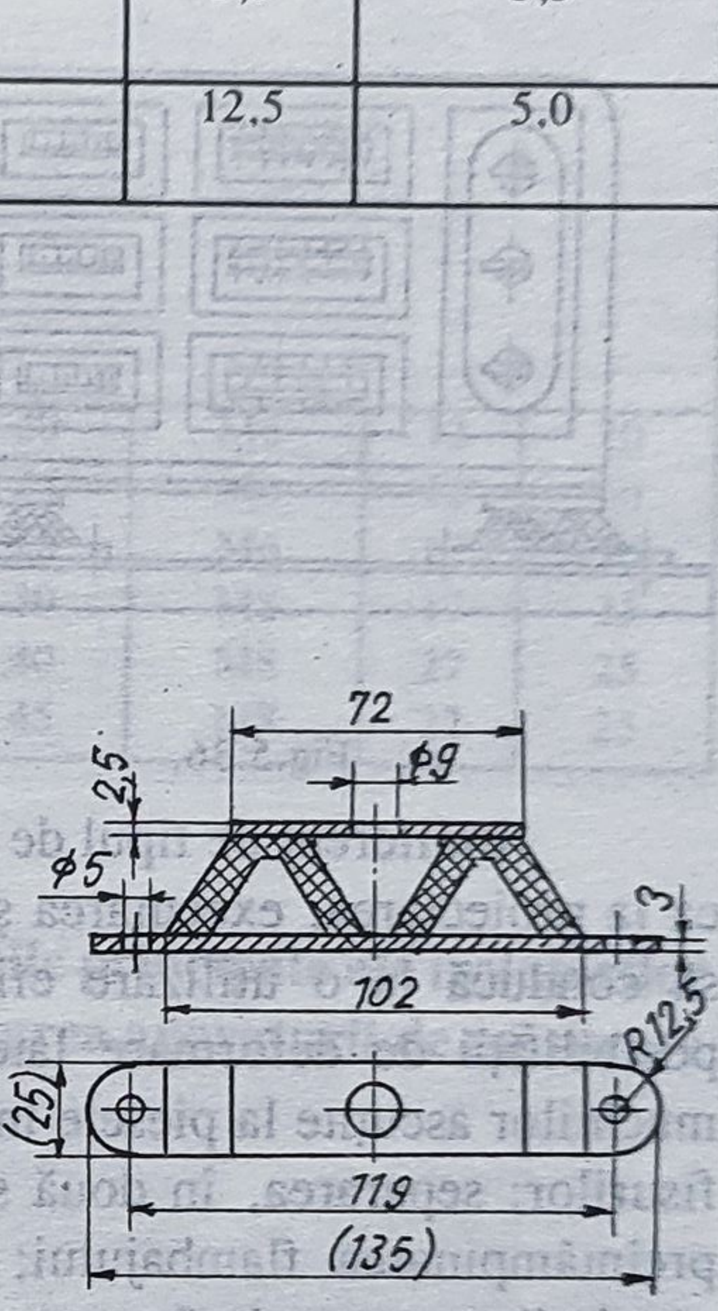


Fig.5.35

Varietatea constructivă a izolatorilor de vibraţie sau de şoc din cauciuc, folosiţi la fixarea instalaţiilor şi a aparatelor de măsurare şi de control, este foarte mare. În figura 5.35 şi tabelele 5.6 şi 5.7 sunt prezentate trei tipuri de izolatori din cauciuc produşi de firma *„Vibrastop”* (R.F.G.), iar în figura 5.36 este dat un exemplu de folosire a izolatorului din figura 5.35, care face parte din categoria arcurilor-punte, la fixarea unui aparat electronic. În construcţia arcurilor-punte, materialul este solicitat la forfecare. Tipul constructiv reprezentat în figura 5.35 posedă un singur bloc din cauciuc. Pentru a nu se depăşi limita de deformaţie admisă (aproximativ 50%), în cazuri particulare, puntea din cauciuc este divizată în mai multe blocuri ca în figura 5.37.

O multitudine de tipuri constructive de elemente elastice din cauciuc, răspunzând cerinţelor din domeniul complex al mecanicii fine, caracterizează şi catalogul „*Vibration and Shock Mount Handbook*". În conţinutul acestuia, pentru fiecare produs există o fişă tehnică, care cuprinde: imaginea şi desenul tehnic, cu parametrii dimensionali de bază, în două proiecţii; domeniul de utilizare şi, în unele cazuri, sarcinile limită în raport de felul solicitărilor din exploatare; ghidul de alegere pentru gama de mărimi şi de frecvenţe forţate; diagrame sarcină — deformaţie; notarea, conform catalogului; materialul. Pentru exemplificare se prezintă *fişele tehnice a doi izolatori din cauciuc*, şi anume: *izolator-disc* (*Anexa 1*) şi *izolator cilindric* (*Anexa a 2-a*).

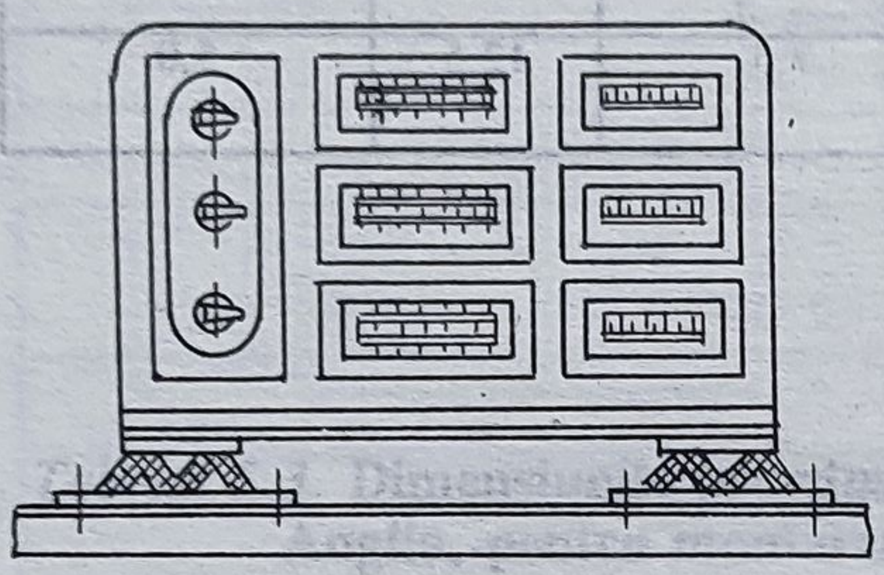


Fig.5.36,

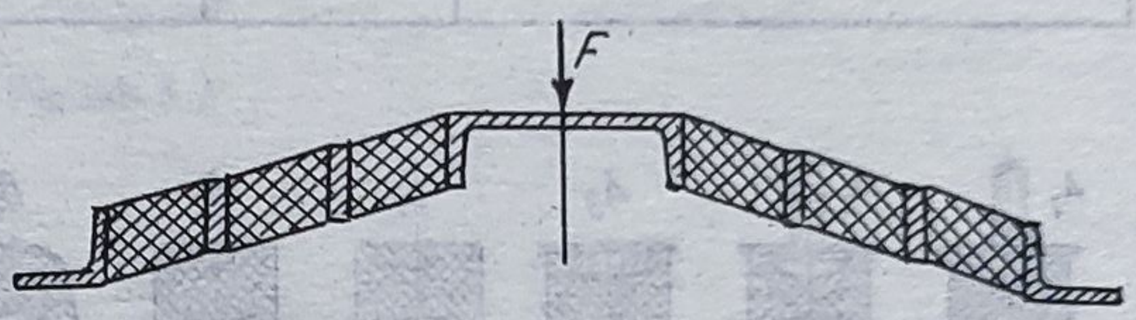
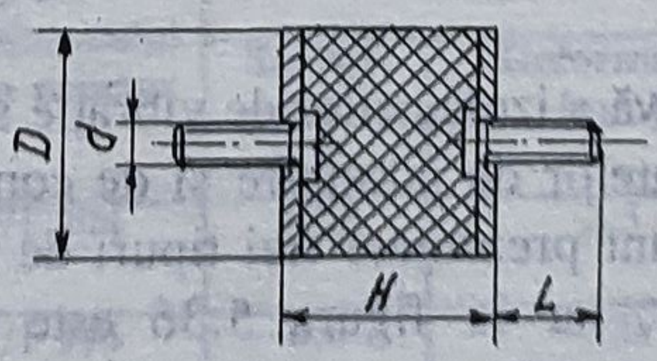


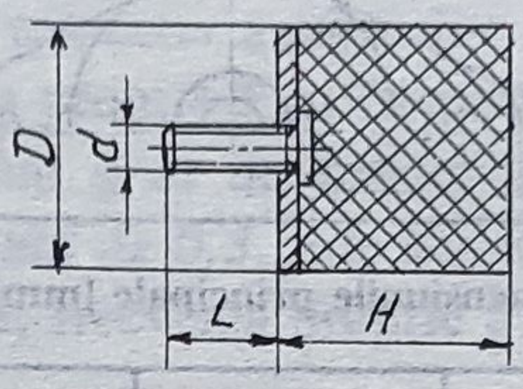
Fig.5.37

Indiferent de tipul de izolator din cauciuc pentru o anumită aplicaţie, este necesar ca la proiectarea, executarea şi montarea acestuia să fie respectate o serie de reguli, care să conducă la o utilizare eficientă a proprietăţilor materialului, şi anume: asigurarea posibilităţii de deformare laterală a cauciucului, acesta fiind incompresibil; eliminarea muchiilor ascuţite la piesele metalice de prindere a cauciucului, pentru evitarea producerii fisurilor; separarea, în două sau mai multe bucăţi, a arcurilor de înălţime mare, pentru preîntâmpinarea flambajului; crearea posibilităţii de evacuare a căldurii rezultate din pierderile cauzate de frecarea internă.

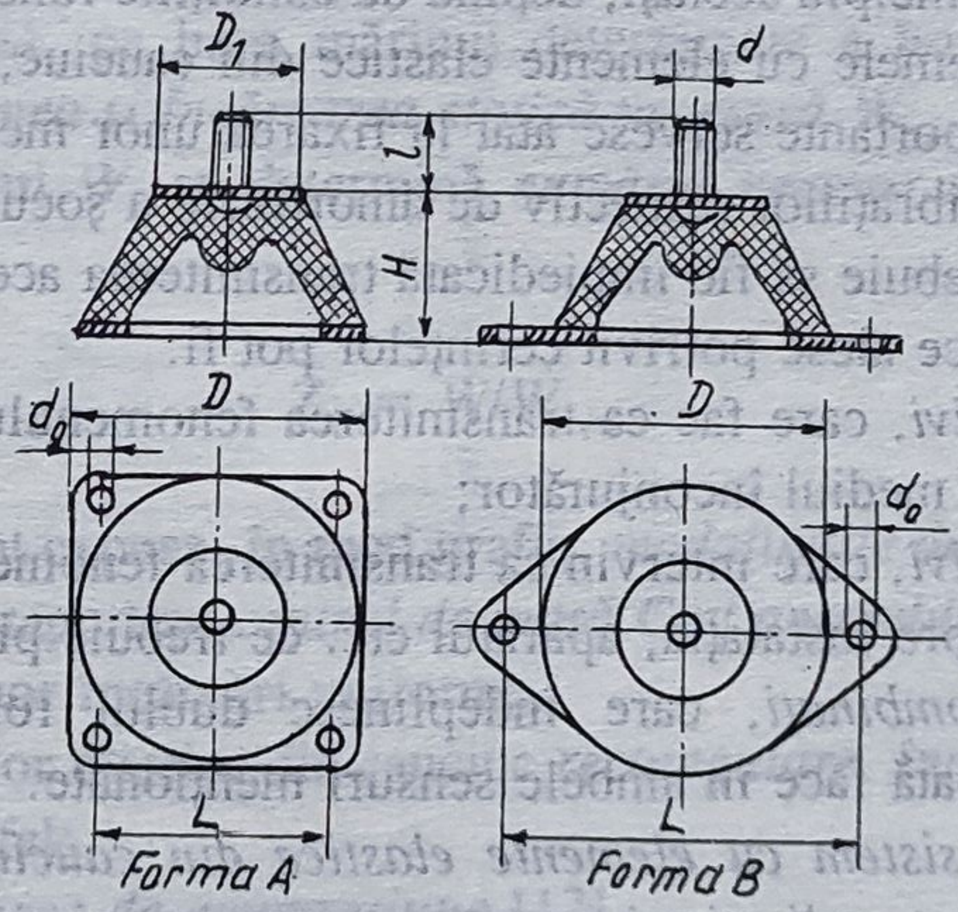
Tabelul 5.5. **Caracteristicile mecanice de bază şi dimensiunile principale ale izolatorilor din cauciuc, tip tampon, produşi de firma Bategu, Austria**

Compresiune		Forfecare		Dimensiunile principale [mm]			
Sarcina maximă [daN]	Deformaţia [mm]	Sarcina maximă [daN]	Deformaţia [mm]	D	d	H	L
							

Tabelul 5.5 (continuare)

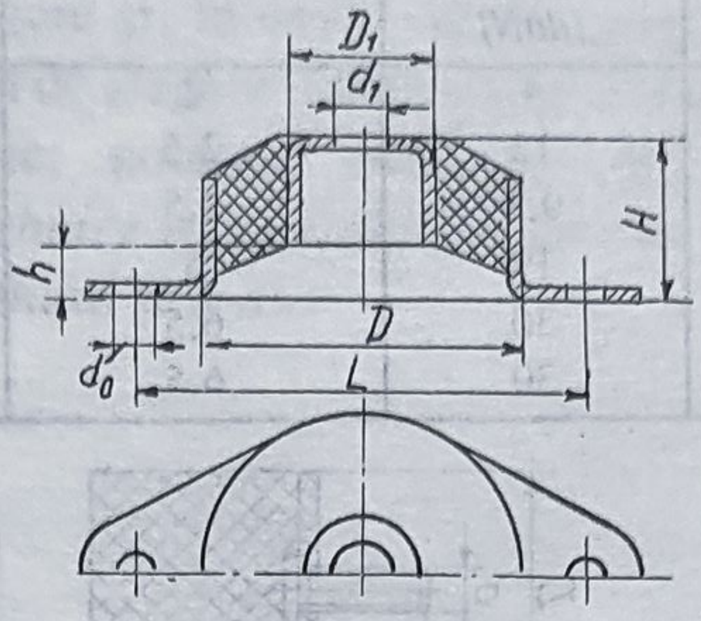
Compresiune		Forfecare		Dimensiunile principale [mm]			
Sarcina maximă [daN]	*Deformaţia [mm]*	*Sarcina maximă [daN]*	*Deformaţia [mm]*	*D*	*d*	*H*	*L*
18,5	1,5	4	2	15	M4	15	12
51	1,5	13	2,5	20	M6	15	20
69	1,5	9,5	2,5	25	M6	25	20
84	3	19	5	35	M8	23	25
78	4	30	6,5	40	M8	30	25
112	4	30	6,5	40	M10	30	25
							
29	1,5	8,5	2,5	20	M6	12	20
45	1,5	9,5	2,5	25	M6	12	20
62	2,5	16	4	25	M6	17	20
105	2,5	29	4	30	M8	17	25
78	4	25	6,5	40	M8	27	25
243	3	59	5	45	M8	22	25

Tabelul 5.6. **Caracteristicile mecanice de bază şi dimensiunile principale ale izolatorilor din cauciuc conici tip „Vibrastop", pentru fixarea aparaturii de măsurare şi de control**



Forma izolatorului de vibraţie conic	Sarcina maximă pentru 65°Sh [daN]	Dimensiunile principale [mm]						
		D	D_1	d	d_0	L	H	*l*
A	20	40	20	M6	4,2	32	20	18
	62,5	60	30	M8	5,2	48	30	23
B	20	40	20	M6	5,2	50	20	18
	62,5	60	30	M8	6,2	72	30	23

Tabelul 5.7. **Dimensiunile principale ale unor arcuri-punte din cauciuc, tip „Vibrastop", pentru fixarea aparaturii de măsurare şi de control**



Dimensiunile principale [mm]						
D	**D_1**	**d_0**	**d_1**	**L**	**H**	**h**
53	25	8,5	10	73	27	8
100	50	10,5	20	126	60	15
120	70	10,5	20	146	60	15

5.11. Proiectare. Calcul

Problemele care trebuie să fie rezolvate la proiectarea unui izolator de vibraţie sau de şoc din cauciuc, în principiu acelaşi, depind de condiţiile funcţionale impuse acestuia în exploatare. Întrucât sistemele cu elemente elastice din cauciuc, cu armături metalice, în calitatea lor de sisteme portante servesc atât la fixarea unor mecanisme, aparate etc., cât şi cu rol de atenuare a vibraţiilor respectiv de amortizare a şocurilor, trebuie stabilit de la început sensul în care trebuie să fie împiedicată transmiterea acestora. Din acest punct de vedere, reazemele elastice alese potrivit cerinţelor pot fi:

— *izolatori activi*, care fac ca transmiterea fenomenului să fie împiedicată de la sursa perturbatoare spre mediul înconjurător;

— *izolatori pasivi*, care intervin ca transmiterea fenomenului să nu fie posibilă de la mediul înconjurător spre instalaţia, aparatul etc. ce trebuie protejate;

— *izolatori combinaţi*, care îndeplinesc dublul rol, adică ca transmiterea fenomenului să nu se poată face în ambele sensuri menţionate.

Eficienţa unui sistem cu elemente elastice din cauciuc cu rol de fixare şi de amortizare se evaluează — *calitativ* şi *cantitativ* — pe baza următorilor parametri:

- *factorul de amplificare* A_0, dat de raportul

$$A_0 = a/d_{max}, \tag{5.52}$$

unde a reprezintă *amplitudinea mişcării vibratorii a ansamblului rezemat elastic*, iar d_{max} — *deformaţia maximă a izolatorului*;

- *transmisibilitatea* T_F — mărime adimensională — caracterizată prin *raportul*

dintre forţa F_b *transmisă* bazei de la elementul elastic şi *forţa perturbatoare maximă*, F_{pmax}, adică:

$$T_F = F_b/F_{p\,max}; \tag{5.53}$$

- *gradul de izolare i*, care indică cota procentuală din $F_{p\,max}$ ce nu se transmite bazei (de la reazemul elastic), deci:

$$i = (|F_{p\,max}| - |F_b|) \cdot 100/|F_{p\,max}|\ [\%]. \tag{5.54}$$

Alegerea unui sistem cu elemente elastice din cauciuc - optim din punct de vedere al calităţii de izolare a vibraţiilor respectiv a şocurilor - se efectuează în funcţie de sarcina statică *W* care-l solicită, frecvenţa proprie f_n şi frecvenţa forţei perturbatoare *f*.

În vederea asigurării unui grad de izolare al vibraţiilor respectiv al şocurilor de 70%, deci a unei *transmisibilităţi de 0,3*, este necesar ca frecvenţa forţei perturbatoare să fie *de două ori mai mare* decât frecvenţa proprie a sistemului cu elemente elastice din cauciuc.

Avându-se — ca dată de proiectare — frecvenţa forţei perturbatoare, se poate determina frecvenţa proprie necesară a sistemului cu elemente elastice din cauciuc, iar tipul constructiv adecvat al acestuia se definitivează în funcţie de caracteristicile mecanismului, instalaţiei sau aparaturii ce urmează a fi fixată. Apoi se calculează deformaţia statică — necesară obţinerii unei anumite frecvenţe proprii a sistemului cu elemente elastice din cauciuc — cu ajutorul relaţiei

$$X_{st} = 1\,135/(f^2\ [\mathrm{Hz}])\ [\mathrm{mm}]. \tag{5.55}$$

În continuare, *calea determinării tipului constructiv prezintă două variante*, după cum este normalizat sau nu în cataloagele firmelor specializate.

În prima variantă, pe baza mărimii determinate a lui X_{st} se stabilesc — din cataloage — *tipodimensiunea şi încărcarea statică necesară* W_{nec}. Cunoscându-se sarcina statică totală a ansamblului *W*, se determină *numărul necesar de elemente elastice din cauciuc* cu relaţia

$$Z_n = W/W_{nec}. \tag{5.56}$$

În tabelul 5.8 sunt expuse, în mod grafic, *modalităţile de dispunere a reazemelor elastice din cauciuc* — în raport cu *centrul de masă C al ansamblului* ce urmează a fi fixat — în vederea realizării unor încărcări uniforme.

În cazul reazemelor elastice din cauciuc *rectangulare, încercarea statică necesară* W_{nec} se poate calcula, astfel:

— *pentru solicitarea de compresiune* [12]

$$W_{nec_c} = (E \cdot A_c \cdot X_{st})/[(h - X_{st}) \cdot g]; \tag{5.60}$$

— *pentru solicitarea de forfecare* [12]

$$W_{nec_f} = (G \cdot A_f \cdot X_{st})/(g \cdot t). \tag{5.61}$$

Semnificațiile unor notații din relațiile (5.60) și (5.61) sunt: A_c, A_f — aria secțiunii elementului elastic din cauciuc solicitat la compresiune, respectiv la forfecare; h — înălțimea, în stare liberă, a reazemului elastic din cauciuc; t — grosimea elementului elastic din cauciuc.

În figura 5.38 este prezentată *schema logică de calcul necesară alegerii unui reazem elastic, din cauciuc, optim.*

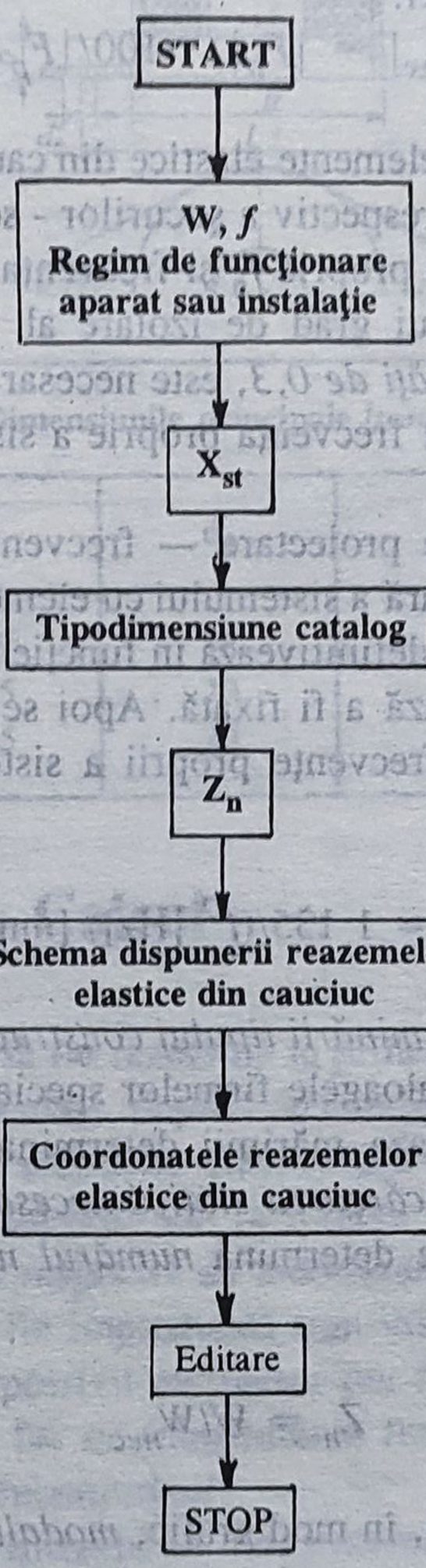


Fig. 5.38

[(5.55)

[(5.56)

[v. tab. 5.8

[(5.57)... (5.59)

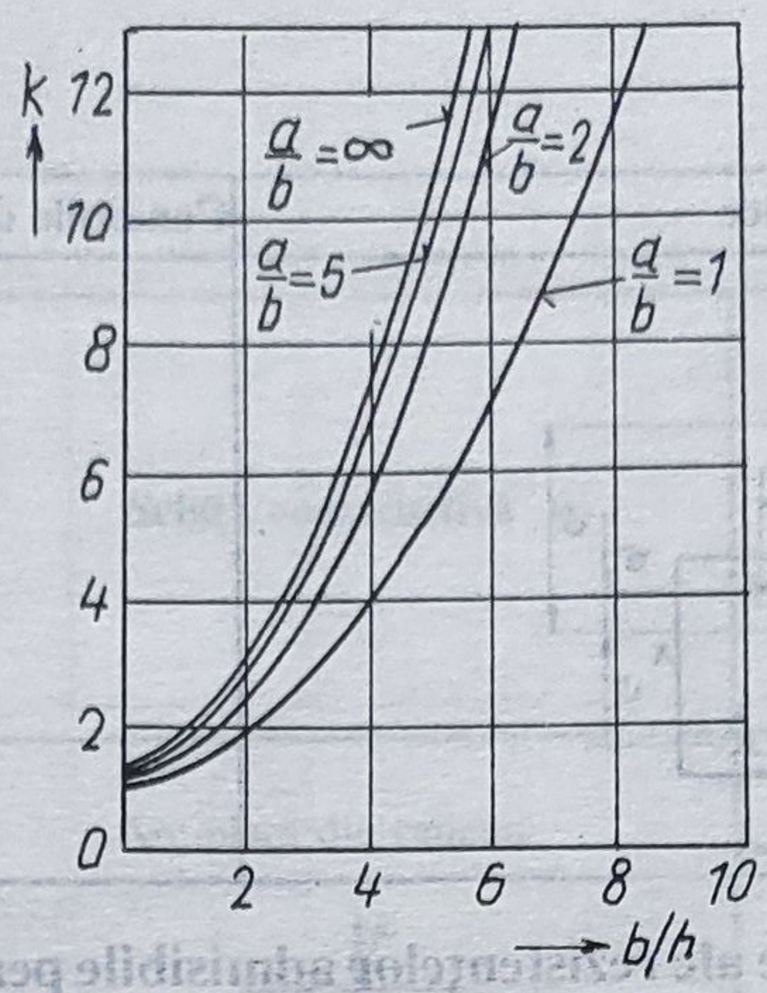
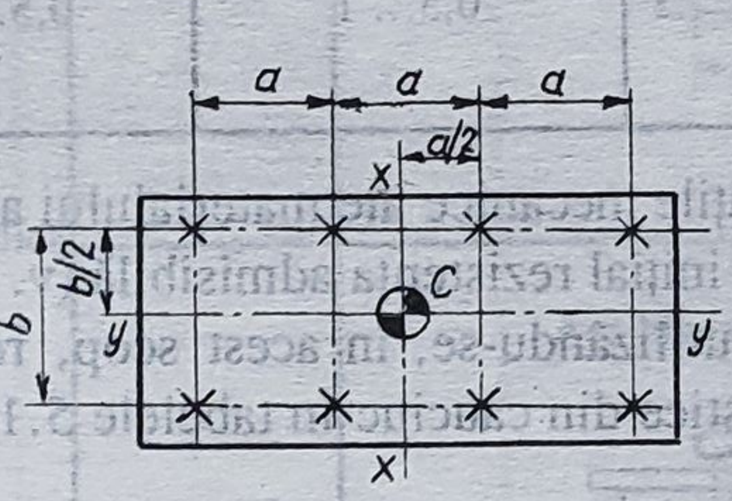
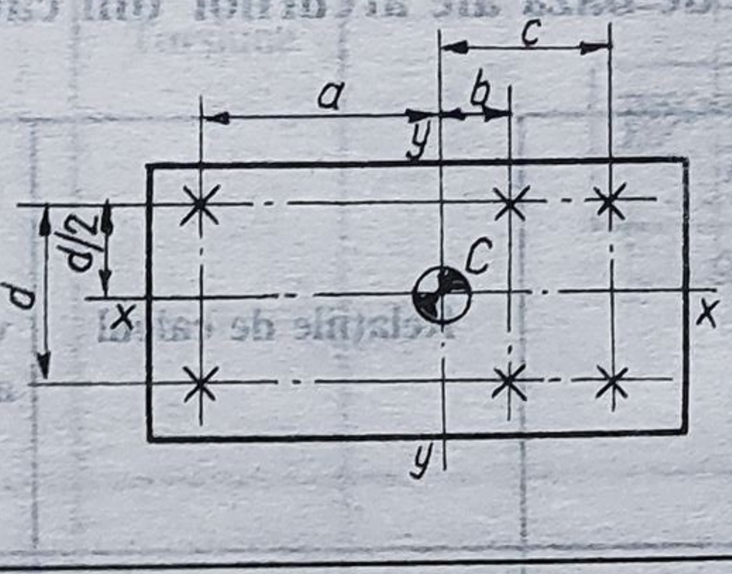
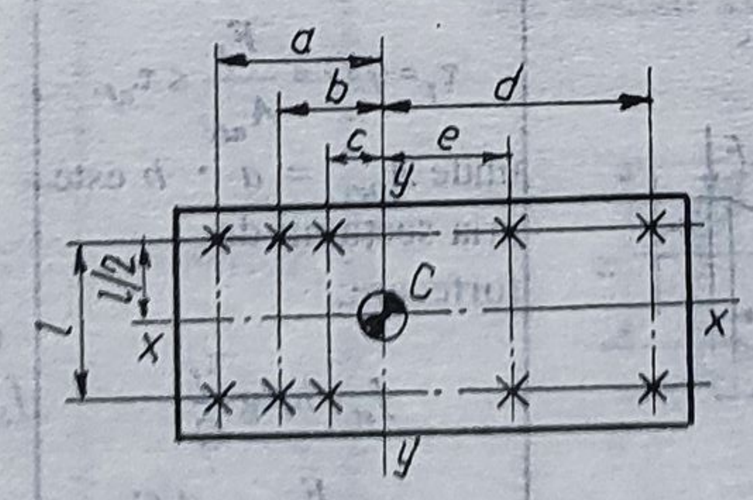
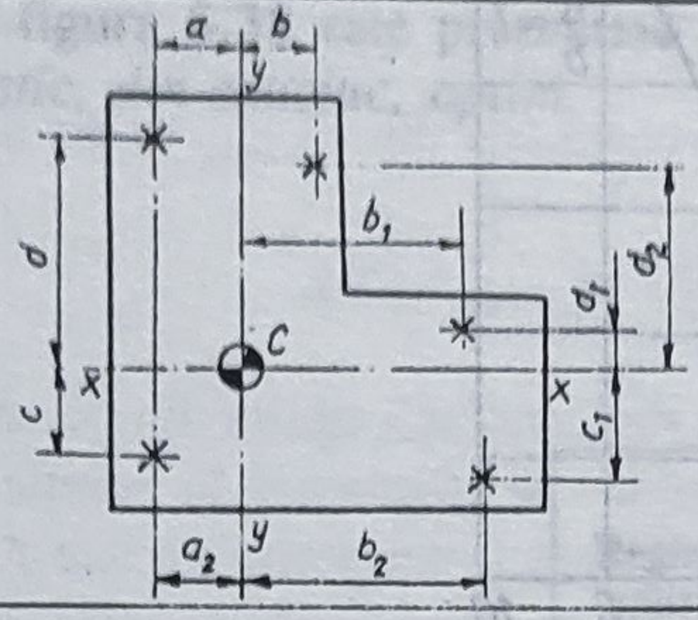


Fig.5.39

Tabelul 5.8. **Modalităţile de dispunere a reazemelor elastice din cauciuc**

Schema dispunerii reazemelor elastice	Condiţiile de legătură între coordonate
	Forma arcului: Solicitarea $a = b + c$ (5.57)
	
	$a + b + c = d + e$ (5.58)

Tabelul 5.8. (continuare)

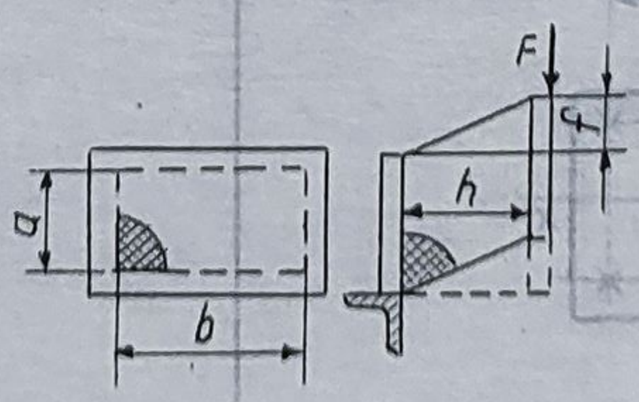
Schema dispunerii reazemelor elastice	Condiţiile de legătură între coordonate
	$\left.\begin{aligned} a + a_2 &= b + b_1 + b_2 \\ c + c_1 &= d + d_1 + d_2 \end{aligned}\right\}$ (5.59)

Tabelul 5.9. **Valori orientative ale rezistenţelor admisibile pentru reazemele elastice din cauciuc**

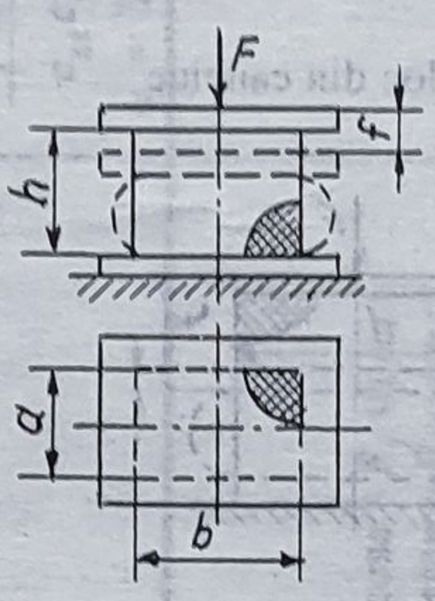
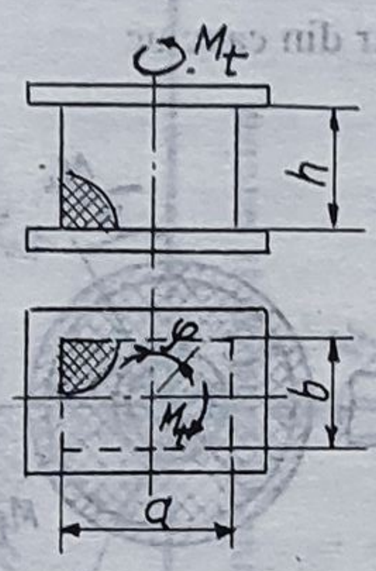
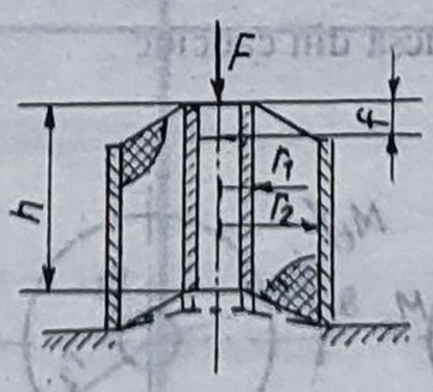
Felul solicitării	σ_a [N/mm^2] la:			
	tracţiune	compresiune	forfecare	torsiune
statică	1... 2	3... 5	1... 2	2
cu şoc rar	1... 1,5	2,5... 5	1... 2	2
dinamică	0,5... 1	1... 1,5	0,3... 0,5	0,2... 1
cazuri speciale, arcuri cu limitator de săgeată	1... 2	3... 5	0,5... 1	0,5... 1,5

În a doua variantă, în raport de proprietăţile mecanice ale materialului ales pentru sistem şi de condiţiile de funcţionare, se stabileşte iniţial rezistenţa admisibilă (v. tab. 5.9). Apoi se procedează la proiectarea propriu-zisă, utilizându-se, în acest scop, relaţiile de calcul date pentru tipurile de bază de reazeme elastice din cauciuc în tabelele 5.10 şi 5.11, precum şi figurile 5.39 şi 5.40.

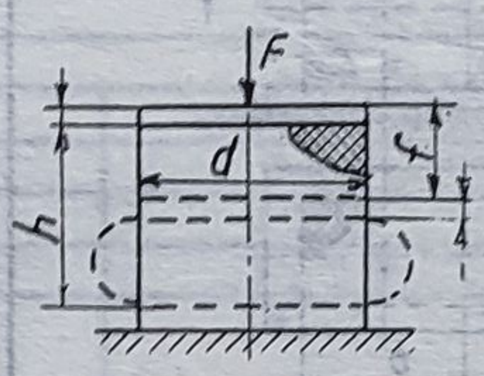
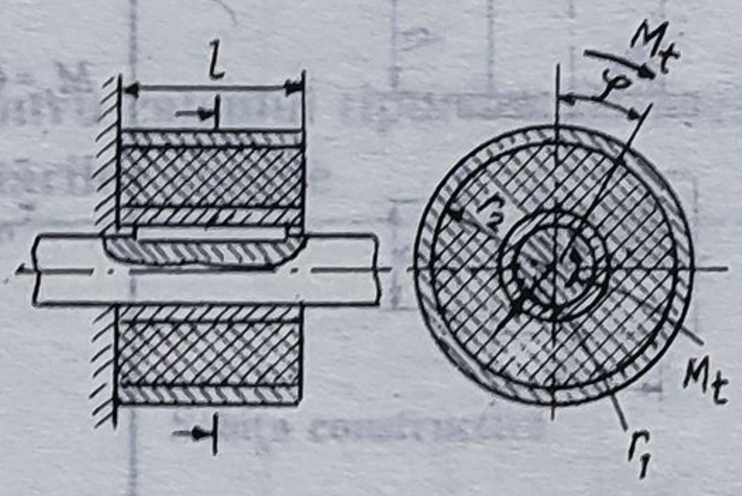
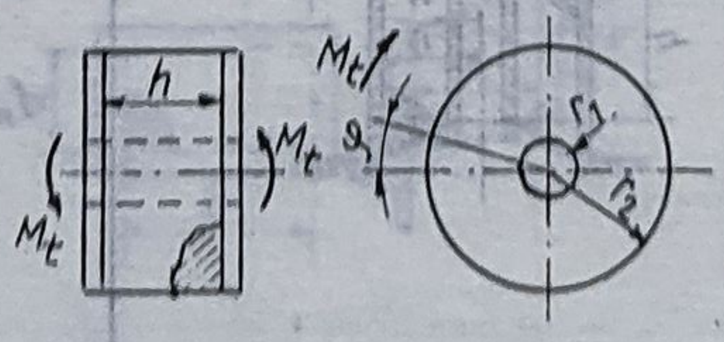
Tabelul 5.10. **Relaţiile pentru calculul tipurilor de bază ale arcurilor din cauciuc, în cazul solicitărilor simple**

Forma arcului	Solicitarea	Schiţa constructivă	Relaţiile de calcul	Domeniul de valabilitate al relaţiilor de calcul
Paralelipipedică	Forfecare	Arc-bloc din cauciuc 	$\tau_f = \gamma G \approx \frac{F_f}{A_{nec}} \le \tau_{af}$, unde $A_{nec} = a \cdot b$ este aria secţiunii de forfecare; $f_{st} = h \cdot \operatorname{tg} \frac{\tau_f}{G}$; $c_f = \frac{F_f}{h \operatorname{tg} \frac{\tau_f}{G}} \approx \frac{AG}{h}$.	Pentru deformaţii $f_{st} \le 0{,}35\ h$

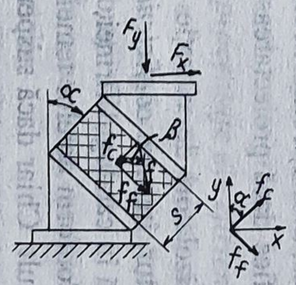
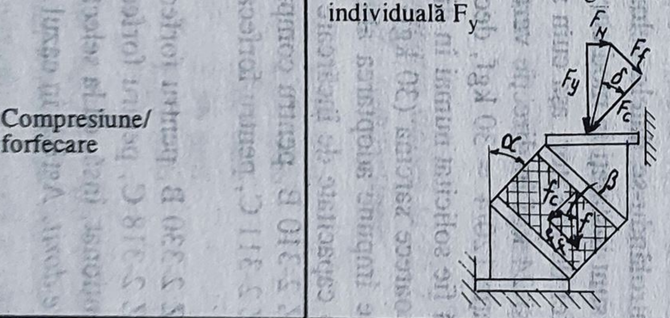
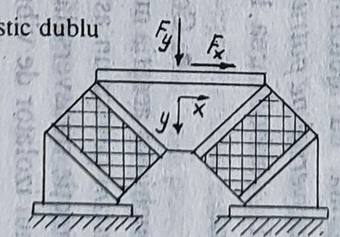
Tabelul 5.10 (continuare)

Forma arcului	Solicitarea	Schiţa constructivă	Relaţiile de calcul	Domeniul de valabilitate al relaţiilor de calcul
Paralelipipedică	Compresiune	Arc-placă din cauciuc 	$F_c = kEA\,\frac{f_{st}}{h}$, unde $\frac{f_{st}}{h} = \epsilon$; $k = \frac{ab}{2h(a+b)}$ sau din fig.5.40; $\sigma_c = \frac{F_c}{A} = kE\frac{f_{st}}{h} \le \sigma_{ac}$; $c_c = \frac{F_c}{f_{st}} = \frac{EA}{h}$.	Pentru deformaţii $f_{st} \le 0{,}2\ h$
	Torsiune	Arc-bloc din cauciuc 	$M_t = G\frac{ab(a^2+b^2)}{12h}\varphi$; $\tau_{rmax} = \frac{M_t}{W_p} \le \tau_{at}$.	Pentru unghiuri de răsucire $\varphi \le 20°$
Cilindrică	Forfecare	Arc tubular axial din cauciuc 	$F = f_{st}\frac{2\pi hG}{\ln\frac{D}{D_i}}$; $\tau_{fmax} = \frac{F}{\pi D_i h} \le \tau_{af}$; $f_{st} = \frac{F}{2\pi Gh}\ln\frac{D}{D_i}$; $c_f = \frac{2\pi hG}{\ln\frac{D}{D_i}}$.	Pentru deformaţii $f_{st} = 0{,}35\cdot(R - R_i)$

Tabelul 5.10 (continuare)

Forma arcului	Solicitarea	Schiţa constructivă	Relaţiile de calcul	Domeniul de valabilitate al relaţiilor de calcul
	Compresiune	Arc-bloc din cauciuc 	$F = k' \frac{\pi d^2 E}{4h} f_{st}$, unde $k' = \frac{4{,}9\frac{h}{D}}{4{,}9\frac{h}{D} - th\,4{,}9\frac{h}{D}}$ sau din fig.5.41; $f_{st} = \frac{8}{3}\frac{\sigma_{ac}}{G}\frac{h^3}{D^2}$; $G = \frac{1}{3}E$; $\sigma_c = \frac{4F}{\pi D^2} \le \sigma_{ac}$; $c_c = \frac{k'\pi D^2 E}{4h}$.	Pentru deformaţii $f_{st} \le 0{,}2\,h$
Cilindrică	Torsiune	Arc tubular din cauciuc 	$\tau_{tmax} = \frac{2M_t}{\pi h r_1^2} \le \tau_{at}$; $\varphi = \frac{M_t}{\pi G h}\left(\frac{1}{d_1^2} - \frac{1}{d_2^2}\right)$; $c_t = \frac{4\pi G l}{\left(\frac{1}{r_1}\right)^2 - \left(\frac{1}{r_2}\right)^2}$.	Pentru unghiuri de răsucire $\varphi \le 40°$
		Arc-bucşă din cauciuc 	$M_t = \varphi \frac{1{,}57G(r_2^4 - r_1^4)}{h}$; $\tau_{max} = \varphi \frac{r_2}{h} G \le \tau_{at}$; $\varphi = \frac{32M_t}{\pi G}\frac{h}{(d_2^4 - d_1^2)} = \frac{2}{\pi}\frac{M_t h}{G(r_2^4 - r_1^4)}$; $c_t = \frac{\pi}{2}\frac{G(r_2^4 - r_1^4)}{h}$.	Pentru unghiuri de răsucire $\varphi \le 20°$

Tabelul 5.11. **Relaţiile pentru calculul unor tipuri de arcuri din cauciuc, solicitate compus**

Solicitarea	Schiţa constructivă	Relaţiile pentru: verificare	Relaţiile pentru: săgeată	Relaţiile pentru: rigiditate
Compresiune/ forfecare	Element elastic unic 	$F_c = F_y\cos\alpha + F_x\sin\alpha$; $F_f = F_y\sin\alpha + F_x\cos\alpha$; $\frac{F_c}{F_f} = \mathrm{tg}\delta = \left(\frac{c_f}{c_c}\right)\mathrm{tg}\beta$; $\sigma_c = \frac{F_c}{A} \le \sigma_{ac}$; $\tau_f \approx \frac{F_f}{A} \le \tau_{af}$.	$f_c = \frac{F_c}{c_c}$; $f_f = \frac{F_f}{c_f}$; $f = \sqrt{f_c^2 + f_f^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$, $x = f\sin(\beta - \alpha) = \frac{F_x c_{yy} - F_y c_{xy}}{c_{xx}c_{yy} - c_{xy}^2}$; $y = f\cos(\beta - \alpha) = \frac{F_y c_{xx} - F_x c_{xy}}{c_{xx}c_{yy} - c_{xy}^2}$; $\alpha = \delta$; $\beta \ne \alpha$.	$c_c = \frac{EA}{s}$; $c_f \approx \frac{GA}{s}$; $c_{xx} = c_c\sin^2\alpha + c_f\cos^2\alpha$, $c_{yy} = c_c\cos^2\alpha + c_f\sin^2\alpha$, $c_{xy} = (c_c - c_f)\sin\alpha\cos\alpha$.
Compresiune/ forfecare	Element elastic unic cu ghidare şi sarcina individuală F_y 	$F_y = F_c\cdot\cos\alpha + F_f\cdot\sin\alpha$; $F_H = F_c\cdot\sin\alpha - F_f\cdot\cos\alpha$; $\sigma_c = \frac{F_c}{A} \le \sigma_{ac}$; $\tau_f \approx \frac{F_f}{A} \le \tau_{af}$.	$f_c, f_f, f, y, c_c, c_f, c_{xx}$, şi c_{xy} se determină ca în cazul elementului elastic unic fără ghidare, ţinând seama de condiţiile: $\alpha = \beta$, $\alpha \ne \delta$, $c_{xy} = 0$.	
Compresiune/ forfecare	Element elastic dublu 	$\sigma_c = F_c/A \le \sigma_{ac}$; $\tau_f \approx \frac{F_f}{A} \le \tau_{af}$.	$x = \frac{F_x}{C_{xx}}$; $y = \frac{F_y}{C_{yy}}$	$C_{xx} = \sum c_{xx}$; $C_{yy} = \sum c_{yy}$; $c_{xy} = 0$; c_{xx}, c_{xy} — ca la elementul elastic unic.

5.12. Exemple privind structura cererilor de izolare a vibraţiilor mecanice, respectiv de amortizare a şocurilor mecanice şi modul lor de îndeplinire

În scopul adaptării cu tematica solicitărilor de izolare ale vibraţiilor mecanice, respectiv ale şocurilor mecanice din sistemele tehnice, şi cu emiterea soluţiilor adecvate, judicios selectate şi argumentate, se prezintă câteva probleme, vizând aspecte de bază ale aplicaţiilor din domeniul mecanicii fine.

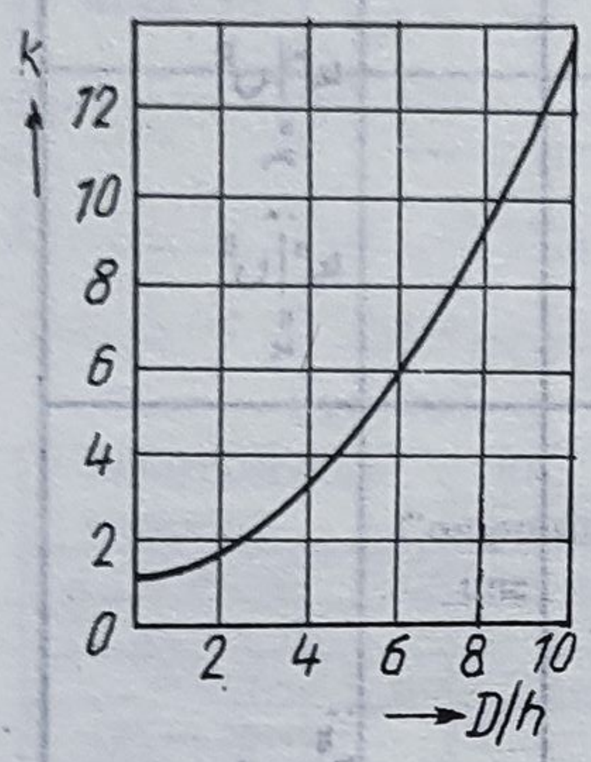


Fig.5.40

Problema 1

● *O mică instalaţie* trebuie fixată cu condiţia realizării *unei izolări a vibraţiilor mecanice în proporţie de 81%*. Sarcina totală a acesteia reprezintă 12 kgf, având patru puncte de montare. Se cere stabilirea datelor necesare proiectării, eventual a adoptării izolatorilor din cauciuc corespunzător situaţiei impuse.

● În vederea soluţionării interesează, suplimentar, următoarele: frecvenţa forţei perturbatoare; direcţia şi punctul de aplicaţie ale forţei perturbatoare; limitările de spaţiu, dacă există; posibilele condiţii de mediu; distribuţia sarcinii şi a complianţei instalaţiei; alte chestiuni, reieşite din neconcordanţa situaţiei cu **cadrul cazului A**.

Problema 2

● *Un aparat de aer condiţionat* corespunde unei sarcini de 120 kgf şi este acţionat cu ajutorul unui motor electric având 170 rot/min. Ansamblul este *montat transversal pe patru izolatori de vibraţie de tip cilindric*, având, conform catalogului firmei [31], simbolizarea 10 *Z* 2-317 *B*. Se cere să se verifice dacă proiectarea a fost efectuată bine.

● Controlându-se datele celor patru izolatori de vibraţie normalizaţi s-a conchis că aceştia nu sunt instalaţi în mod corespunzător, întrucât *coeficientul de încărcare maxim* pentru un astfel de izolator, aşa cum se indică în catalogul firmei, admite 7 kgf în direcţie transversală şi 24 kgf în direcţie verticală. Conform datelor temei, însă, îi revine unui izolator de vibraţie 120/4 = 30 kgf, deci mai mult. Chiar dacă suspendarea s-ar face aşa încât izolatorul să fie solicitat numai în direcţie verticală, deci la compresiune, situaţia nu este mai bună, deoarece sarcina (30 kgf) depăşeşte cu mult limita recomandată de 24 kgf. În consecinţă, se impune adoptarea altor tipuri. *Izolatorii de vibraţie* care, potrivit catalogului, posedă o capacitate de încărcare satisfăcătoare sunt:

- 10 Z 2-310 B, pentru compresiune, cu o deformaţie statică de 3,56 mm;
- 10 Z 2-311 C, pentru forfecare-marginal, cu o deformaţie statică de 10,16 mm;
- 10 Z 2-330 B, pentru forfecare, cu o deformaţie statică de 5,59 mm;
- 10 Z 2-318 C, pentru forfecare, cu o deformaţie statică de 5,84 mm.

De menţionat, însă, că la selectarea acestora trebuie ţinut seama, între altele, şi de *gradul de izolare dorit*. Astfel, în cazul tipurilor menţionate anterior, acesta va fi mai mare de 81%.

Problema 3

• Dacă în cazul aplicaţiei de la *problema 2*, aparatul de aer condiţionat corespundea unei sarcini de 158,7573 kgf, care era alegerea izolatorilor din cauciuc?

• Încărcarea pe izolator revine la $\frac{158,7573}{4} = 39,6893$ kgf. Următorii izolatori de vibraţie, conform catalogului [31], ar putea fi luaţi în consideraţie:

Tipul	*Deformaţia statică*
• 10 Z 2-314 C, pentru compresiune	2,032 mm
• 10 Z 2-311 C, pentru compresiune	2,54 mm
• 10 Z 2-330 B, pentru forfecare	7,874 mm
• 10 Z 3-318 C, pentru forfecare sau compresiune	9,652 mm

La 1 750 rot/min, izolarea vibraţiilor de 81% corespunde unei deformaţii statice de 2,032 mm.

Problema 4

• *Un calculator* are sarcina de 90,7185 kgf şi trebuie protejat împotriva vibraţiilor prin sprijinire pe *patru izolatori de vibraţie*. *Frecvenţa forţată* este de 1750 rot/min. Dacă izolatorii vor fi solicitaţi la compresiune, ce fel de tipuri vor fi indicate şi care va fi gradul de izolare al vibraţiei atins în fiecare caz?

• Încărcarea pe un izolator revine la $\frac{90,7185}{4} \approx 22,7$ kgf, în condiţiile temei. Optându-se pentru *tipul cilindric*, în general, *diagramele din catalog* dau, în cazul izolatorilor de vibraţie selectaţi, curbele de deformaţie statică sub 22,7 kgf sarcină. Utilizarea în cazul nomogramei — *„frecvenţa vibraţiei în funcţie de deformaţia statică, pentru diverse procentaje ale eficienţei izolaţiei"* (fig.5.41) — a deformaţiei statice admise de 2,54 mm şi a frecvenţei forţate de 1750 rot/min, conduce la determinarea, prin punctul lor de intersecţie, a *eficienţei izolaţiei realizabile*, şi anume, de cel puţin 86% pentru toţi izolatorii de vibraţii adoptaţi.

În acest sens, următorii izolatori de vibraţie prezintă, conform catalogului [31], caracteristicile:

Tipul	*Numărul din catalog*	*Deformaţia statică la 22,7 kgf - compresiune*	*Eficienţa izolaţiei*
• cilindric	10 Z 2-317 B	2,54 mm	86%
• cilindric	10 Z 2-300 B	2,54 mm	86%
• cilindric	10 Z 2-310 B	3,05 mm	88%
• special	10 R 4-1 506 B	3,56 mm	aproximativ 91%
• special	10 R 4-1 506 C	2,03 mm	aproximativ 82%

Problema 5

• *Un ventilator*, cu o sarcină de 36,29 kgf, trebuie să fie protejat împotriva vibraţiilor, din care cauză se impune a fi *montat transversal în patru puncte*, solicitându-se o *absorbţie (izolaţie) de minimum 93%*. În funcţionare, acesta se roteşte cu 2 000 rot/min.

Se cere să se specifice *tipurile de izolatori de vibraţii necesari*.

• Principala sursă de vibraţii depistată o constituie *dezechilibrarea rotorului*, iar ceea ce se transmite la pământ este componenta verticală a forţei perturbatoare - generatoarea fenomenului relevat — care este *o funcţie sinusoidală*. Deci, se consideră, ca şi în **cazul A**, că *amortizarea este neglijabilă*.

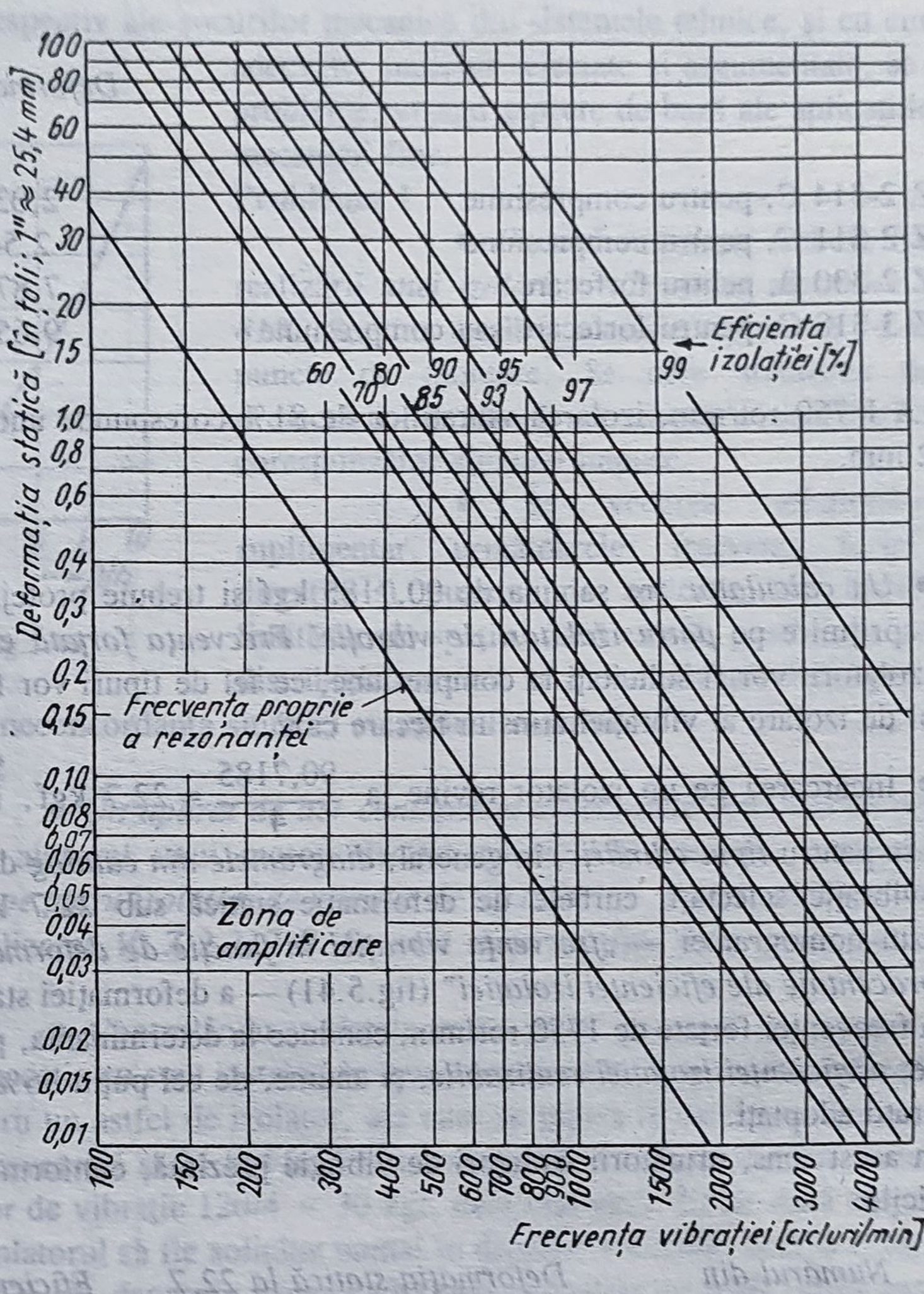


Fig.5.41

În continuare, rezolvarea problemei se poate obţine pe două căi:

a) *Prin utilizarea nomogramei din figura 5.41*

Examinându-se nomograma din figura 5.41, se deduce că unei eficienţe a izolaţiei de 93% şi unei frecvenţe forţate de 2000 cicluri/min le corespund o deformaţie statică de aproximativ 3,46 mm şi o frecvenţă a sistemului de circa 500 cicluri/min.

În raport de datele rezultate, conform catalogului [31], se recomandă *izolatori de vibraţii cilindrici, tipul 10 Z 2-305 B*, deci identici. Aceştia pot fi încărcaţi transversal, admiţând o săgeată statică de 3,56 mm la 9,0719 kgf. În consecinţă, se prezintă ca fiind potriviţi condiţiilor aplicaţiei.

b) *Pe baza calculului analitic*

Întrucât eficienţa izolaţiei s-a impus a fi 93%, se deduce că transmisibilitatea forţei este $T_F = 1 - 0{,}93 = 0{,}07$ sau 7%.

Amortizarea consemnându-se a fi zero (deci $\zeta = 0$), din relaţia (5.39) a **cazului A** rezultă

$$T_F = 1/\pm[1 - (p/\omega)^2], \qquad (5.39)'$$

unde: $T_F = 0{,}07$; p/ω = frecvenţă forţată/frecvenţă proprie [rad/s] = p_N/f_n' (ambii parametri exprimaţi în cicluri/min).

Când $p_N > f_n'$, atunci se utilizează semnul − în relaţia (5.39)', iar când $p_N < f_n'$, atunci se utilizează semnul +.

În vederea asigurării unei bune izolaţii se preferă condiţia $f'_n < p_N$, deci utilizarea semnului − în relaţia (5.39)'.

Rezolvându-se relaţia (5.39)' în funcţie de raportul p_N/f_n', rezultă $p_N/f_n' = 3{,}91$. Dar, conform temei, $p_N = 2\,000$ cicluri/min, deci $f_n' = 510$ cicluri/min.

Pe de altă parte, din relaţia (5.42) aparţinând **cazului A**, şi anume:

$$f_n' = \sqrt{(g/X_{st})}/(2\pi),$$

se deduce

$$X_{st} \approx 3{,}81 \text{ mm}.$$

În concluzie, aceste calcule conduc la valori similare celor determinate anterior, *la punctul a)*.

Problema 6

● *Datele sunt aceleaşi ca şi în cazul aplicaţiei de la* **problema 5**, *dar amortizarea este estimată la 10% din cea critică*. Se cere să se precizeze eventualele schimbări ce ar interveni în ceea ce priveşte sprijinirea sub aspectul izolării.

● Transmisibilitatea forţei T_F, corespunzătoare unei izolări a vibraţiilor de 93%, este de 0,07, iar frecvenţa forţată — de 2 000 cicluri/min. Din nomograma figurii 5.20, pe baza utilizării datelor respective şi a curbei raportului de amortizare de $\zeta = 0{,}1$, rezultă că $p_N/f_n' \approx 5{,}0$ (aceasta conduce la un $T_F \approx 0{,}06$).

Deci f_n' va avea valoarea $f_n' = 2000/5 = 400$ cicluri/min. Utilizându-se nomograma din figura 5.41 se deduce că mărimea acestei frecvenţe proprii corespunde unei deformaţii statice de circa 5,59 mm. Încărcarea pe izolatorul de vibraţie rămâne la 9,0719 kgf. Tipul de izolator specificat în *problema 5 este prea rigid*. În consecinţă, izolatorul recomandabil ar fi 10 Z 2-310 B, *încărcat transversal*, care pare mai bun datorită admiterii unei deformaţii statice de circa 6,858 mm la 9,0719 kgf.

Din nomograma prezentată în figura 5.21 se deduce că deformaţia maximă a izolatorului de vibraţie, măsurată din poziţia statică, este mai mică de 0,04 ori decât

deformaţia statică. Aceasta înseamnă că *amplificarea mişcării este neglijabilă*, respectiv că *deformaţia maximă* a izolatorului este foarte aproape de 6,858 mm.

Această problemă se mai putea soluţiona prin *utilizarea unui program pe calculator sau analitic*. În ultimul caz, rezolvarea este posibilă prin recurgerea la relaţia (5.39), considerându-se $\zeta = 0{,}1$. Corespunzător frecvenţei forţate de $p_N = 2000$ cicluri/min, se deduce frecvenţa proprie f_n'.

În general, *când amortizarea nu reprezintă mai mult de 5% din cea critică şi când raportul dintre frecvenţa forţată şi cea proprie este mai mic decât 2,5%, transmisibilitatea diferă foarte puţin de cea calculată fără amortizare*, iar amplificarea mişcării, comparată cu cea statică, este neglijabilă. În concluzie, *pentru scopuri tehnice, se poate executa proiectarea unui izolator de vibraţie, neglijându-se amortizarea*.

Din examinarea curbelor cuprinse în nomogramele figurilor 5.20 şi 5.21 se deduce că, atunci când amortizarea va reduce amplitudinea deplasării, transmisibilitatea forţei T_F deasupra rezonanţei, în prezenţa amortizării, are o valoare mai mare decât în lipsa acesteia.

Problema 7

- *Un echipament de radio sensibil* trebuie montat printr-o *suspensie în trei puncte pe o ambarcaţie*. Se solicită o izolare completă a acestuia, avându-se în vedere zgomotul motorului, plus loviturile valurilor şi izbiturile navei de chei. Sarcina echipamentului de radio este de 25,4 kgf şi motorul se învârteşte cu 2 000 rot/min.
- În acest caz intervin atât *vibraţii constante* la 2 000 cicluri/min, cât şi *sarcini de şoc*, cauzate de loviturile valurilor şi de izbiturile de doc. Nu există nici un fel de informaţii precise asupra acestora din urmă, cu toate acestea trebuie să se realizeze o izolaţie cât mai bună.

Pentru *vibraţiile constante* se poate aplica **cazul A** *cu amortizare zero*. Corespunzător unei eficienţe a izolaţiei de 81% şi unei frecvenţe forţate de $p_N = 2\,000$ cicluri/min, din nomograma reprezentată în figura 5.41 rezultă o deformaţie statică de circa 1,4 mm. Încărcarea pe un izolator de vibraţie este de $25{,}4/3 \approx 8{,}47$ kgf. Frecvenţa proprie dedusă din aceeaşi nomogramă este de circa 810 cicluri/min.

Conform catalogului [31], izolatorul de vibraţie 10 R 4-1 504 B, tip inelar de configuraţie specială, satisface situaţia.

În ceea ce priveşte *limitarea efectelor sarcinilor de şoc*, se recomandă montarea de *amortizoare conice care să atenueze sarcina de şoc orizontală*, selectate, de asemenea, din acelaşi catalog, şi anume *tipul 10 Z 7-102 C*. Această problemă ar putea fi soluţionată şi în baza unei ipoteze arbitrare, şi anume, presupunându-se că şocul cumulat al cheiului şi al valurilor ar echivala cu o schimbare instantanee a vitezei de 0,5 m/h şi să se încerce *proiectarea izolatorului de vibraţie pentru o astfel de condiţie*. În orice caz, metoda ar da o informaţie asupra cotei din efectul vitezei instantanee care s-ar putea prelua prin intermediul izolatorului de vibraţie. Soluţia corespunde **cazului C**, caracterizat prin mişcare orizontală cu amortizare neglijabilă ($\zeta = 0$).

Ar fi de dorit, de asemenea, să se cunoască cota parte din forţa care poate fi preluată de către echipamentul sensibil de radio fără a se defecta. Deseori, o astfel de sarcină este exprimată ca o solicitare în raport de g (acceleraţia gravitaţiei), adică de câte ori sarcina suplimentară este mai mare decât cea a echipamentului.

Din relaţia (5.47) a **cazului C**, se deduce

$$a_{max}/g = (V \cdot \omega)/g = 1\,, \qquad (5.47)'$$

unde $V = 1/2$ m/h $= 223{,}52$ mm/s; deci:

$$\omega = (g \cdot 1)/V = (9{,}81 \cdot 10^3)/(1 \cdot 223{,}52) = 43{,}8887 \text{ [rad/s]},$$

respectiv

$$f_n' = (60 \cdot \omega)/(2\pi) = 418 \text{ [cicluri/min]}.$$

Valoarea frecvenţei f_n' este mică, astfel că este dificil de izolat efectiv echipamentul de radio fără deformaţii nedorit de mari ale izolatorului de vibraţie. Aceasta sugerează folosirea unor *izolatori cilindrici* — montaţi în aşa fel încât să fie solicitaţi la compresiune pentru vibraţiile verticale provenite de la motor şi având, evident, o complianţă mare în modul de a lucra orizontal (transversal) *spre a proteja de şocuri* — şi a unui *amortizor conic care să limiteze deformaţiile orizontale cu caracter excesiv*.

De exemplu, izolatorul de vibraţie de tip cilindric *10 Z 2-300 A*, adoptat din catalog şi recomandat, admite o deformaţie statică de 12,7 mm la 9,07185 kgf sarcină de compresiune, în timp ce, transversal, deformaţia statică la 7,2575 kgf este de circa 7,62 mm, deci mult diferit. Aceasta constituie o suprasarcină, care poate fi considerată ca datorându-se valorii intermitente a încărcării.

Frecvenţa proprie pentru modul de lucru transversal la 12,7 kgf este

$$f_n' = \sqrt{(g/X_{st})}/(2\pi) = \sqrt{(g/7{,}62)}/(2\pi)$$

sau aproximativ 343 cicluri/min, cu 18% mai mică decât valoarea de 418 cicluri/min din diagramă.

Din relaţia (5.47)' particularizată,

$$d_{max}/d_{st} = a_{max}/g = 1\,,$$

se află că $d_{max} = 7{,}62$ mm. De notat că d_{st} este calculat ca şi cum sarcina se suportă transversal.

Această valoare este prea mare pentru deformaţia maximă. În consecinţă, trebuie folosit un *amortizor conic* pentru a se limita deformaţia la 5,08 mm. Ca alternativă, se poate considera *un izolator de vibraţie mai tare şi mai rigid*, de exemplu *10 Z 2-300 B*, luat din catalog [31], care admite o deformaţie statică de 0,89 mm la 8,47 kgf transversal. *Eficienţa izolării* în situaţia de a lucra la compresiune se reduce la 65%. Întrucât eficienţa izolării transversale se va micşora, de asemenea, în mod corespunzător se va reduce şi valoarea deformaţiei maxime. În plus, se vor mai adăuga şi amortizoare conice. Alegerea finală a izolatorului de vibraţie este o chestiune ce depinde de premisele examinate.

Problema 8

• *O aparatură* prezintă o sarcină variind între 1,589 kgf şi 2,27 kgf în funcţie de încărcare. Frecvenţa proprie a sistemului este de 12 cicluri/s. Când frecvenţa forţată, care produce vibraţia, este între 60 şi 90 cicluri/s şi, de asemenea, când aceasta este cuprinsă între 200 şi 400 cicluri/s, nivelul vibraţiilor este prea mare. Se cere să se proiecteze *un izolator de vibraţie pentru o suspensie în trei puncte*, care să asigure o amortizare a vibraţiilor de cel puţin 81%.

• În absenţa unei informaţii mai complete, se va putea presupune că *este aplicabil* **cazul A** *cu amortizare zero*. Dacă se doreşte izolarea ansamblului pentru cea mai mică frecvenţă forţată (60 cicluri/s), se va avea grijă de toate zonele care vor implica probleme.

Frecvenţa forţată mai poate fi pusă sub forma $p_N = 60 \times 60 = 3\ 600$ cicluri/min. Conform nomogramei din figura 5.41, o eficienţă a izolării de 81%, la o frecvenţă forţată de 3 600 cicluri/min, corespunde unei deformaţii statice de circa 0,4318 mm. Sarcina suportată de fiecare izolator de vibraţie este cuprinsă între 1,589/3 kgf şi 2,27/3 kgf, conform temei.

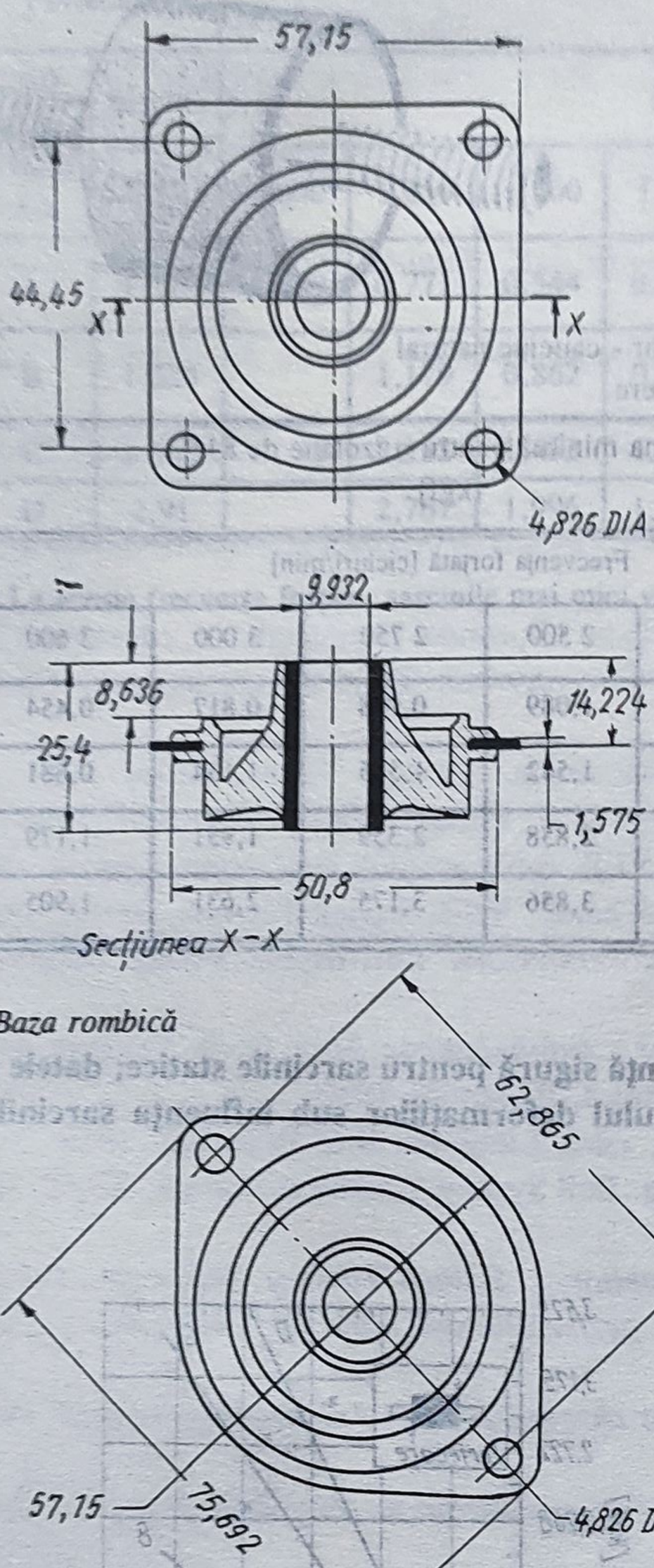
Frecvenţa proprie, dacă eventual interesează, se citeşte pe nomogramă, având valoarea de 1 450 cicluri/min. În consecinţă, *caracteristicile izolatorului de vibraţie* necesar vor fi: 0,4318 mm — *deformaţia statică*; 0,5297 kgf până la 0,757 kgf — *sarcina de suportat*. Corespunzător acestora, conform catalogului [31], izolatorul de vibraţie, tip cilindric, *10 Z 2-1 765 A*, încărcabil transversal reprezintă soluţia problemei. Considerându-se configuraţia specială a izolatorului de vibraţie, tipul *10 R 4-1 500 A* se prezintă a fi foarte bun.

Deformaţia statică a acestei forme de izolator, corespunzător unei sarcini de 0,5297 kgf, *este doar de circa 0,2032 mm*, aşa că este de dorit o legare a celorlalţi doi, dacă spaţiul permite. Se va avea în vedere că, datorită construcţiei, valoarea elasticităţii acestui izolator creşte rapid cu deformaţia iar configuraţia specială a ansamblului va fi şi *mai economică în utilizarea spaţiului şi mai eficientă la suprasarcini*, dacă acestea ar apărea.

Anexa 1. **IZOLATOR-DISC**

PENTRU SARCINI DE LA 4,54 kgf LA 27,24 kgf

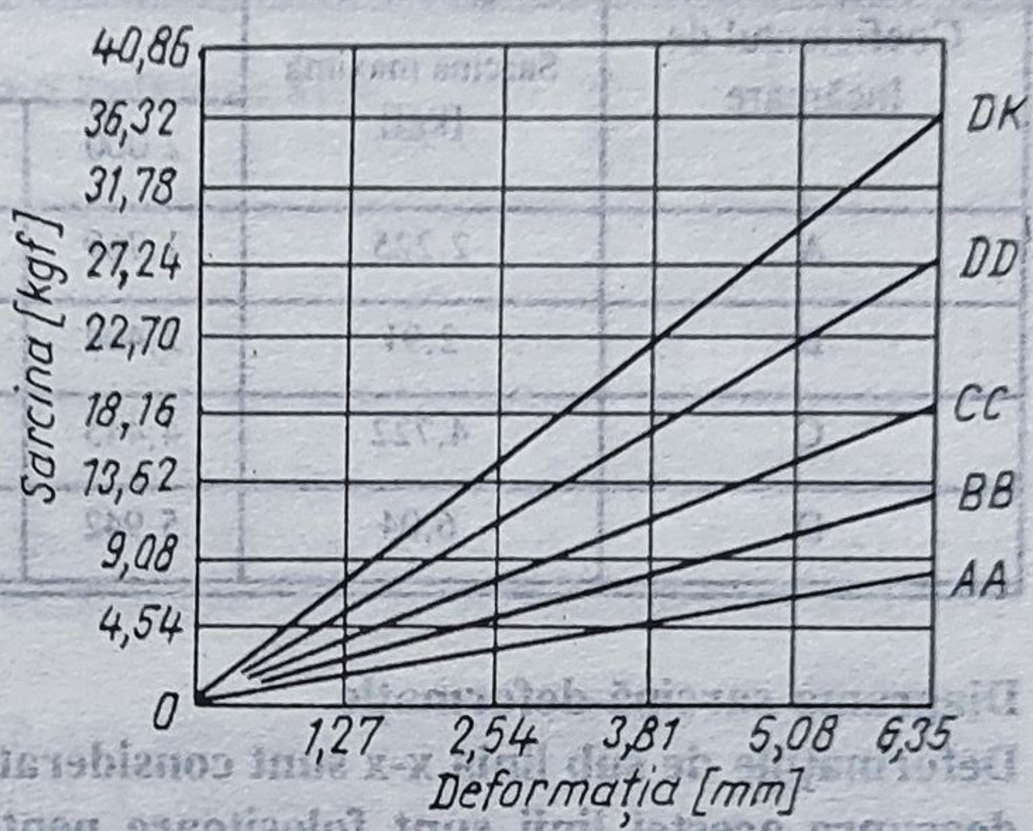
- Baza pătrată



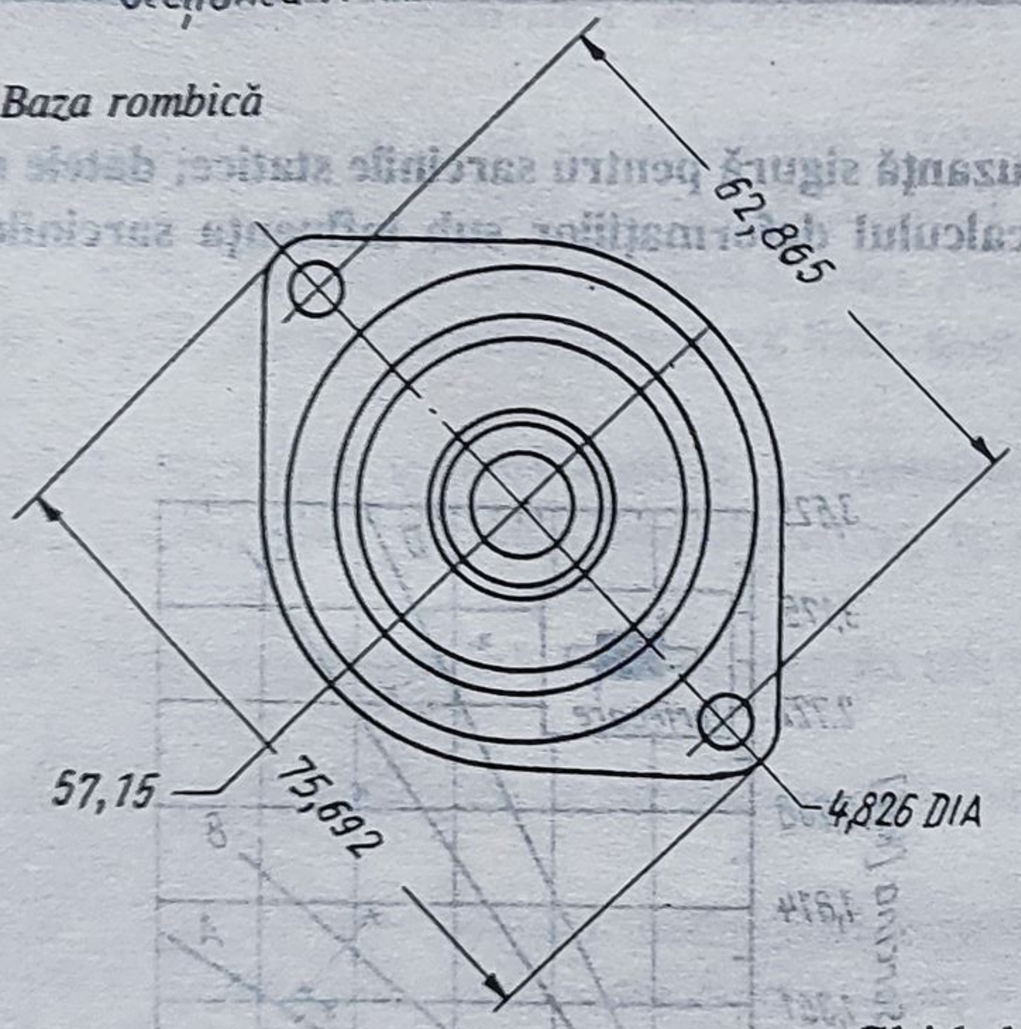
Material: Izolator- cauciuc natural
Bază- oțel sau aluminiu

Diagrama sarcină-deformație

Sarcina statică recomandată/deformație

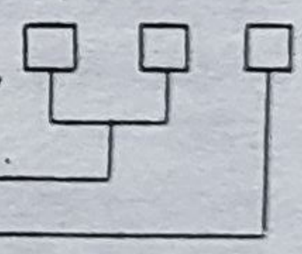


- Baza rombică



Notarea din catalog:

10 Z 40-1260
Coeficient de încărcare
AA, BB, CC,
DD sau DK
Bază tip

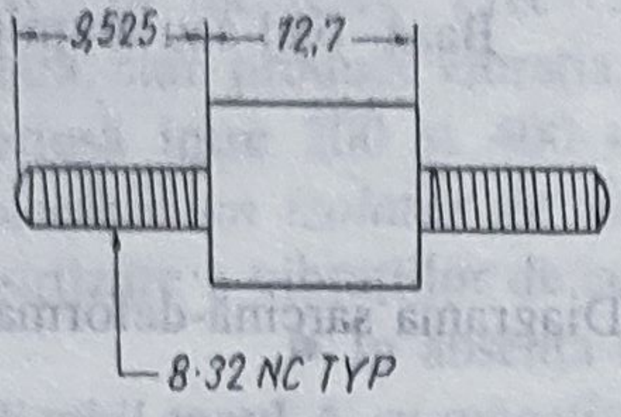


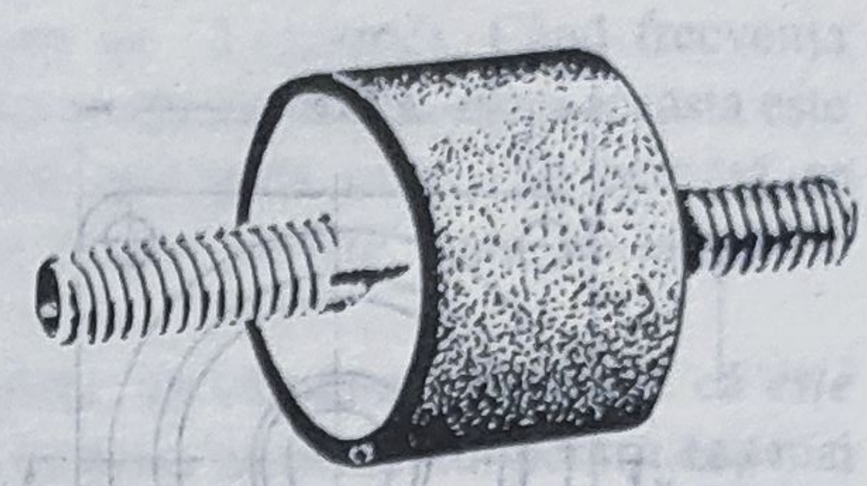
Ghid de alegere

Coeficient de încărcare	Sarcina maximă [kgf]	Sarcina minimă pentru o izolație de 81% [kgf]							
		Frecvența forțată [cicluri/min]							
		1 100	1 250	1 500	1 750	2 000	2 500	3 000	3 500
AA	5,448	5,448	4,54	3,178	2,27	1,362	0,908	0,908	0,454
BB	9,08	9,08	7,264	4,994	3,178	2,724	1,816	1,362	0,908
CC	13,62	13,62	10,442	6,81	4,994	4,086	2,27	1,816	1,362
DD	20,43	20,43	15,89	10,442	7,718	5,902	3,632	2,724	1,816
DK	27,24	27,24	21,338	14,074	9,988	7,718	4,994	3,178	2,724

*Anexa a 2-a.***IZOLATOR CILINDRIC**

PENTRU FORŢE DE COMPRESIUNE PÂNĂ LA 6,04 kgf ŞI PENTRU FORŢE DE FORFECARE PÂNĂ LA 2,91 kgf





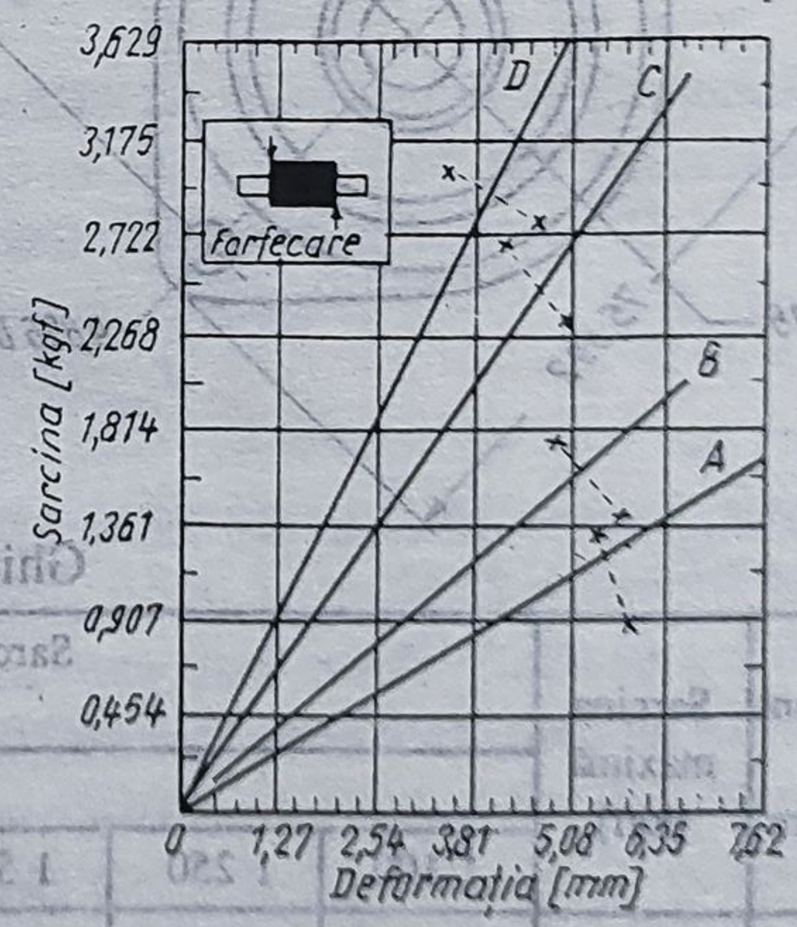
MATERIAL: Colier de strângere-oţel, alamă laminată;Izolator - cauciuc natural

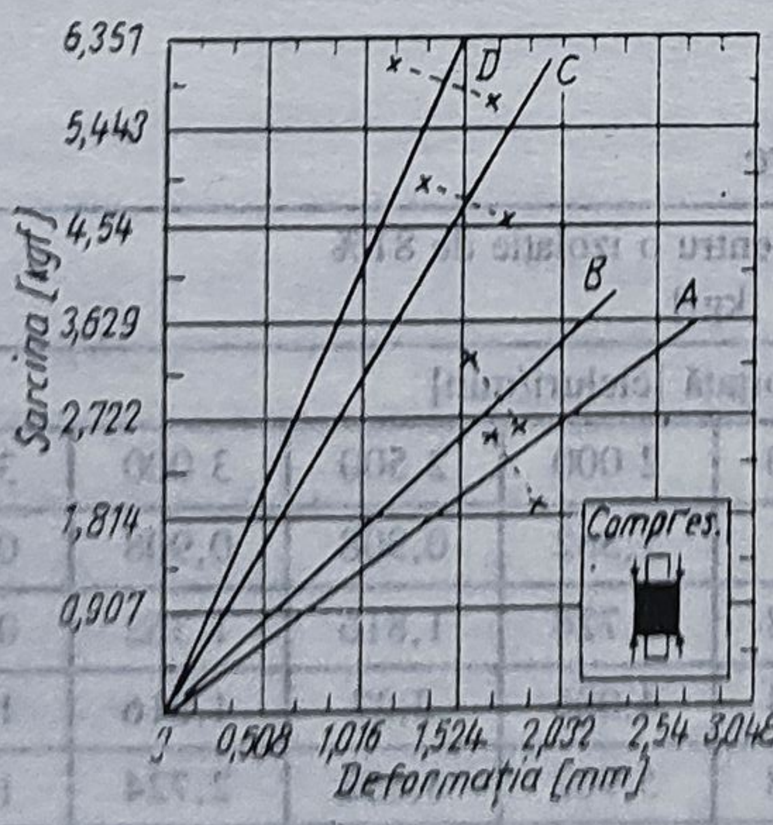
Ghid de alegere

Compresiune		Sarcina minimă pentru o izolaţie de 81% [kgf]					
Coeficientul de încărcare	Sarcina maximă [kgf]	Frecvenţa forţată [cicluri/min]					
		2 000	2 250	2 500	2 750	3 000	3 600
A	2,225	1,769	1,361	1,089	0,908	0,817	0,454
B	2,91	2,404	1,905	1,542	1,315	1,134	0,681
C	4,722	4,445	3,493	2,858	2,359	1,951	1,179
D	6,04	5,942	4,717	3,856	3,175	2,631	1,905

Diagrama sarcină-deformaţie

Deformaţiile de sub linia x-x sunt considerate o uzanţă sigură pentru sarcinile statice; datele de deasupra acestei linii sunt folositoare pentru calculul deformaţiilor sub influenţa sarcinilor dinamice





Anexa a 2-a(continuare)

Ghid de alegere

Forfecare		Sarcina minimă pentru o izolaţie de 81% [kgf]									
Coeficientul de încărcare	Sarcina maximă [kgf]	Frecvenţa forţată [cicluri/min]									
		1 000	1 250	1 500	1 750	2 000	2 250	2 500	2 750	3 000	3 600
A	1,225	1,179	0,771	0,544	0,454	0,318	0,227	*	*	*	*
B	1,635		1,179	0,862	0,635	0,499	0,363	0,318	0,272	*	*
C	2,543		2,132	1,452	1,134	0,862	0,681	0,59	0,499	0,408	0,318
D	2,91		2,767	1,996	1,542	1,225	0,998	0,817	0,726	0,635	0,454

*) La aceste frecvenţe forţate, sarcinile mai mici vor realiza o izolaţie de 81%.

Bibliografie

1. CURIŢA, I., KOSTRAKIEVICI, S. şi NIŢĂ, D. *O nouă metodă de proiectare a arcurilor spirale plane motoare*. În: Construcţia de maşini, nr. 6/1980
2. DECKER, K.H. *Maschinenelemente*. Carl Hanser Verlag, München, 1965
3. DEFFOSSEZ, L. *Théorie générale de l'horlogerie, tome I, tome II.* Edité par la Chambre Suisse de L'Horlogerie. La Chaud-de-Fonds, 1952
4. DEMIAN, T., TUDOR, D. şi CURIŢA, I. *Calculul şi construcţia elementelor de mecanică fină*. Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1972
5. DEMIAN, T. *Elemente constructive de mecanică fină*. Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1980
6. DEMIAN, T. şi PASCU, A. *Lagăre şi ghidaje pentru aparate*. Editura Academiei Române, Bucureşti, 1980
7. DEMIAN, T. ş.a. *Elemente constructive de mecanică fină. Aplicaţii*. Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1980
8. DEMIAN, T., TUDOR, D., CURIŢA, I., NIŢU, C. *Bazele proiectării aparatelor de mecanică fină, I.* Editura Tehnică, Bucureşti, 1984
9. GEVONDIAN, T.A. *Prujinnîie dvigateli*. Izdatelstvo oboronnoi promtlenkosti, Moskva, 1956
10. GLASER, G. *Handbuch der Chronometrie und Uhrentechnik*. Band II, Mechanische Uhren. Ulm/Donau, 1980
11. GÖBEL, E.F. *Gummifedern. Berechnung und Gestaltung*. Springer Verlag, Berlin, 1969
12. HARRIS, C., CREDE, Ch. E. *Şocuri şi vibraţii, I şi II*. Editura tehnică, Bucureşti, 1968
13. KOCH, R.B.I. *Lexikon. Uhren und Zeitmessung*. VEB, Bibliographisches Institut, Leipzig, 1989
14. KRAUSE, W. *Konstruktionselemente der Feinmechanik*. VEB, Verlag Technik, Berlin, 1980
15. KUHLENKAMP, A. *Konstruktionslehre der Feinwerktechnik*. Carl Hanser Verlag, München, 1971
16. LOTZE, W. *Die ebene Kinematik von Biegefeder - Aufhängungen*. Diss. T. U. Dresden, 1965
17. MANEA, Gh. *Organe de maşini, I.* Editura Tehnică, Bucureşti, 1970
18. MANOLESCU, A. *Tehologia straturilor subţiri, curs*. Litografia IPB, Bucureşti, 1976
19. MINDLIN, D. *Dynamics of Package Cushioning*. Bell System Technical Journal, XXIV, nos. 3-4, july-october, 1945
20. MOCANU, D.R. *Analiza experimentală a tensiunilor, I.* Editura Tehnică, Bucureşti, 1976
21. PALADE, D.D. *Contribuţii privind teoria şi perfecţionarea tuburilor ondulate*. Teză de doctorat. Editura IPB, 1985
22. PHILLIPS, E. *Mémoire sur le spiral réglant des chronométres et des montres*. Dunod, Paris, 1861
23. PONOMARIOV, S.D. ş.a. *Calculul de rezistenţă în construcţia de maşini, I, II şi III*. Editura Tehnică, Bucureşti, 1959, 1960 şi 1963
24. REDFORD, G.A. *Mechanical engineering design*. Macmillan, London, 1966
25. RINGHANDT, H. *Feinwerkelemente*, ediţia a doua. Carl Hanser Verlag, München, 1979
26. ROHRBACH, Ch. *Handbuch für elektrisches Messen mechanischer Grössen*, V.D.I.- Verlag G.m.B.H., Düsseldorf, 1967
27. ROTH, K. *Kennzeichende Merkmale feinwerktechnischer Konstruktionen*, VDI-Verlag, Düseldorf, 1967
28. SPÂNULESCU, I. *Fizica straturilor subţiri şi aplicaţiile acestora*. Editura ştiinţifică, Bucureşti, 1975
29. TRYLINSKI, W. *Poradnik konstruktora przyrzadow precyzyinych i drobnych*. Wydawnictwa nauko-techniezne. Warszawa, 1971
30. WELLINGER, K. *Cercetări de rezistenţă asupra compensatorilor gofraţi*. Technische Verlag. Stuttgart, 1964
31. X X X *Vibration and shock Mount Handbook*. Product catalog 814.55 South Denton Avenue, New Hyde Park, New York 11040

TRAIAN DEMIAN
DORU DUMITRU PALADE • IOSIF CURIȚA

ELEMENTE ELASTICE ÎN CONSTRUCȚIA APARATELOR DE MECANICĂ FINĂ

Prin lucrarea "Elemente elastice în construcția aparatelor de mecanică fină"se urmărește punerea la dispoziția proiectanților de aparate și specialiștilor în activitatea de întreținere și service a unei monografii cuprinzătoare, în care sunt prezentate aspectele constructive și de calcul ale acestor elemente, frecvent utilizate în aparatele de toate tipurile.

În tratarea materialului s-au avut în vedere capitole distincte legate de sistemele de traducere a semnalelor cum sunt: elementele dinamometrice, traductoarele de presiune, elementele manometrice, elementele elastice bimetalice. S-au dezvoltat elementele elastice utilizate pentru ghidarea mișcării de rotație (arcurile de torsiune, articulațiile de încovoiere) și pentru ghidarea mișcării de translație. Într-un capitol separat sunt prezentate elementele folosite pentru sistemele de acționare din aparate (arcurile spirale plane și în formă de S). Sunt studiate elementele elastice din sistemele oscilante și de precizie, precum și cele legate de izolarea șocurilor și vibrațiilor și care au caracter de amortizare (din cauciuc și cele din materiale metalice).

Lucrarea reflectă bogata experiență de cercetare, proiectare și universitară a autorilor și este bazată pe cele mai moderne date de specialitate. Este adresată specialiștilor din construcția de aparate, studenților din domeniile mecanicii fine, electronicii și telecomunicațiilor, altor specialiști care construiesc și exploatează aparatele de diverse categorii.

ISBN 973-31-0709-3